

# **ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

## **Κεφάλαιο 3**

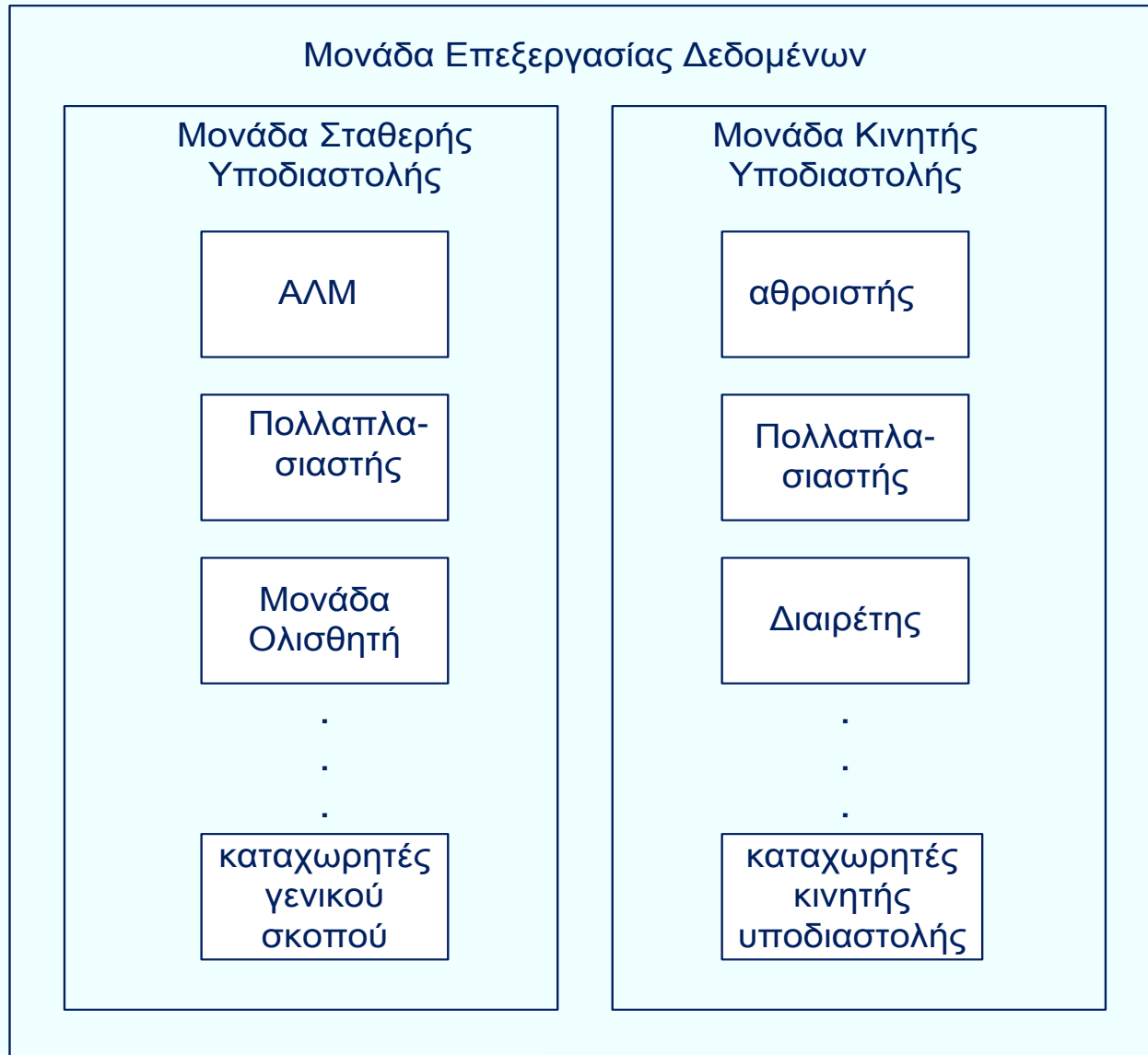
### **Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας**

# Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας

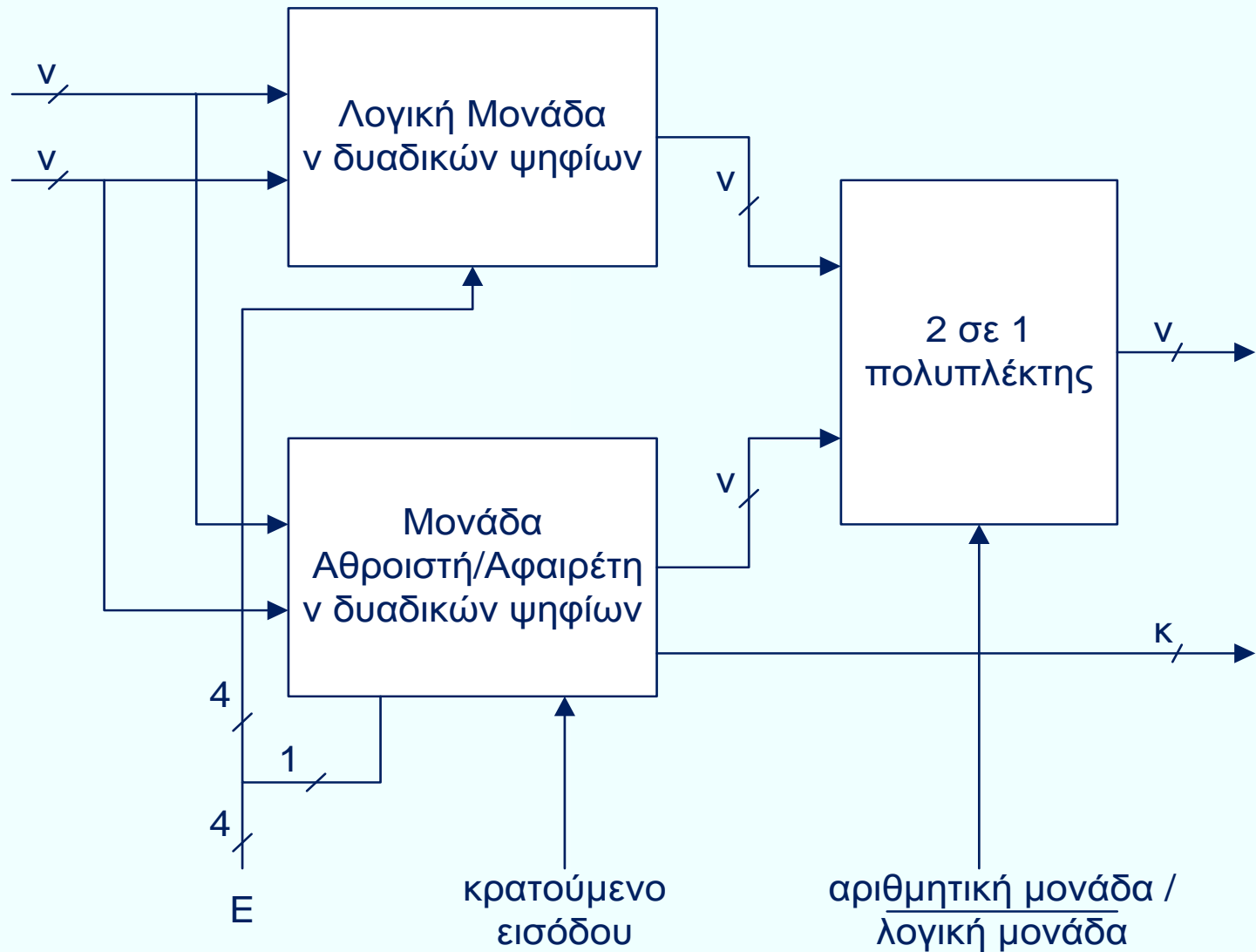
---

- Μονάδα επεξεργασίας δεδομένων
- Μονάδα ελέγχου

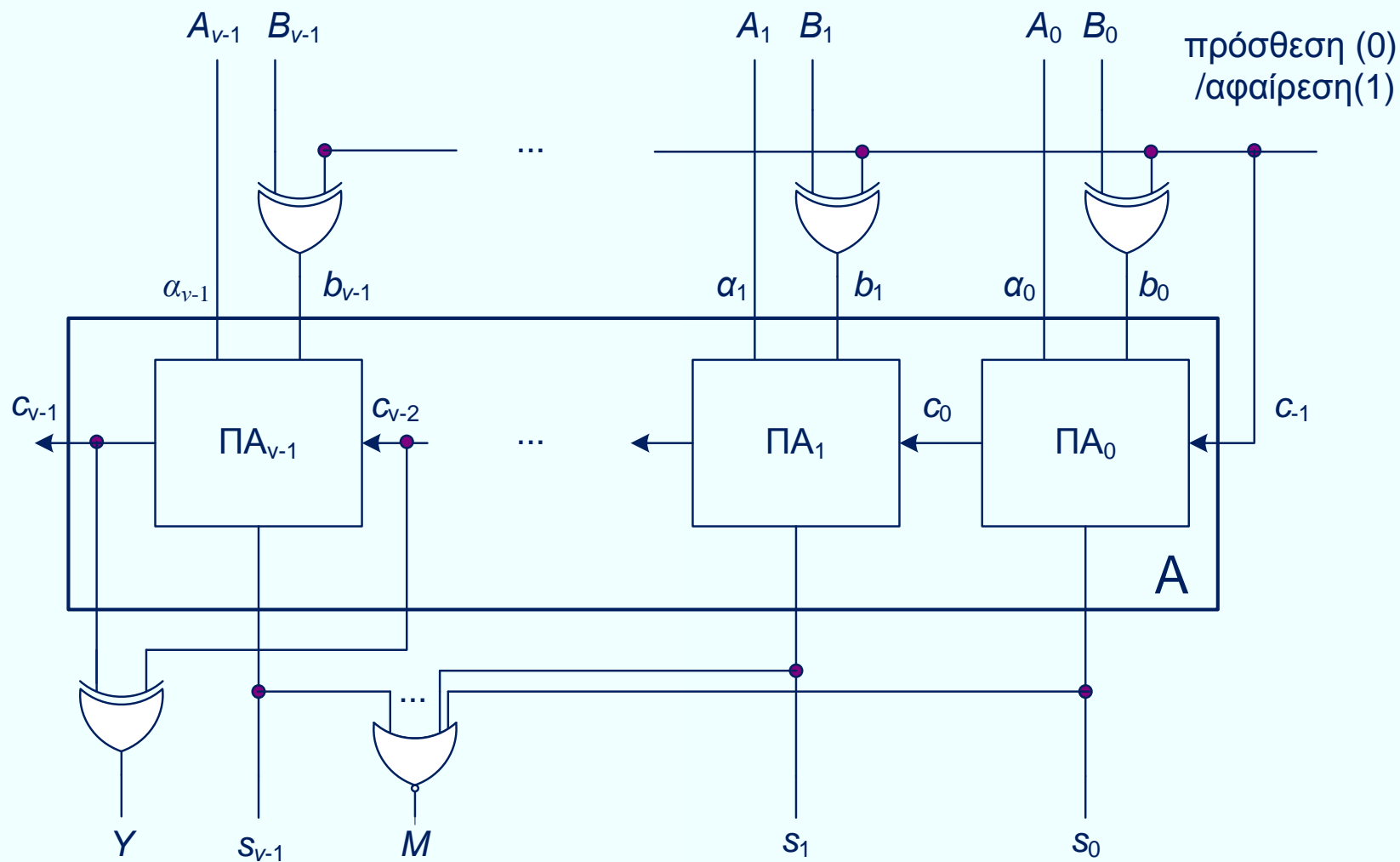
# Μονάδα επεξεργασίας δεδομένων



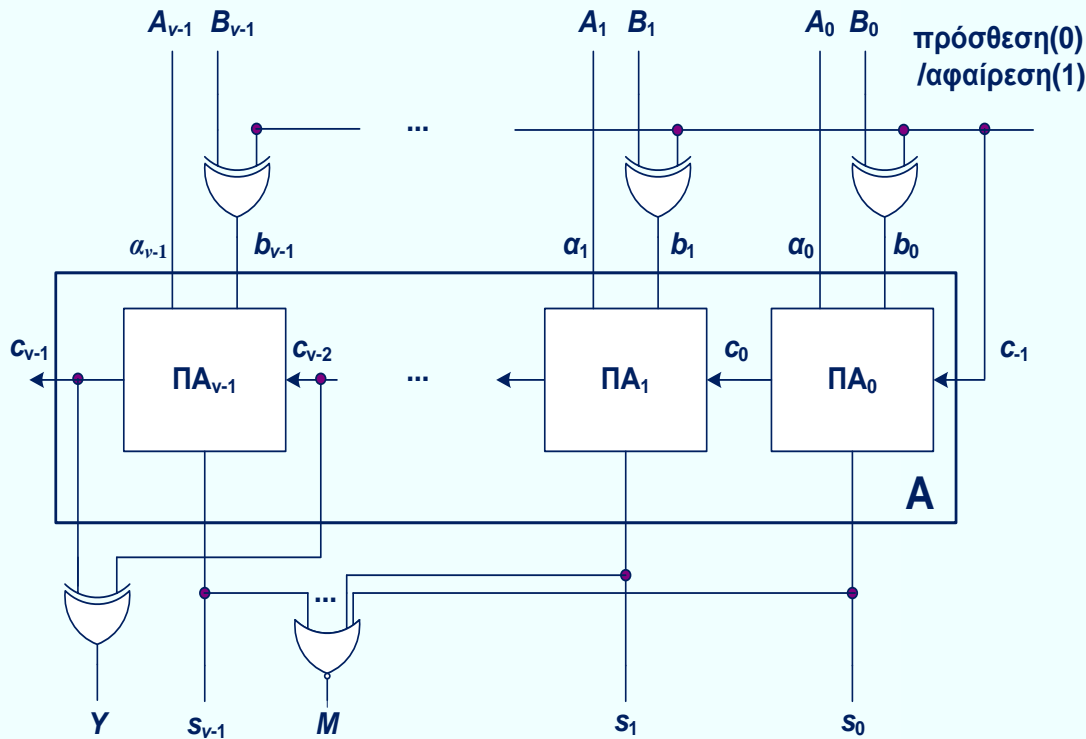
# Δομή Αριθμητικής Λογικής Μονάδας



# Μονάδα πρόσθεσης και αφαίρεσης



# Πρόσθεση δυαδικών αριθμών χωρίς πρόσημο



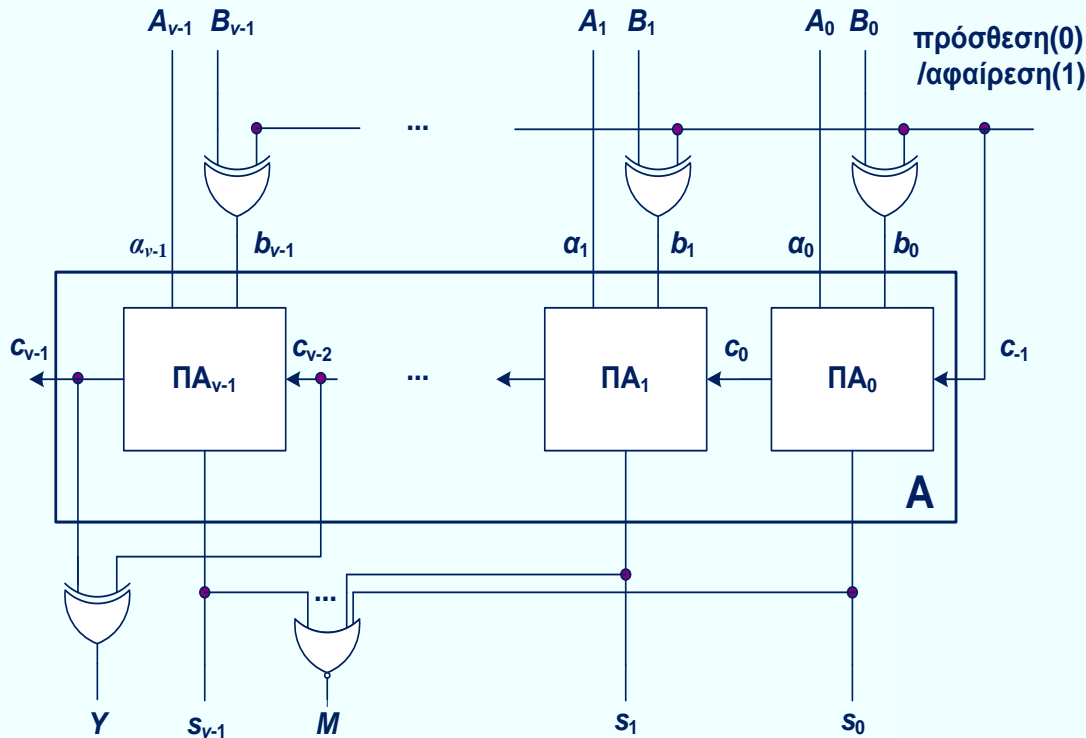
Πρόσθεση δυαδικών  
αριθμών χωρίς πρόσημο

$$A = 11100000 = 224_{(10)}$$

$$B = 01000001 = 65_{(10)}$$

$$S = 1\ 00100001 = 33_{(10)}$$

# Πρόσθεση δυαδικών αριθμών σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2



Πρόσθεση δυαδικών αριθμών  
χωρίς πρόσημο

$$A = 11100000 = 224_{(10)}$$

$$B = 01000001 = 65_{(10)}$$

$$S = 1\ 00100001 = 33_{(10)}$$

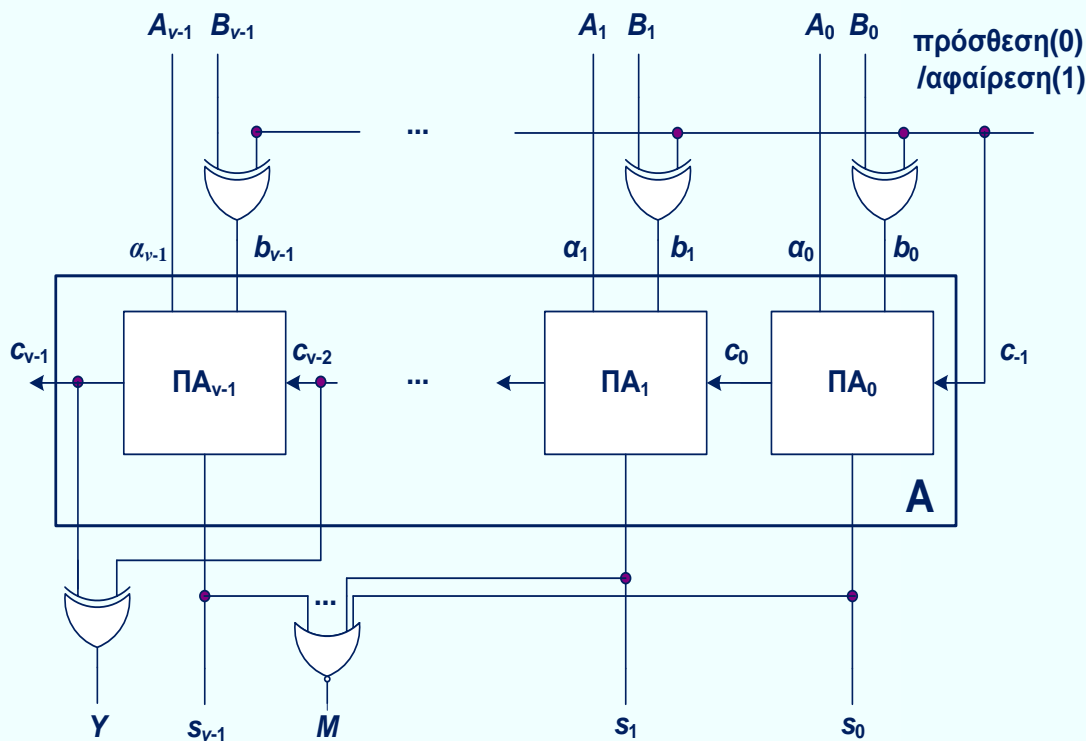
Πρόσθεση δυαδικών αριθμών σε  
παράσταση  
συμπληρώματος ως προς 2

$$A = 11100000 = -32_{(10)}$$

$$B = 01000001 = 65_{(10)}$$

$$S = 1\ 00100001 = 33_{(10)}$$

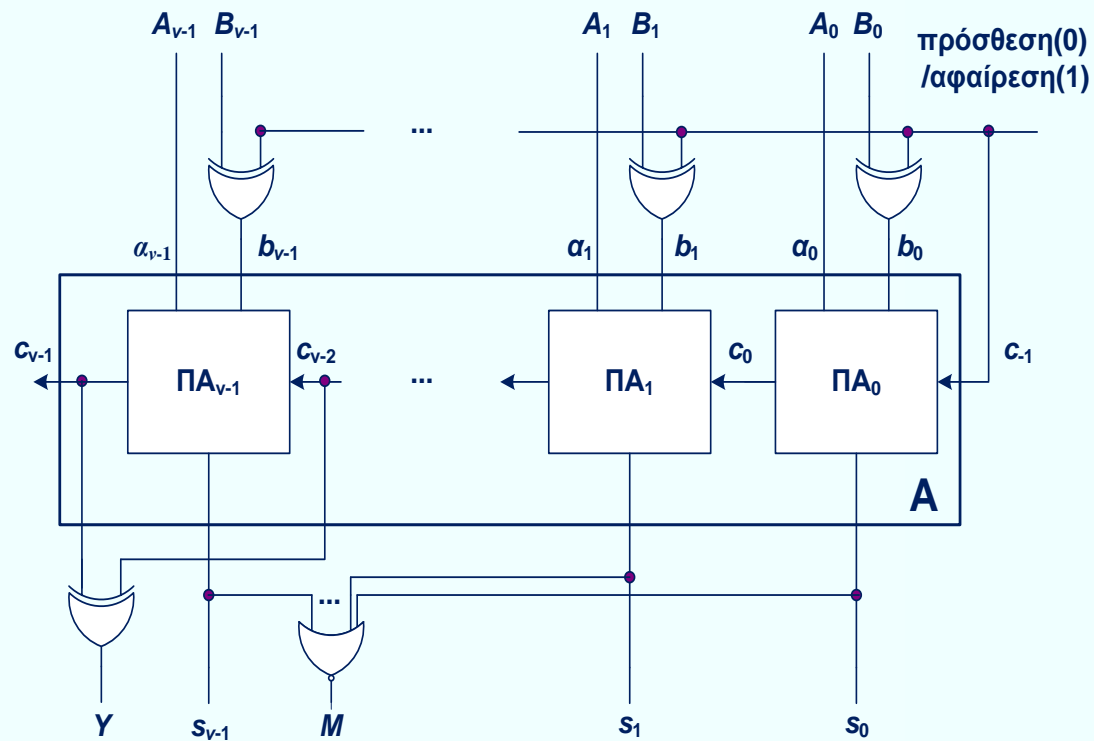
# Τιμή προσήμου και υπερχείλισης ως συνάρτηση των προσήμων των αριθμών που προστίθενται



$a_{v-1}$	$b_{v-1}$	$c_{v-2}$	$s_{v-1}$	$Y$
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

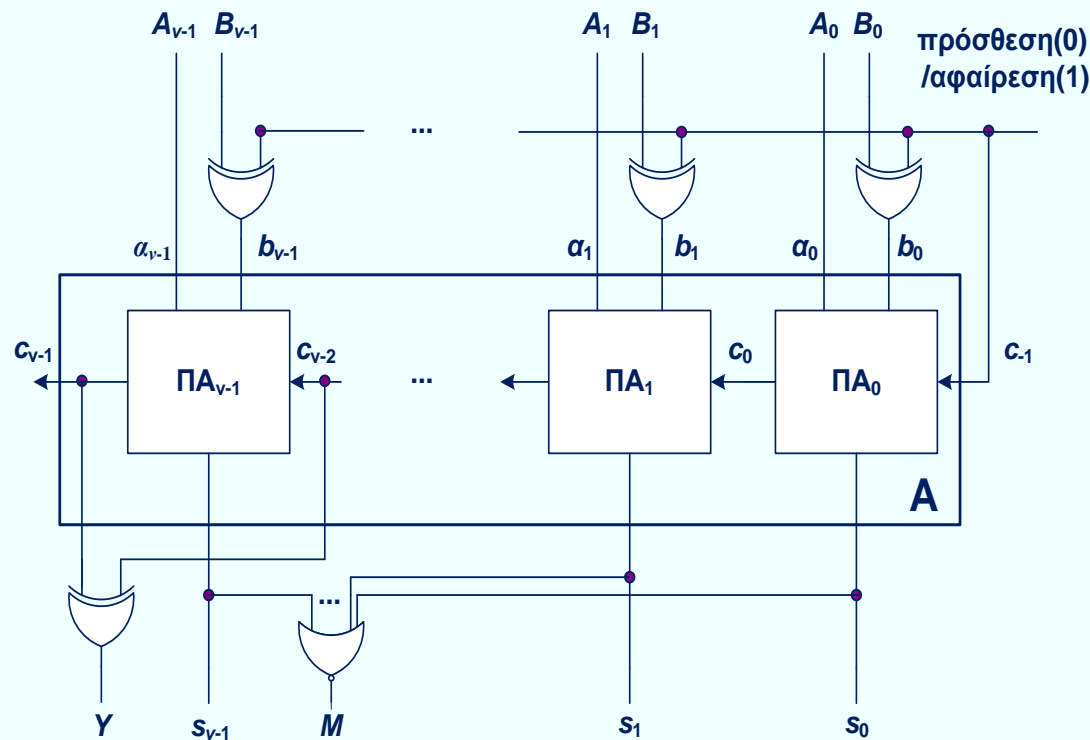


# Τιμή προσήμου και υπερχείλισης ως συνάρτηση των προσήμων των αριθμών που προστίθενται



$a_{v-1}$	$b_{v-1}$	$c_{v-2}$	$s_{v-1}$	$Y$
0	0	0	0	
0	0	1	1	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	

# Τιμή προσήμου και υπερχείλισης ως συνάρτηση των προσήμων των αριθμών που προστίθενται



$a_{v-1}$	$b_{v-1}$	$c_{v-2}$	$s_{v-1}$	$Y$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

# Τιμή προσήμου και υπερχείλισης ως συνάρτηση των προσήμων των αριθμών που προστίθενται

$C_{v-1}$	$a_{v-1}$	$b_{v-1}$	$c_{v-2}$	$s_{v-1}$	$Y$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0

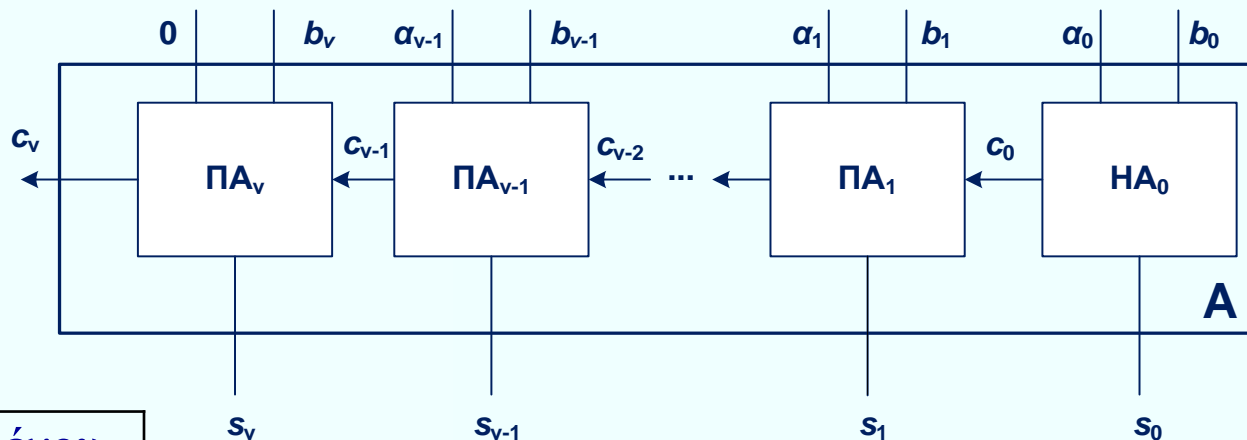
$$Y = a'_{v-1} b'_{v-1} c_{v-2} + a_{v-1} b_{v-1} c'_{v-2}$$

$\Rightarrow$

$$c_{v-1} = a_{v-1} b_{v-1} + a_{v-1} c_{v-2} + b_{v-1} c_{v-2}$$

$$Y = c_{v-1} \oplus c_{v-2}$$

# Υπολογισμός διεύθυνσης διακλάδωσης



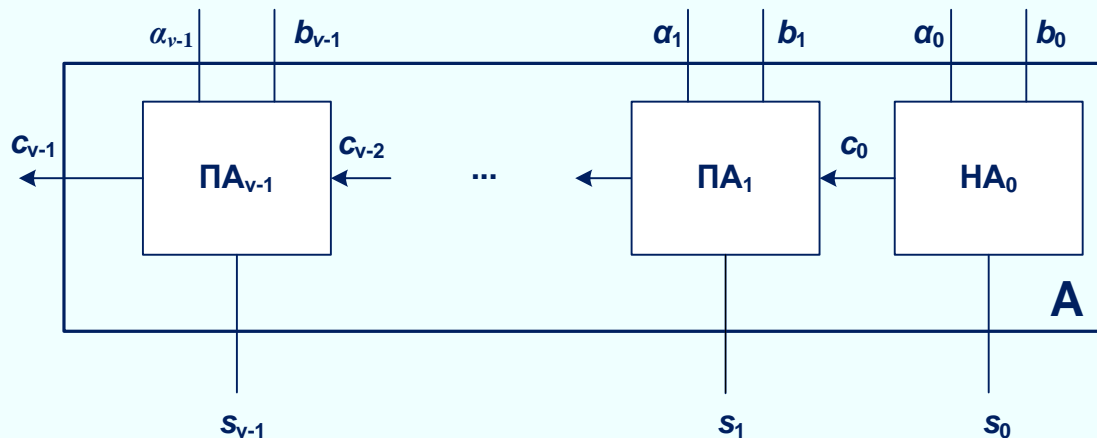
Πρόσθεση περιεχομένου  
ΜΠ των 8 bit και  
Αριθμού Μετατόπισης

$$\text{ΜΠ} = 011100000 = 224_{(10)}$$

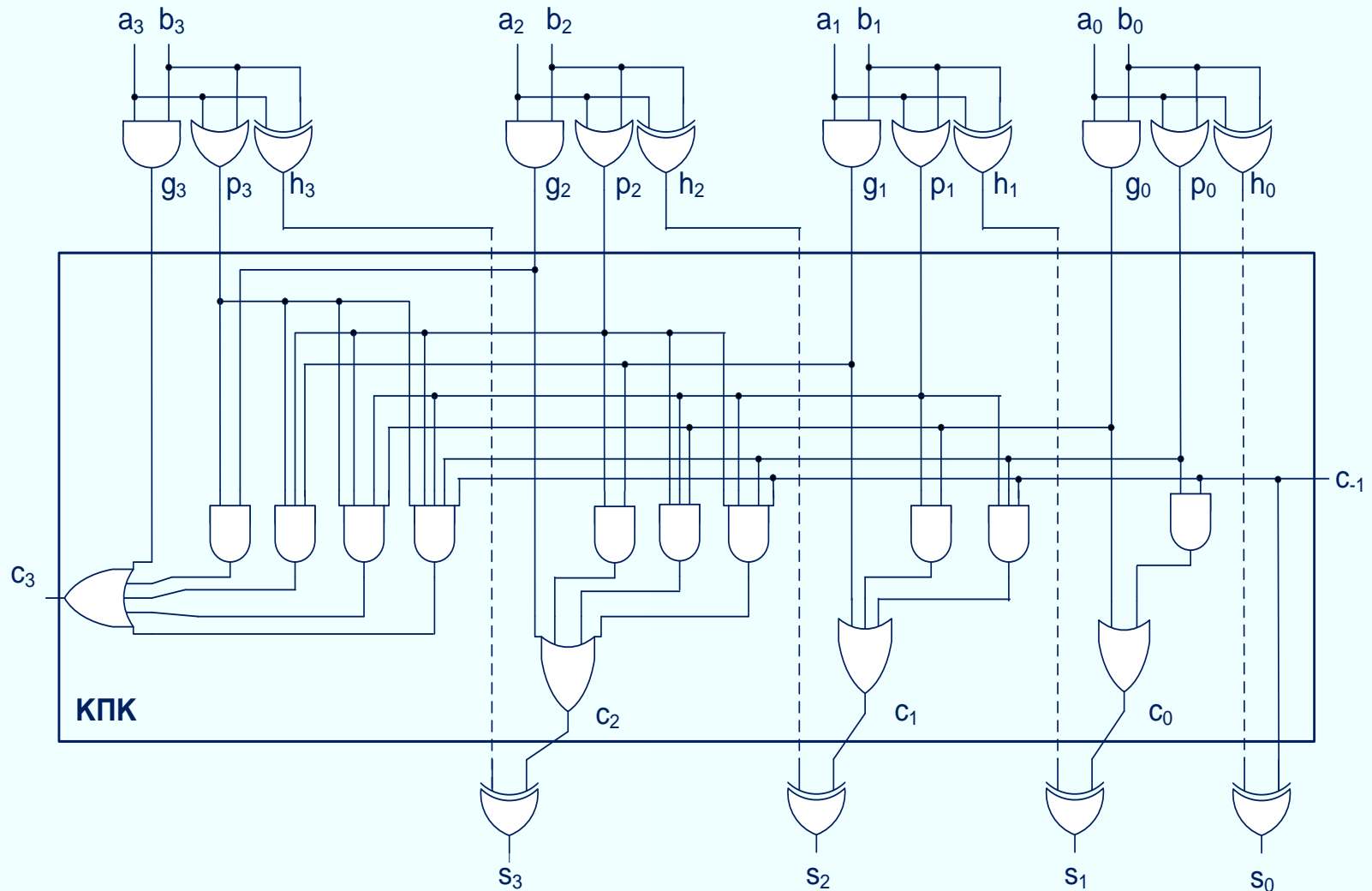
$$\text{ΑΜ} = 001000001 = 65_{(10)}$$

$$S = 100100001 = 33_{(10)}$$

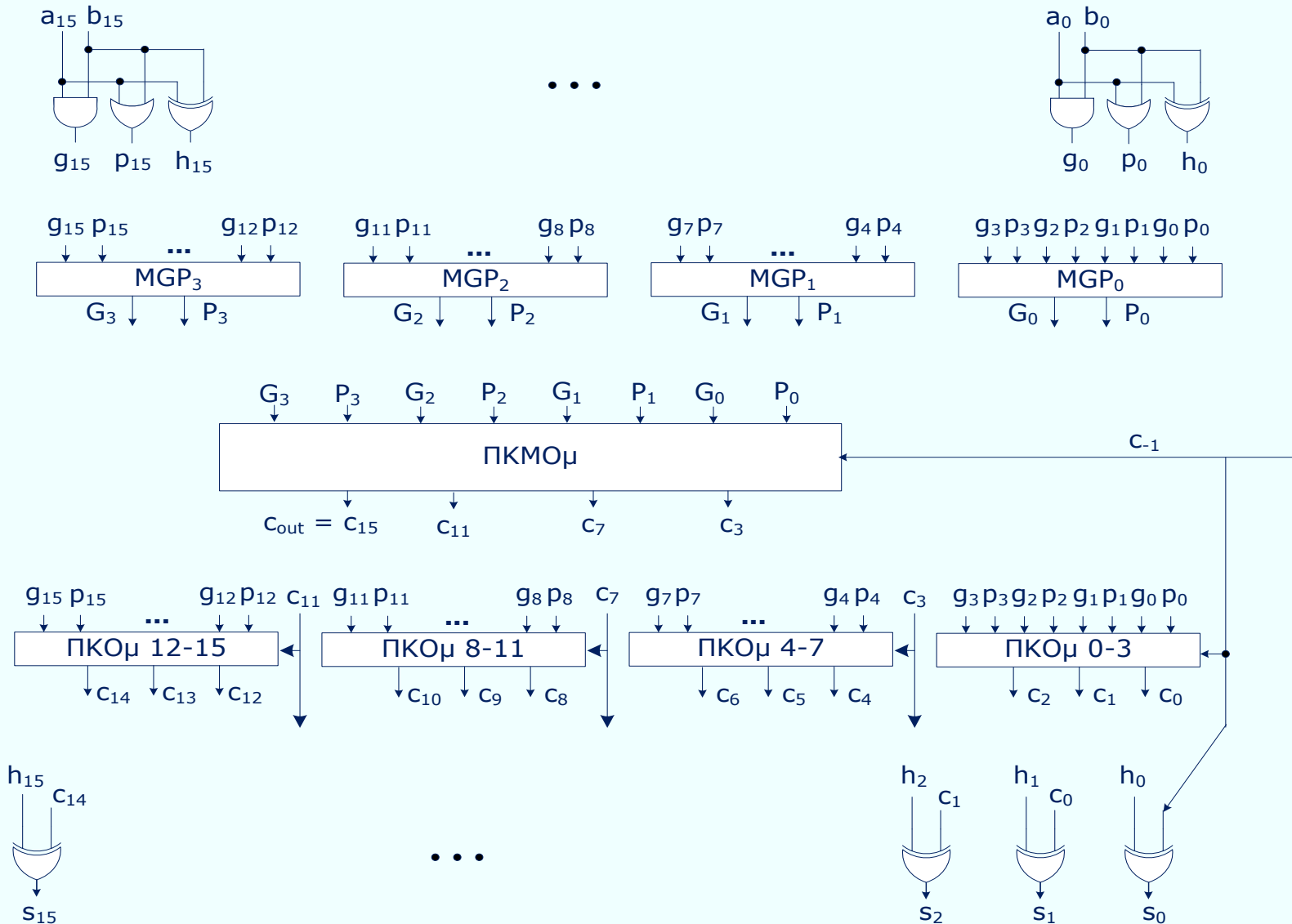
$$\text{ΜΠ} = 00100001 = 33_{(10)}$$



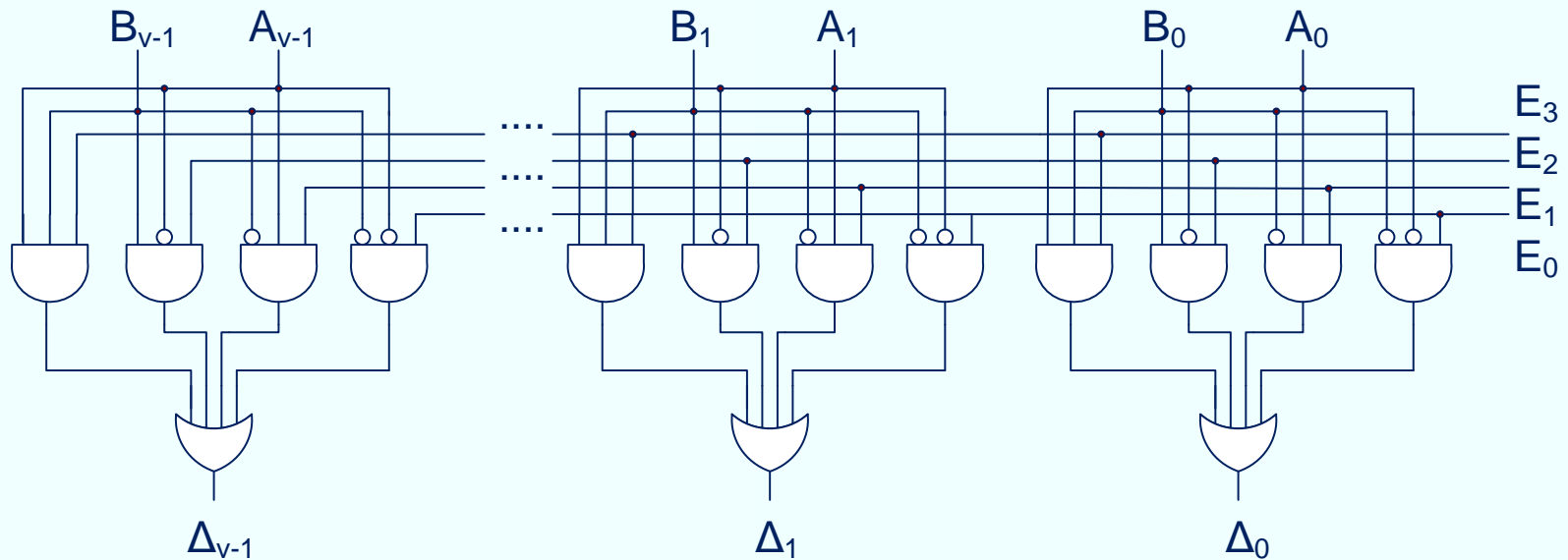
# Αθροιστής πρόβλεψης κρατούμενου των 4 δυαδικών ψηφίων



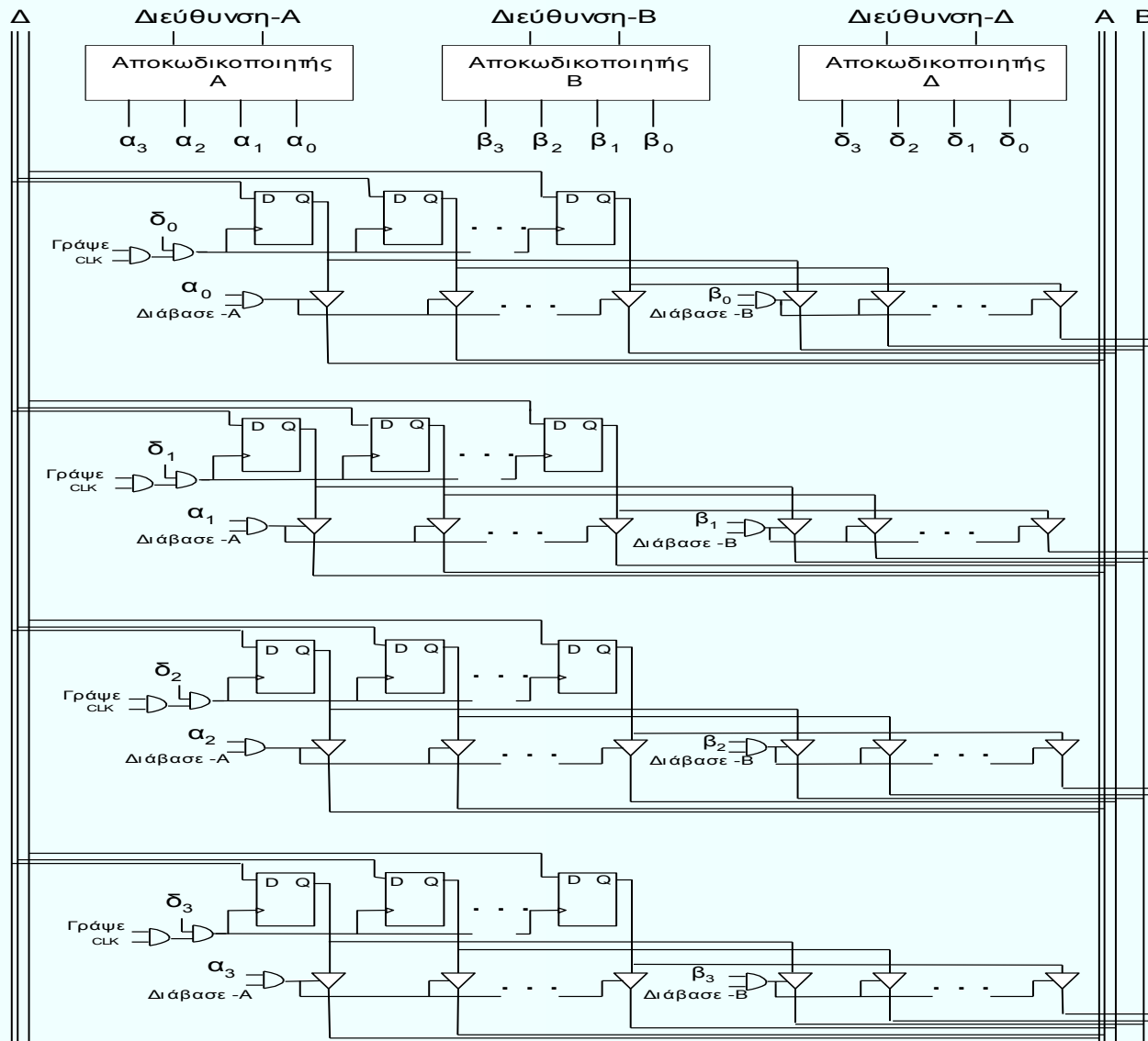
# Αθροιστής δύο επιπέδων πρόβλεψης κρατούμενου των 16 δυαδικών ψηφίων



# Μονάδα εκτέλεσης λογικών πράξεων

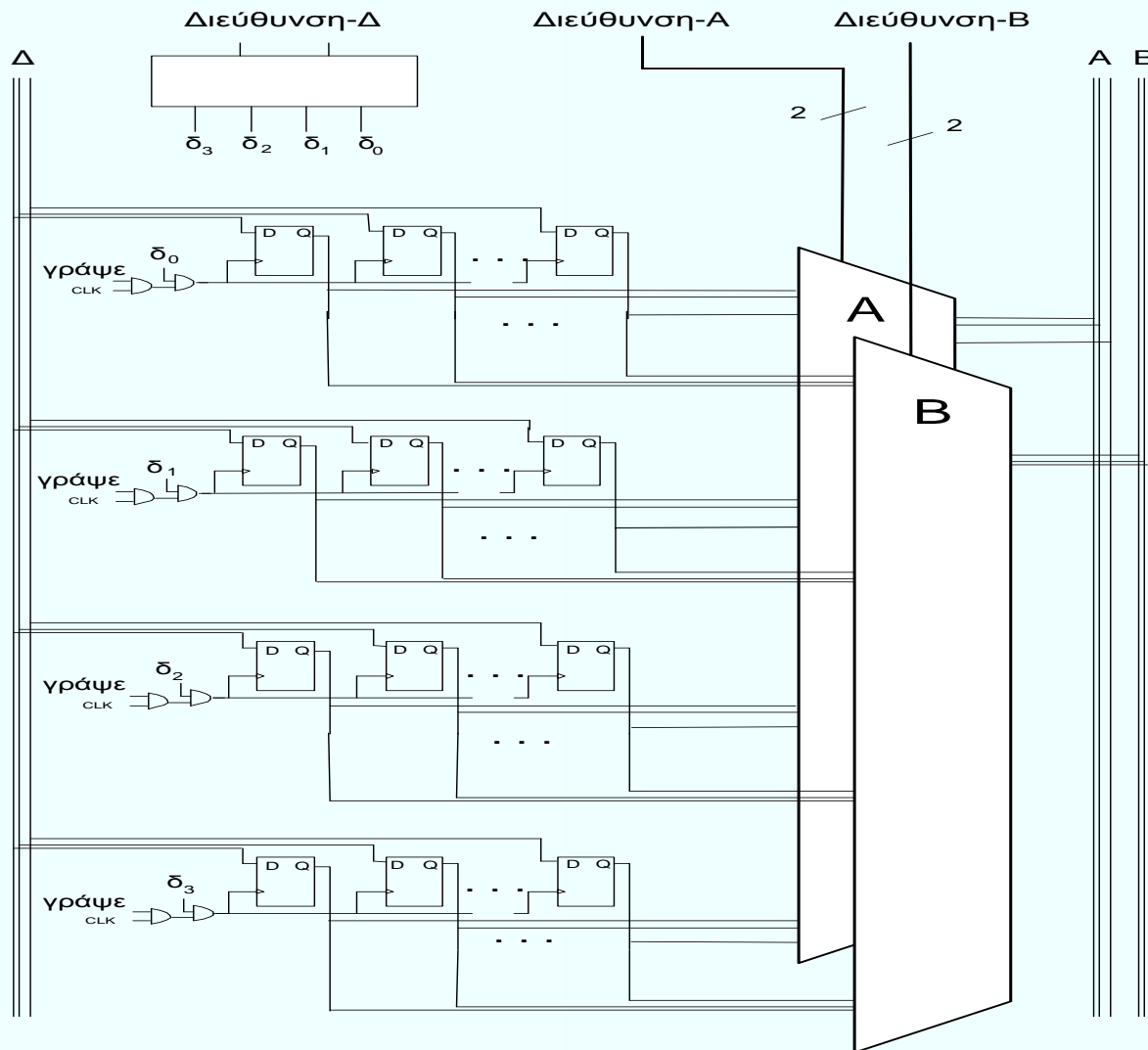


# Λογικός σχεδιασμός 4 καταχωρητών με δύο πόρτες ανάγνωσης και μία εγγραφής I





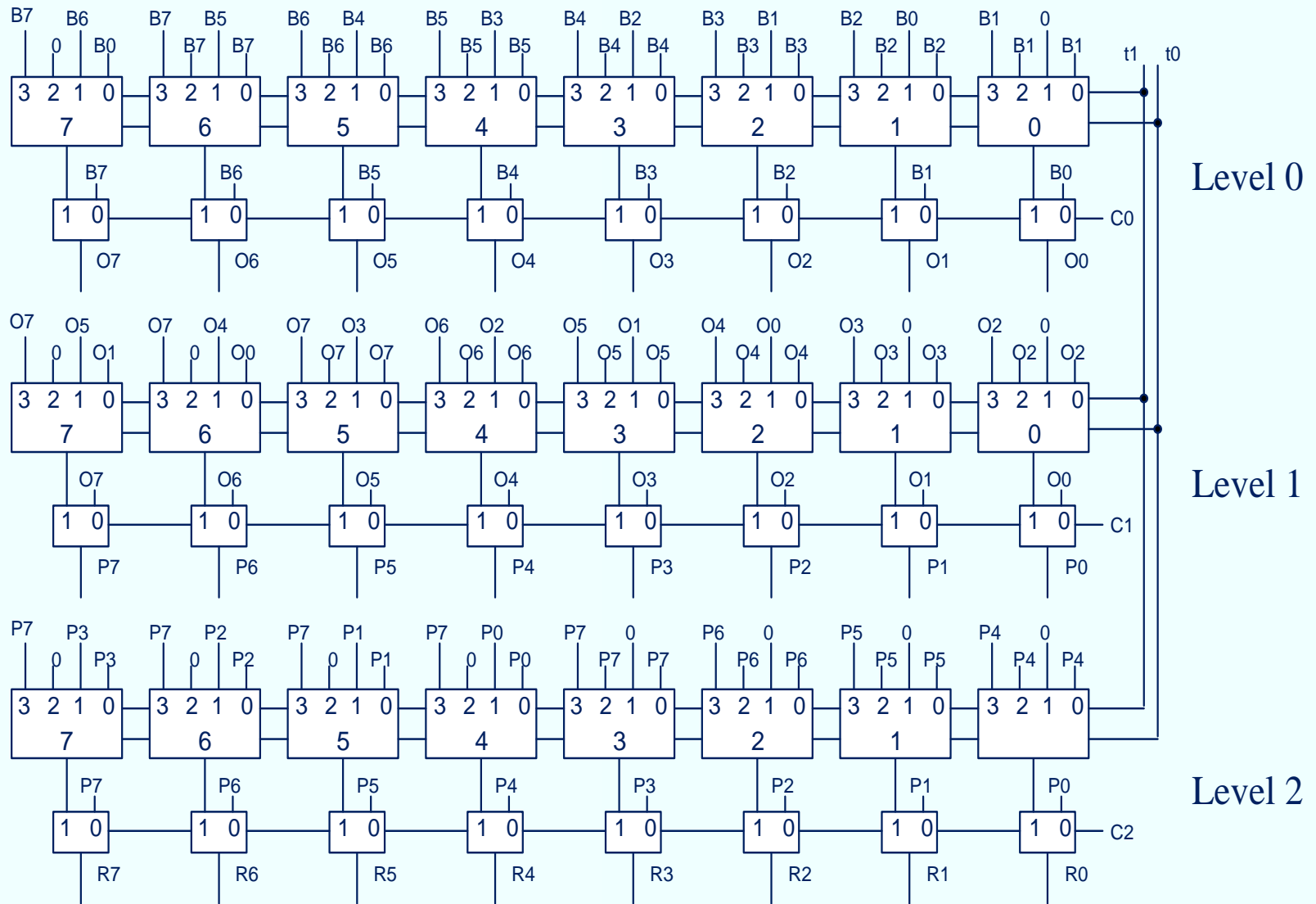
# Λογικός σχεδιασμός 4 καταχωρητών με δύο πόρτες ανάγνωσης και μία εγγραφής II



# Λειτουργίες του ολισθητή

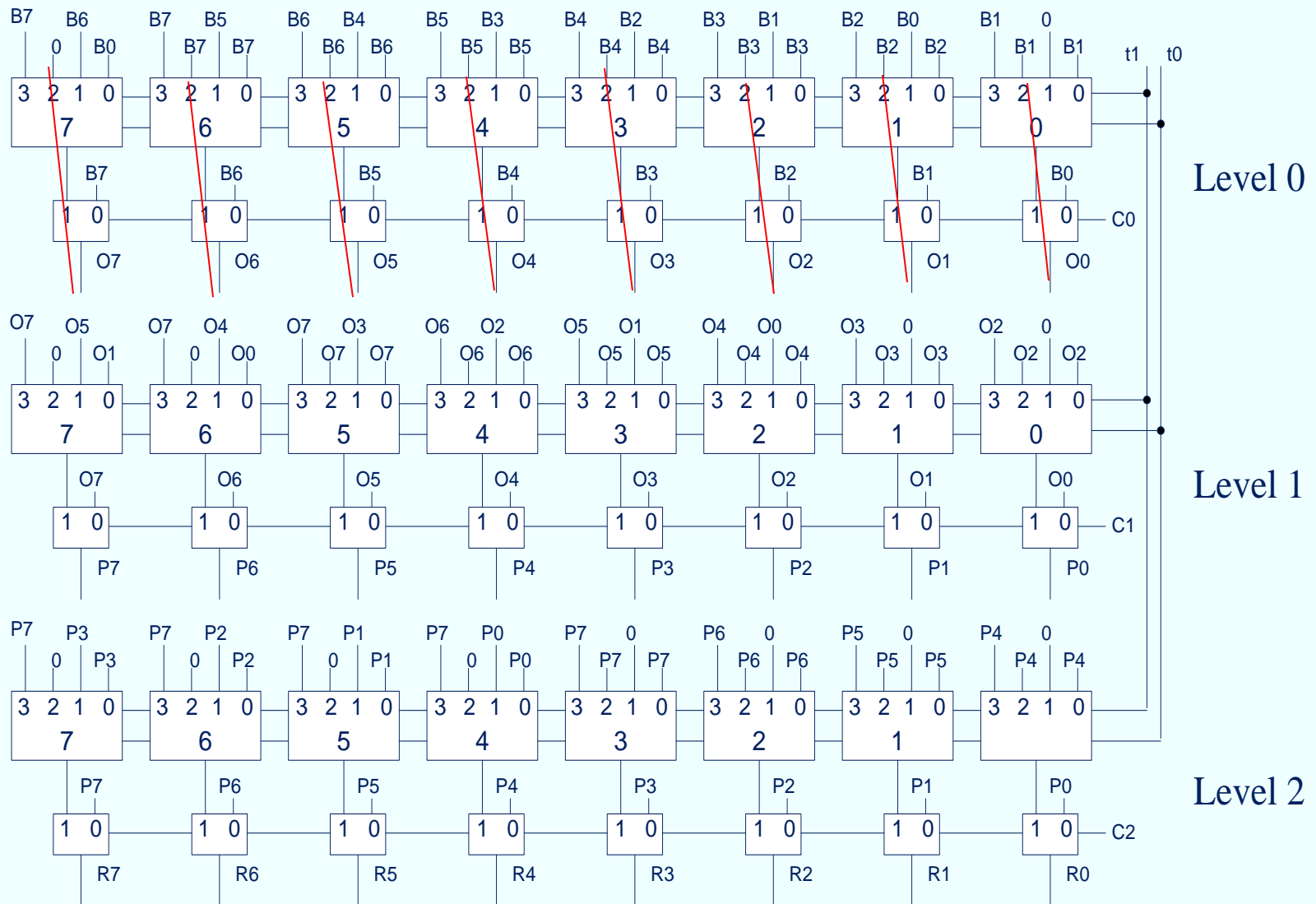
$t_1t_0$	Πράξη
00	Κυκλική ολίσθηση προς τα δεξιά
01	Λογική ολίσθηση προς τα αριστερά
10	Λογική ολίσθηση προς τα δεξιά
11	Αριθμητική ολίσθηση προς τα δεξιά

# Ολισθητής των οκτώ δυαδικών ψηφίων υλοποιημένος με πολυπλέκτες



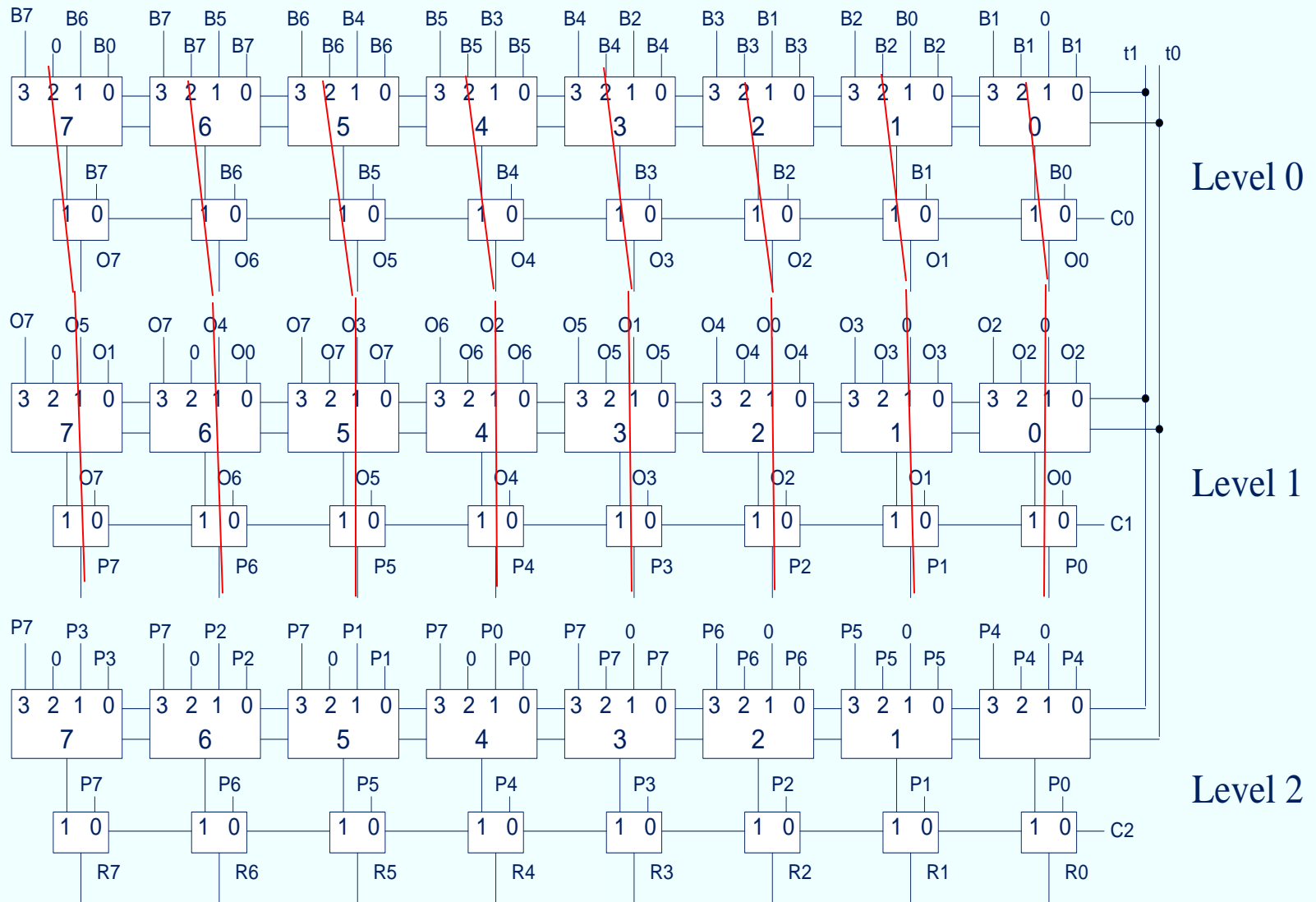
# Λογική ολίσθηση προς τα δεξιά κατά 5 θέσεις

## $t_1 t_0 = 10$ και $c_2 c_1 c_0 = 101$



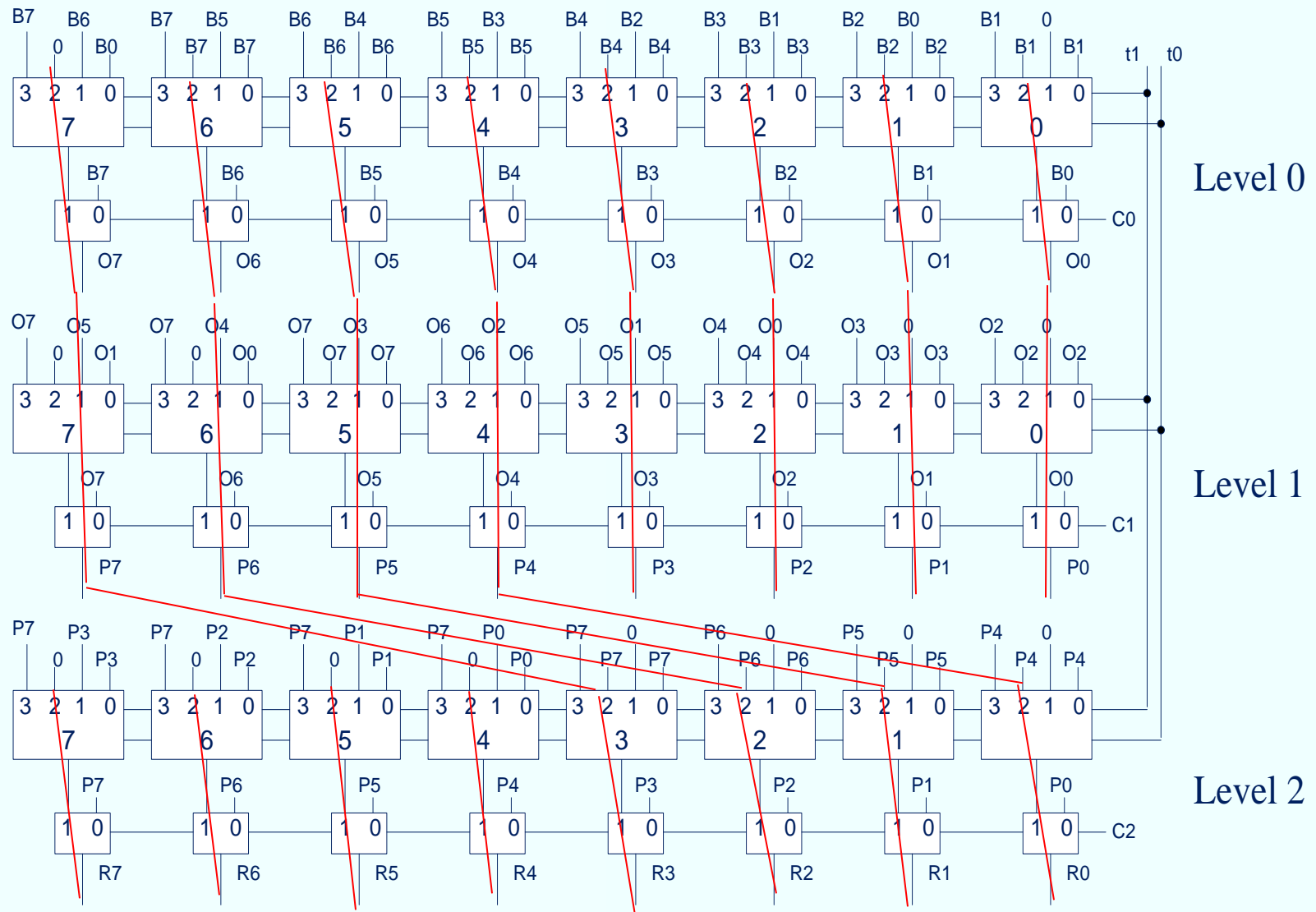
# Λογική ολίσθηση προς τα δεξιά κατά 5 θέσεις

## $t_1 t_0 = 10$ και $c_2 c_1 c_0 = 101$



# Λογική ολίσθηση προς τα δεξιά κατά 5 θέσεις

## $t_1 t_0 = 10$ και $c_2 c_1 c_0 = 101$



# Πολλαπλασιασμός

---

# Πολλαπλασιασμός με χαρτί και μολύβι

---

1 1 0 1	πολλαπλασιαστέος	A
0 1 0 1	πολλαπλασιαστής	B = B <sub>3</sub> B <sub>2</sub> B <sub>1</sub> B <sub>0</sub>
-----		
1 1 0 1	A × B <sub>0</sub>	
0 0 0 0	A × 2 × B <sub>1</sub>	
1 1 0 1	A × 2 <sup>2</sup> × B <sub>2</sub>	
+ 0 0 0 0	A × 2 <sup>3</sup> × B <sub>3</sub>	
-----		
0 1 0 0 0 0 0 1	Γ = A × B	



# Πολλαπλασιασμός με χρήση ενδιάμεσων αθροισμάτων

---

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ \times 0\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ + 0\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ + 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ + 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1$$

πολλαπλασιαστέος  $A$   
πολλαπλασιαστής  $B = B_3\ B_2\ B_1\ B_0$

$A \times B_0$   
 $A \times 2 \times B_1$

ημιάθροισμα  
 $A \times 2^2 \times B_2$

ημιάθροισμα  
 $A \times 2^3 \times B_3$

$\Gamma = A \times B$

# Πολλαπλασιασμός με χρήση ενδιάμεσων αθροισμάτων

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ \times 0\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ \quad 1\ 1\ 0\ 1 \\ + 0\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \quad 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ + 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ \quad 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ + 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1$$

πολλαπλασιαστέος  $A$

πολλαπλασιαστής  $B = B_3\ B_2\ B_1\ B_0$

$A \times B_0$

ολισθημένο προς τα δεξιά  $A \times B_0$

$A \times 2 \times B_1$

ημιάθροισμα

ολισθημένο προς τα δεξιά ημιάθροισμα

$A \times 2^2 \times B_2$

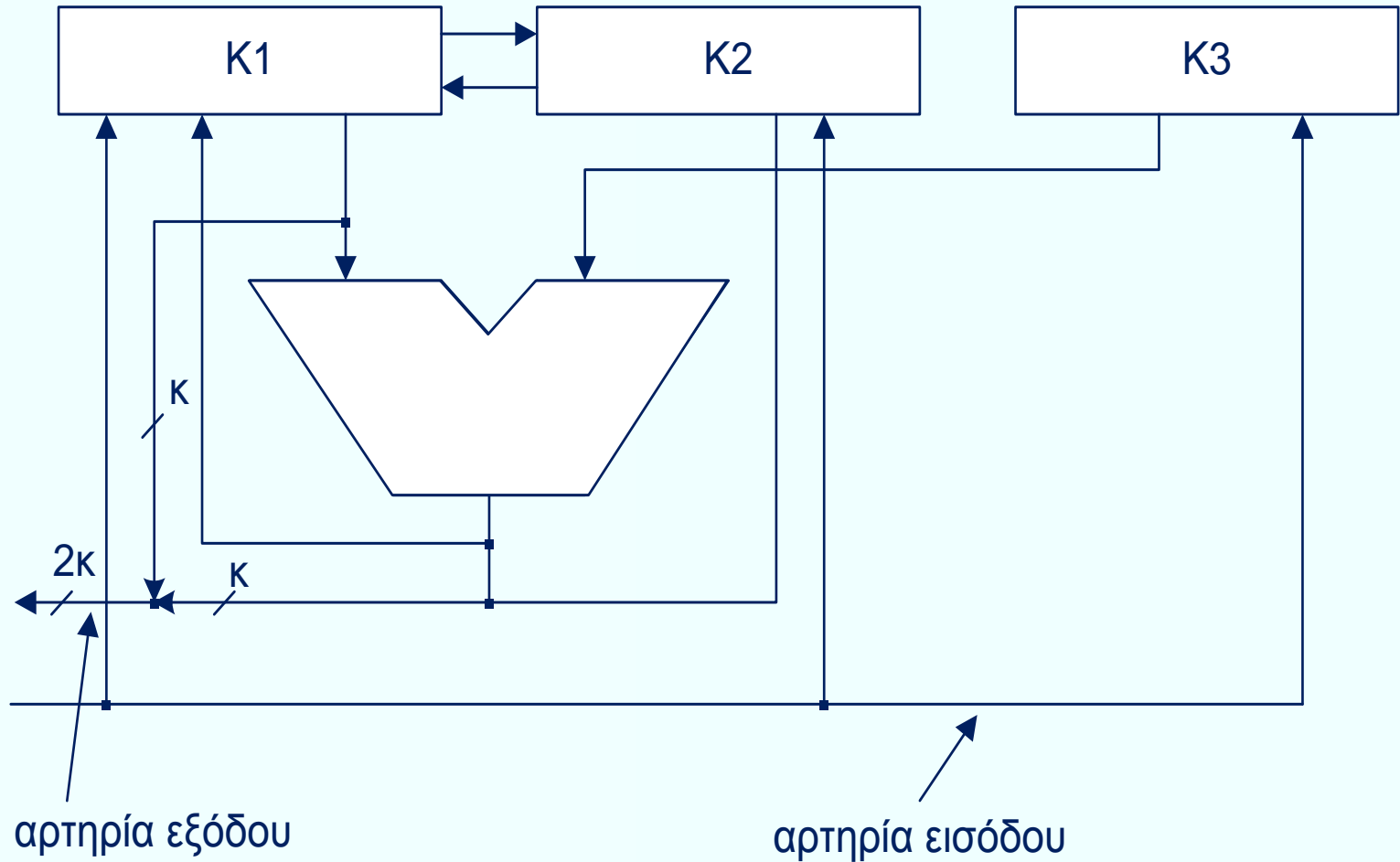
ημιάθροισμα

ολισθημένο προς τα δεξιά ημιάθροισμα

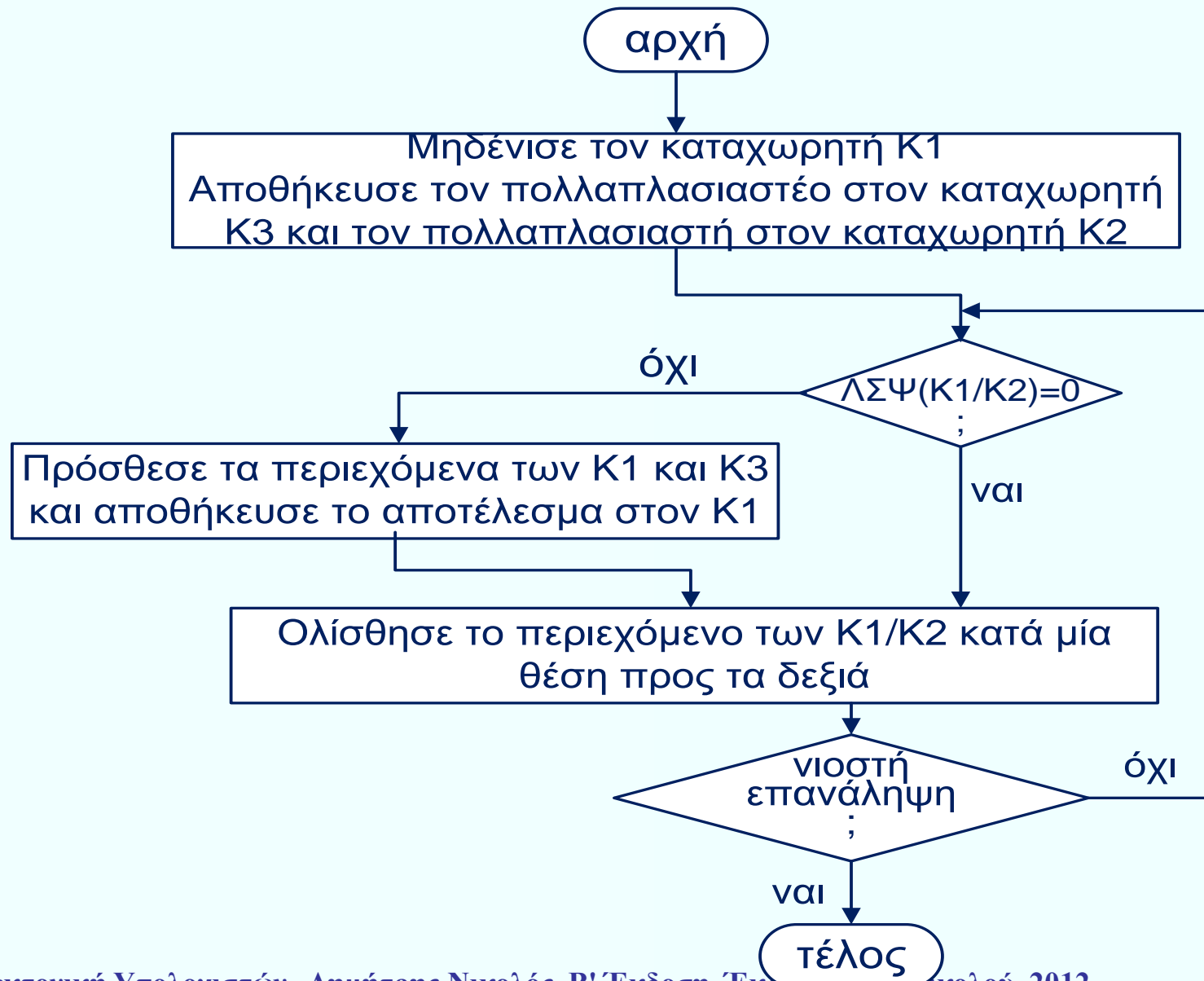
$A \times 2^3 \times B_3$

$\Gamma = A \times B$

# Αριθμητική Λογική Μονάδα με τη δυνατότητα εκτέλεσης πολλαπλασιασμού



# Αλγόριθμος εκτέλεσης της πράξης του πολλαπλασιασμού



# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις: 10×38 (1)

επανάληψη	λειτουργία	K1 / K2	K3
0	Τοποθέτηση αρχικών τιμών	00000000 00100110	00001010
1	ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00000000 00010011	00001010
2	ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	<u>+00001010</u> 000001010 00010011 00000101 00001001	00001010
3	ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	<u>+00001010</u> 000001111 00001001 00000111 10000100	00001010
4	ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00000011 11000010	00001010
5	ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00000001 11100001	00001010

# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις: 10×38 (2)

επανάληψη	λειτουργία	K1 / K2	K3
5	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00000001 11100001	00001010
6	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=1 \Rightarrow$ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	$\begin{array}{r} \pm 00001010 \\ \hline 000001011 \end{array}$ 11100001 00000101 11110000	00001010
7	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00000010 11111000	00001010
8	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00000001 01111100	00001010

# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις: 202×38 (1)

επανάληψη	λειτουργία	K1 / K2	K3
0	Τοποθέτηση αρχικών τιμών	00000000 00100110	11001010
1	ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00000000 00010011	11001010
2	ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	<u>+11001010</u> 011001010 00010011 01100101 00001001	11001010
3	ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	<u>+11001010</u> 1 00101111 00001001 10010111 10000100	11001010
4	ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	01001011 11000010	11001010
5	ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00100101 11100001	11001010

# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις: $202 \times 38$ (2)

επανάληψη	λειτουργία	K1 / K2	K3
5	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00100101 1110000 <b>1</b>	11001010
6	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=1 \Rightarrow$ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	<u>+11001010</u> 0 11101111 1110000 <b>1</b>  01110111 1111000 <b>0</b>	11001010
7	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00111011 1111100 <b>0</b>	11001010
8	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	00011101 1111110 <b>0</b>	11001010



# Πολλαπλασιασμός με χρήση ενδιάμεσων αθροισμάτων

---

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ \times 0\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ + 0\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ + 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ + 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1$$

πολλαπλασιαστέος  $A$   
πολλαπλασιαστής  $B = B_3\ B_2\ B_1\ B_0$

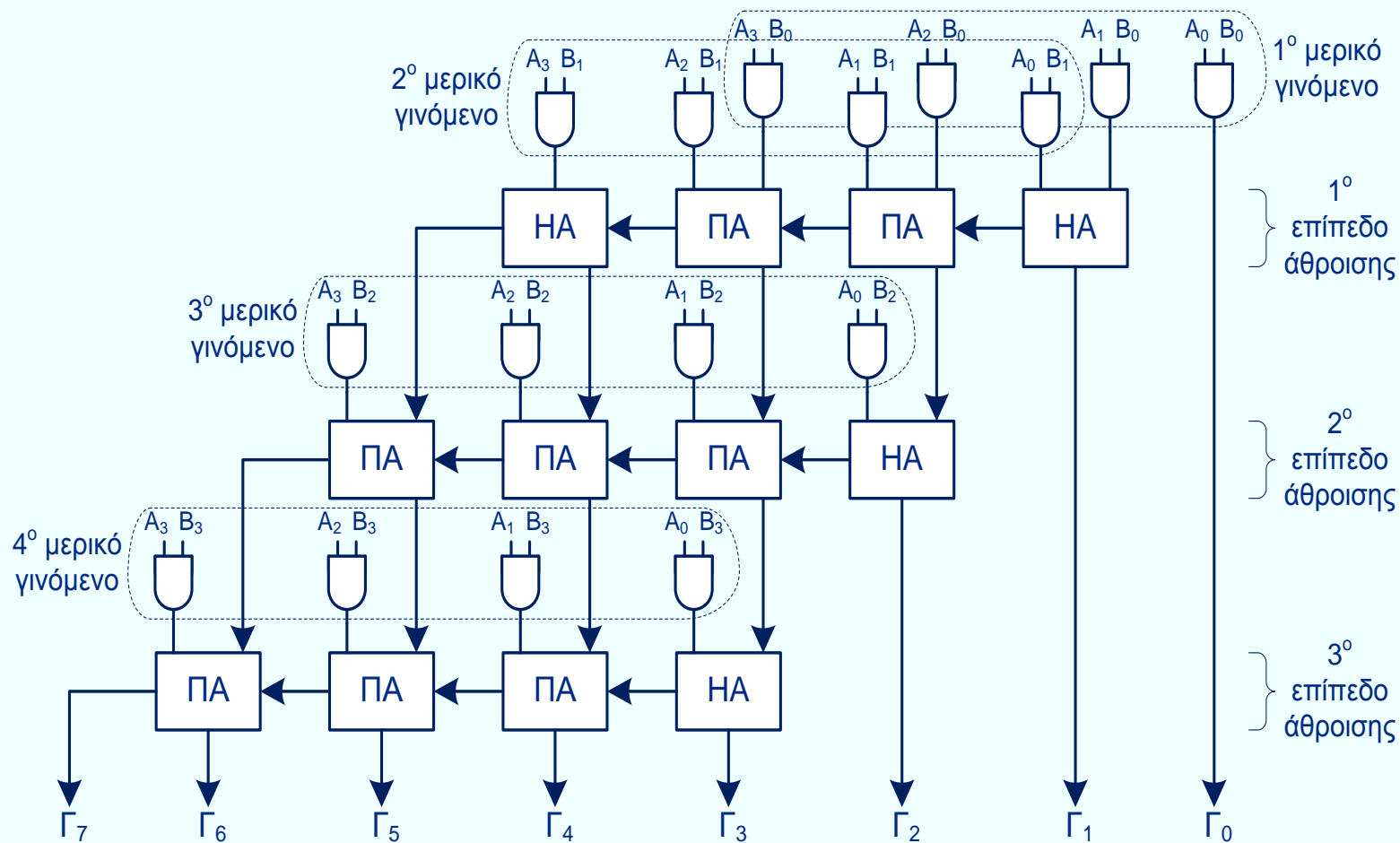
$A \times B_0$   
 $2 \times A \times B_1$

ημιάθροισμα  
 $2^2 \times A \times B_2$

ημιάθροισμα  
 $2^3 \times A \times B_3$

$\Gamma = A \times B$

# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου



# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου

---

Πλήρης αθροιστής:

$$c_i = a_i \cdot b_i + a_i \cdot c_{i-1} + b_i \cdot c_{i-1}$$

$$s_i = a'_i \cdot b'_i \cdot c_{i-1} + a'_i \cdot b_i \cdot c'_{i-1} + a_i \cdot b'_i \cdot c'_{i-1} + a_i \cdot b_i \cdot c_{i-1}$$



κρατούμενου εξόδου = καθυστέρηση 2 πυλών  
αθροίσματος = καθυστέρηση 3 πυλών

Ημιαθροιστής:

$$c_i = a_i \cdot b_i$$



κρατούμενου εξόδου = καθυστέρηση 1 πύλης  
αθροίσματος = καθυστέρηση 2 πυλών

$$s_i = a_i \oplus b_i$$

# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου

καθυστέρηση ΠΑ:

κρατούμενου εξόδου = 2 πύλες

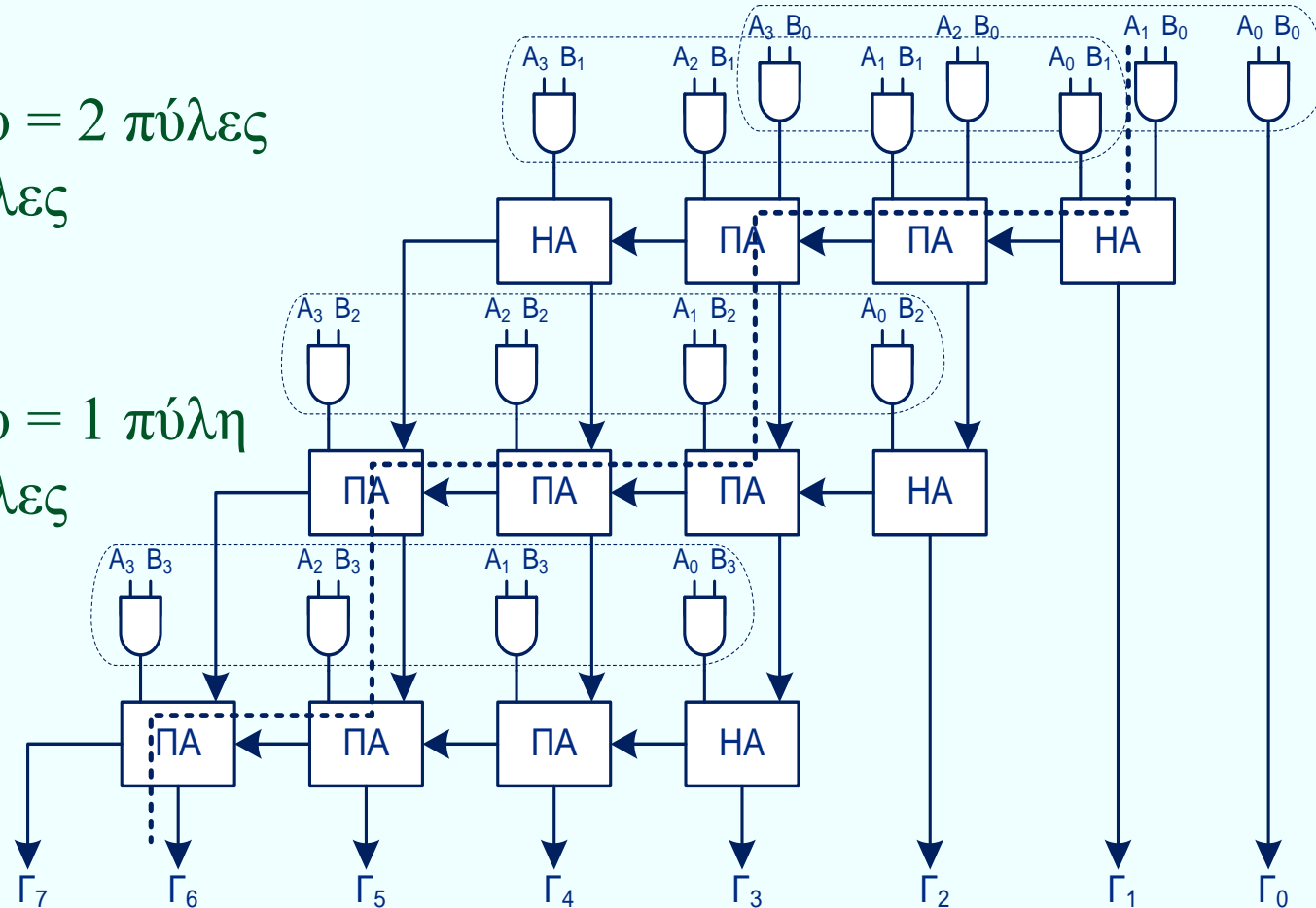
αθροίσματος = 3 πύλες

καθυστέρηση ΗΑ:

κρατούμενου εξόδου = 1 πύλη

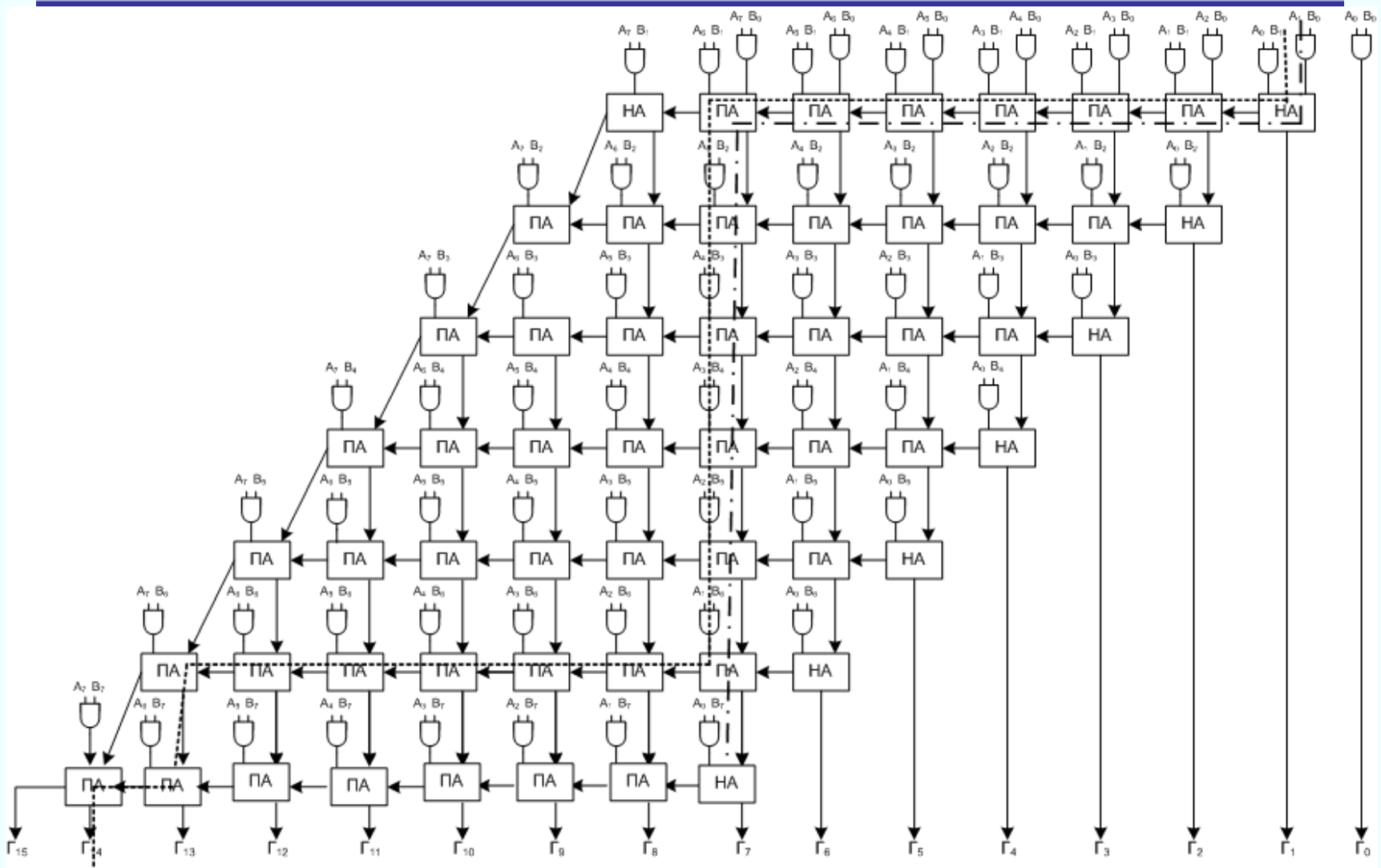
αθροίσματος = 2 πύλες

$T_{\delta\kappa} = 19$  πύλες



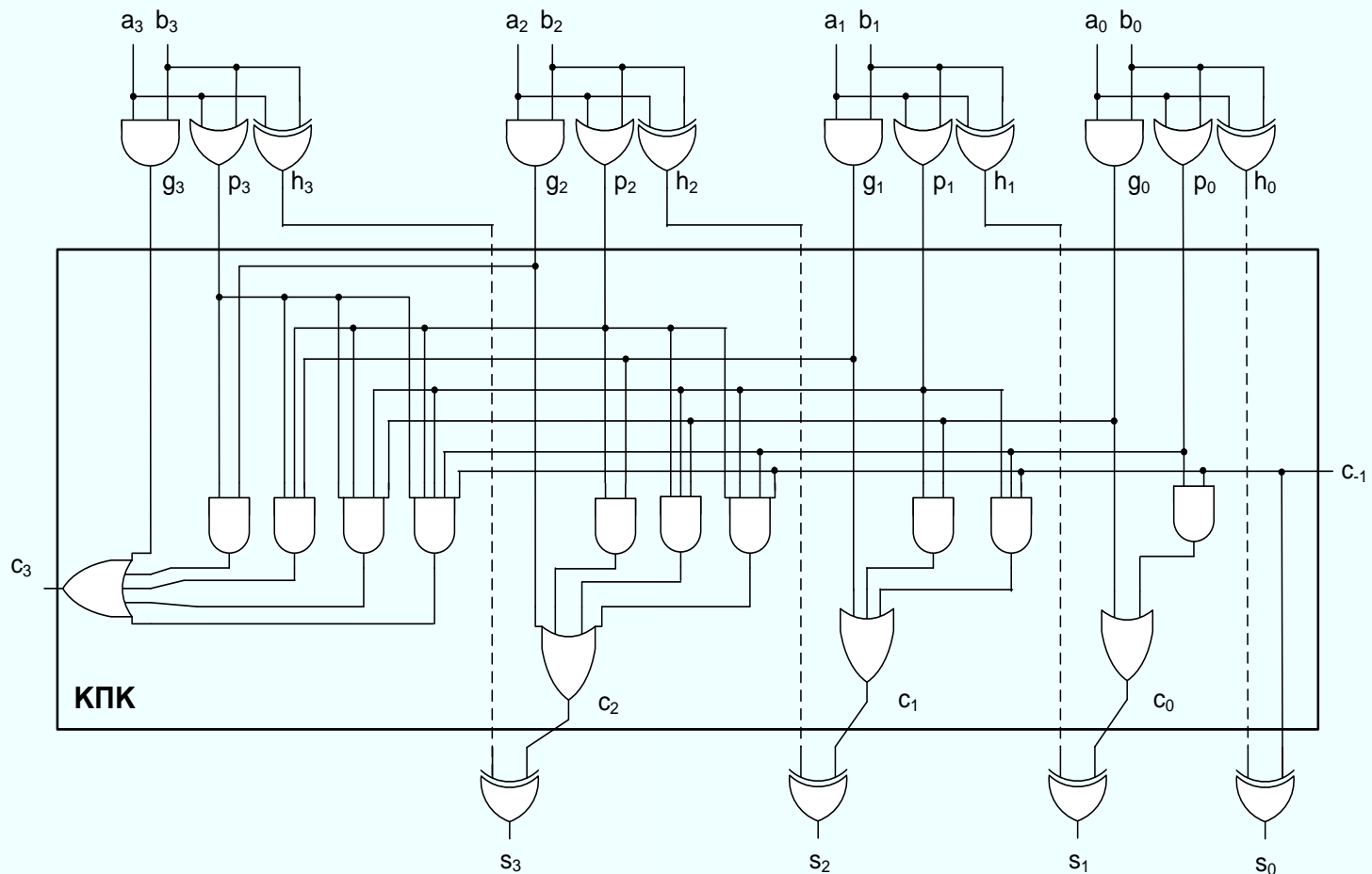
$$T_{\delta\kappa} = t_{AND} + t_{HA\text{carry}} + 2 \times (v-2) \times t_{\Pi A\text{carry}} + (v-1) \times t_{\Pi A\text{sum}}$$

# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου



$$T_{\delta\kappa} = t_{AND} + t_{HAcarry} + 2 \times (v-2) \times t_{\Pi A carry} + (v-1) \times t_{\Pi A sum}$$

# Αθροιστής πρόβλεψης κρατούμενου των 4 δυαδικών ψηφίων



*Καθυστέρηση = 5 πύλες*

# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου

καθυστέρηση ΠΑ:

κρατούμενου εξόδου = 2 πύλες

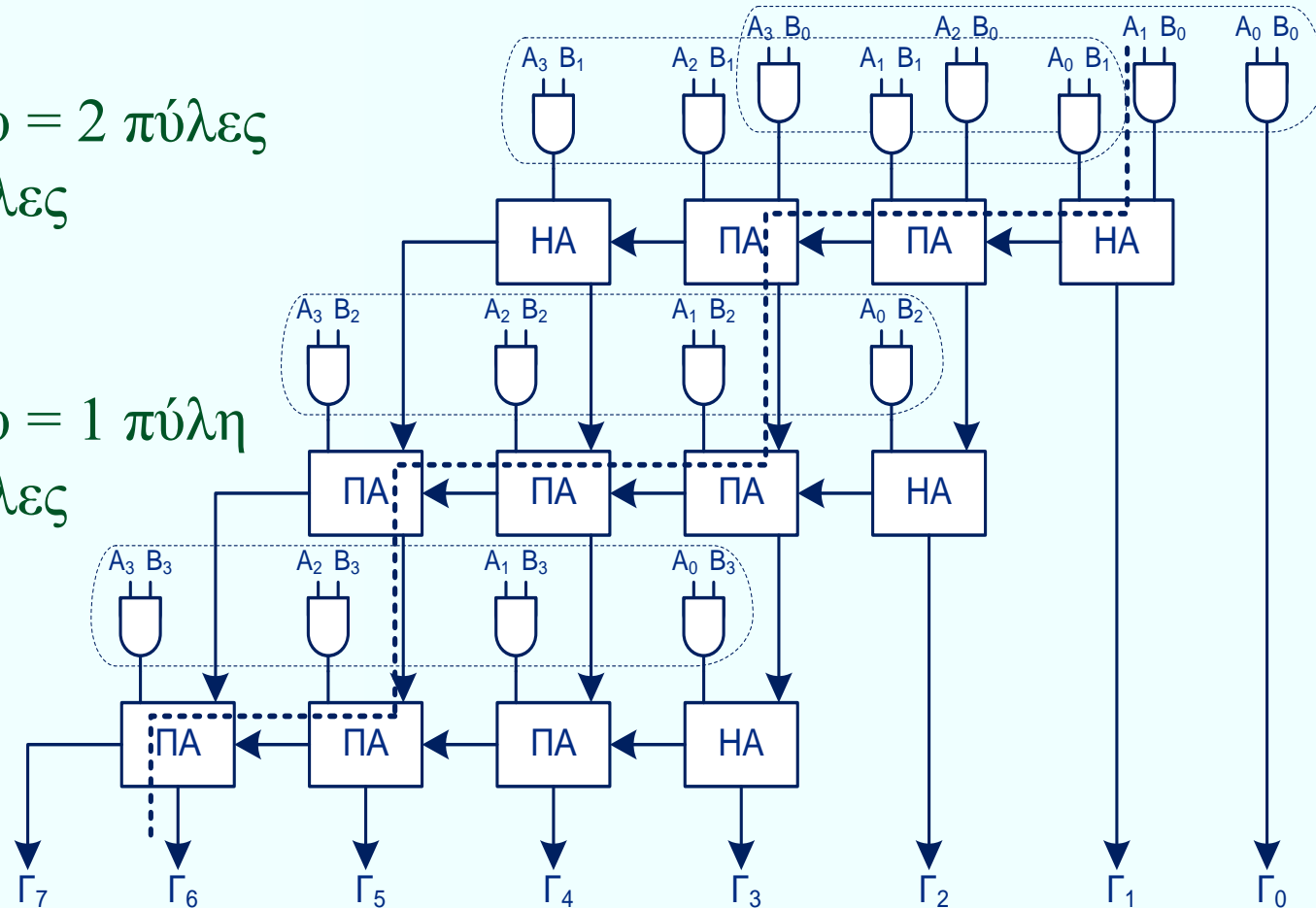
αθροίσματος = 3 πύλες

καθυστέρηση ΗΑ:

κρατούμενου εξόδου = 1 πύλη

αθροίσματος = 2 πύλες

$T_{\delta\kappa} = 19$  πύλες



Καθυστέρηση τελευταίας βαθμίδας = 5 πύλες

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου (1)

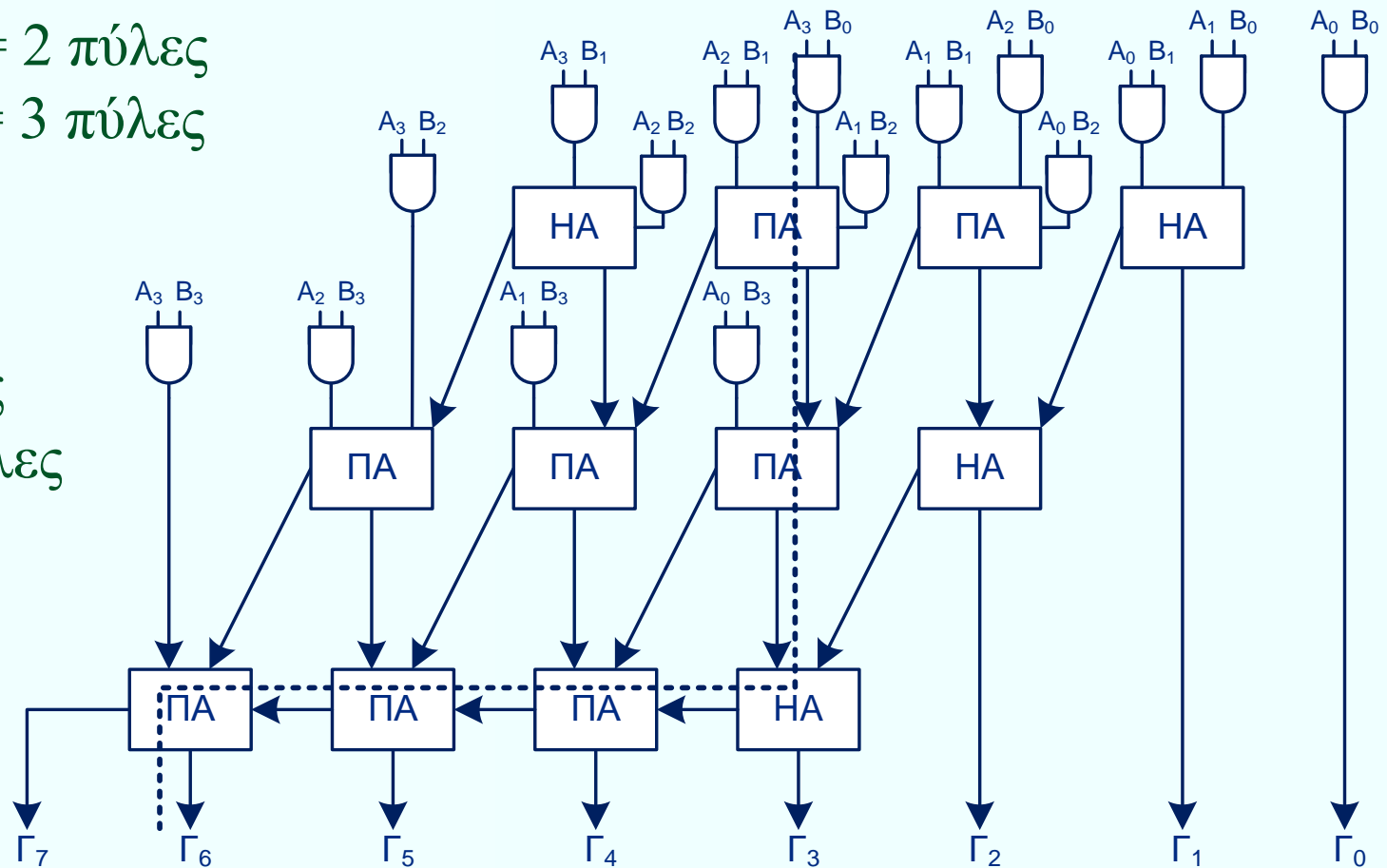
καθυστέρηση ΠΑ:

κρατ. εξόδου = 2 πύλες

αθροίσματος = 3 πύλες

$T_{\delta\kappa} = 19$  πύλες

$T_{\text{διατ.κ}} = 15$  πύλες

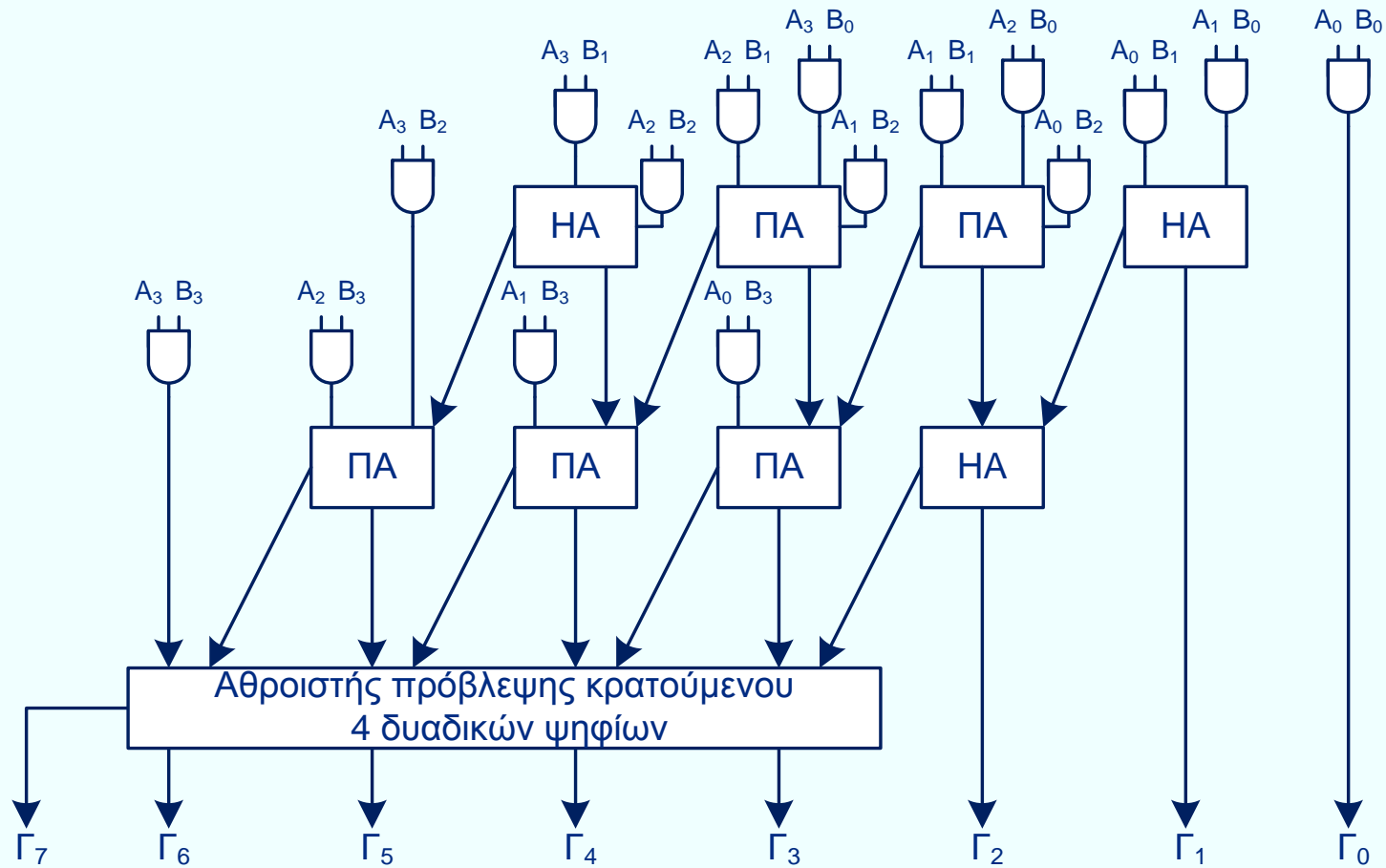


καθυστέρηση ΗΑ:

κρατ. εξόδου = 1 πύλη, αθροίσματος = 2 πύλες



# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου (2)



$$T_{\text{διατ.κ}} = t_{AND} + (v-2) \times t_{\text{ΠAsum}} + t_{ATB}$$

# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2

---

$$X' = 2^v - |X| \quad \text{με} \quad -2^{v-1} \leq X \leq 2^{v-1} - 1$$

$$-|X| = X' - 2^v$$

$$-|X| = 1 \times 2^{v-1} + \sum_{i=0}^{v-2} X_i \times 2^i - 2^v = -1 \times 2^{v-1} + \sum_{i=0}^{v-2} X_i \times 2^i$$

$$|X| = -X_{v-1} \times 2^{v-1} + \sum_{i=0}^{v-2} X_i \times 2^i$$

# Πολλαπλασιασμός για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2: $-118 \times (-90)$ (διαφ. 1)

Επανά- ληψη	λειτουργία	K1 / K2	K3
0	Τοποθέτηση αρχικών τιμών	000000000 10100110	110001010
1	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	000000000 01010011	110001010
2	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=1 \Rightarrow$ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	$\begin{array}{r} + 110001010 \\ \hline 110001010 \ 01010011 \\ 111000101 \ 00101001 \end{array}$	110001010
3	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=1 \Rightarrow$ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	$\begin{array}{r} + 110001010 \\ \hline 101001111 \ 00101001 \\ 110100111 \ 10010100 \end{array}$	110001010
4	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	111010011 11001010	110001010

# Πολλαπλασιασμός για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2: $-118 \times (-90)$ (διαφ. 2)

5	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	111101001 11100101	110001010
6	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=1 \Rightarrow$ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	$+ 110001010$ ----- 101110011 11100101 110111001 11110010	110001010
7	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=0 \Rightarrow$ όχι πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	111011100 11111001	110001010
8	$\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2)=1 \Rightarrow$ αφαίρεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	$- 110001010$ ----- 001010010 11111001 000101001 01111100	110001010

# Αντικατάσταση ομάδας μονάδων

## Ομάδα θετικών μονάδων

βάρη	...	$2^{j+2}$	$2^{j+1}$	$2^j$	...	$2^{i+1}$	$2^i$	$2^{i-1}$	...
1 <sup>η</sup> παράσταση	...	0	0	1	...	1	1	0	...
2 <sup>η</sup> παράσταση	...	0	1	0	...	0	-1	0	...

$$00011111=63$$

$$00100000-1=63$$

# Αντικατάσταση ομάδας μονάδων

## Ομάδα θετικών μονάδων

βάρη	...	$2^{j+2}$	$2^{j+1}$	$2^j$	...	$2^{i+1}$	$2^i$	$2^{i-1}$	...
1 <sup>η</sup> παράσταση	...	0	0	1	...	1	1	0	...
2 <sup>η</sup> παράσταση	...	0	1	0	...	0	-1	0	...

## Ομάδα αρνητικών μονάδων

βάρη	...	$2^{j+2}$	$2^{j+1}$	$2^j$	...	$2^{i+1}$	$2^i$	$2^{i-1}$	...
1 <sup>η</sup> παράσταση	...	0	0	-1	...	-1	-1	0	...
2 <sup>η</sup> παράσταση	...	0	-1	0	...	0	1	0	...

# Κανόνες του αλγόριθμου Booth

---

- 00: Βρισκόμαστε εντός μίας ακολουθίας μηδενικών, οπότε δεν εκτελούμε καμία αριθμητική πράξη
- 10: Βρισκόμαστε στην αρχή μίας ακολουθίας μονάδων, οπότε θα πρέπει από το πιο σημαντικό τμήμα του γινομένου να αφαιρέσουμε τον πολλαπλασιαστέο
- 11: Βρισκόμαστε εντός μίας ακολουθίας μονάδων, οπότε δεν εκτελούμε καμία αριθμητική πράξη
- 01: Βρισκόμαστε στο τέλος μίας ακολουθίας μονάδων, οπότε θα πρέπει στο πιο σημαντικό τμήμα του γινομένου να προσθέσουμε τον πολλαπλασιαστέο

---

---


$$\begin{aligned}
X &= -X_{\nu-1} \times 2^{\nu-1} + X_{\nu-2} \times 2^{\nu-2} + \dots + X_{\nu-k} \times 2^{\nu-k} + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i = \\
&= -2^{\nu-1} + 2^{\nu-2} + \dots + 2^{\nu-k+1} + 2^{\nu-k} + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i = \\
&= -2^{\nu-1} + (2^{\nu-2} + \dots + 2^{\nu-k+1} + 2^{\nu-k}) + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i = \\
&= -2^{\nu-1} + (2^{\nu-1} + 0 + \dots + 0 - 2^{\nu-k}) + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i = \\
&= -2^{\nu-k} + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i
\end{aligned}$$



# Πολλαπλασιασμός με τον αλγόριθμο Booth -118×(-90) (διαφ. 1)

Επανά- ληψη	λειτουργία	K1      K2    K2ε	K3
0	Τοποθέτηση αρχικών τιμών	000000000 10100110 0	110001010
1	ΛΣΖ(K2/K2ε)=00⇒ καμία πράξη Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	000000000 01010011 0	110001010
2	ΛΣΖ(K2/K2ε)=10⇒ αφαίρεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	+ 001110110 ----- 001110110 01010011 0 000111011 00101001 1	11001010
3	ΛΣΖ(K2/K2ε)=11⇒ καμία πράξη Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	000011101 10010100 1	110001010
4	ΛΣΖ(K2/K2ε)=01⇒ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	+ 110001010 ----- 110100111 10010100 1 111010011 11001010 0	110001010

# Πολλαπλασιασμός με τον αλγόριθμο Booth -118×(-90) (διαφ. 2)

5	$\Lambda\Sigma Z(K2/K2\varepsilon)=00 \Rightarrow$ καμία πράξη Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	111101001    11100101 <b>0</b>	110001010
6	$\Lambda\Sigma Z(K2/K2\varepsilon)=10 \Rightarrow$ αφαίρεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	+ 001110110 ----- 001011111    11100101 0 000101111    11110010 <b>1</b>	110001010
7	$\Lambda\Sigma Z(K2/K2\varepsilon)=01 \Rightarrow$ πρόσθεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	+ 110001010 ----- 110111001    11110010 1 111011100    11111001 <b>0</b>	110001010
8	$\Lambda\Sigma Z(K2/K2\varepsilon)=10 \Rightarrow$ αφαίρεση Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά	+ 001110110 ----- 001010010    11111001 0 000101001    01111100 1	110001010

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο

---

Για να αποφύγουμε την επέκταση προσήμου μπορούμε αντί να προσθέτουμε τα μερικά γινόμενα που είναι σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο να προσθέτουμε τις τιμές τους.

Μερικό γινόμενο των τεσσάρων δυαδικών ψηφίων:  $x_3x_2x_1x_0$   
Εάν  $x_3=0$  τότε το  $0x_2x_1x_0$  δίνει την τιμή του. Εάν  $x_3=1$  τότε το  $-1x_2x_1x_0$  δίνει την τιμή του

Επομένως άσχετα με το εάν ένα μερικό γινόμενο  $x_{v-1}x_{v-1}\dots x_1x_0$  είναι θετικό ή αρνητικό θα μπορούσαμε να το εκφράσουμε ως το άθροισμα

$$x'_{v-1} \quad \dots \quad x_1 \quad x_0$$

$$-1$$

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο

---

Έστω ότι έχουμε πολλαπλασιαστή και πολλαπλασιαστέο των τεσσάρων δυαδικών ψηφίων και ότι τα τέσσερα μερικά γινόμενα είναι τα  $W = w_3w_2w_1w_0$ ,  $X = x_3x_2x_1x_0$ ,  $Y = y_3y_2y_1y_0$  και  $Z = z_3z_2z_1z_0$ . Το  $Z$  είναι το μερικό γινόμενο που αντιστοιχεί στο δυαδικό ψηφίο πρόσημου του πολλαπλασιαστή και άρα πρέπει να αφαιρεθεί από τα υπόλοιπα μερικά γινόμενα, ή διαφορετικά, πρέπει να προστεθεί σε αυτά το συμπλήρωμά του ως προς δύο, το οποίο ισούται με

$$\overline{z_3} \overline{z_2} \overline{z_1} \overline{z_0} + 1$$

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο

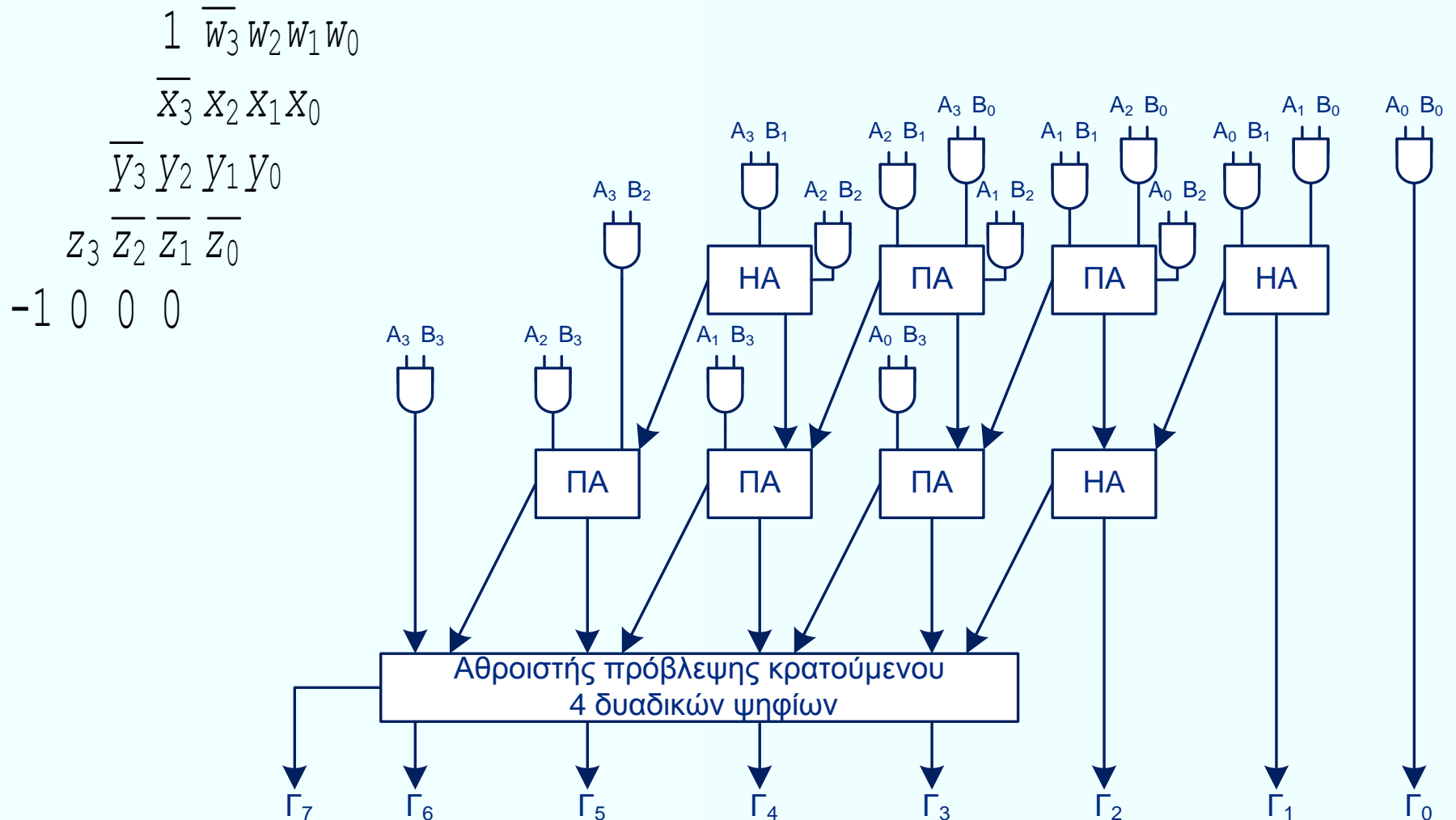
$$\begin{array}{r}
 \overline{W_3} \ W_2 \ W_1 \ W_0 \\
 -1 \\
 \overline{X_3} \ X_2 \ X_1 \ X_0 \\
 -1 \\
 \overline{Y_3} \ Y_2 \ Y_1 \ Y_0 \\
 -1 \\
 Z_3 \ \overline{Z_2} \ \overline{Z_1} \ \overline{Z_0} \\
 -1 \qquad \qquad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \overline{W_3} \ W_2 \ W_1 \ W_0 \\
 \overline{X_3} \ X_2 \ X_1 \ X_0 \\
 \overline{Y_3} \ Y_2 \ Y_1 \ Y_0 \\
 Z_3 \ \overline{Z_2} \ \overline{Z_1} \ \overline{Z_0} \\
 -1 -1 -1
 \end{array}$$

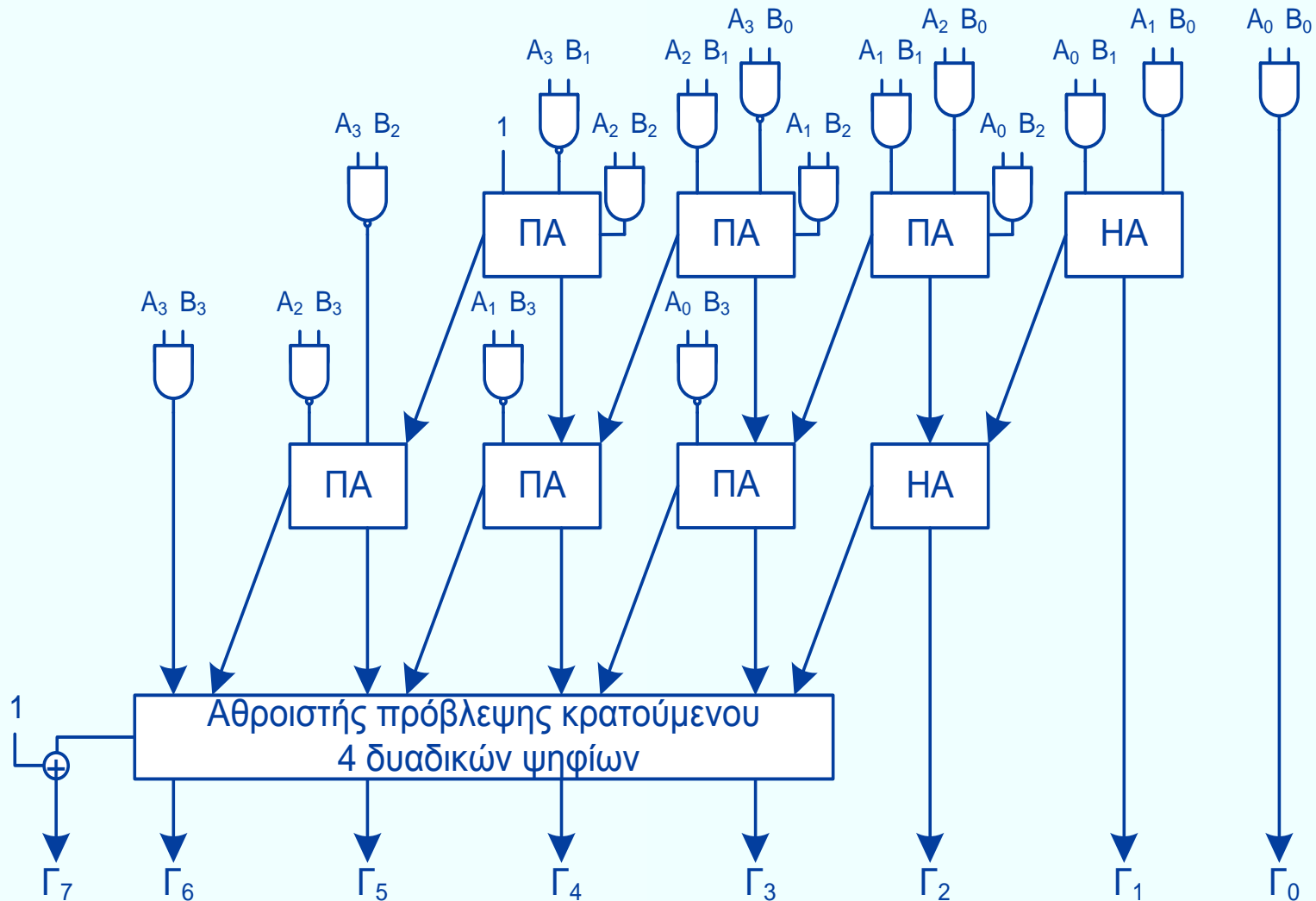
$$\begin{array}{r}
 \overline{W_3} \ W_2 \ W_1 \ W_0 \\
 \overline{X_3} \ X_2 \ X_1 \ X_0 \\
 \overline{Y_3} \ Y_2 \ Y_1 \ Y_0 \\
 Z_3 \ \overline{Z_2} \ \overline{Z_1} \ \overline{Z_0} \\
 -1 \ 0 \ 0 \ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \ \overline{W_3} \ W_2 \ W_1 \ W_0 \\
 \overline{X_3} \ X_2 \ X_1 \ X_0 \\
 \overline{Y_3} \ Y_2 \ Y_1 \ Y_0 \\
 Z_3 \ \overline{Z_2} \ \overline{Z_1} \ \overline{Z_0} \\
 -1 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

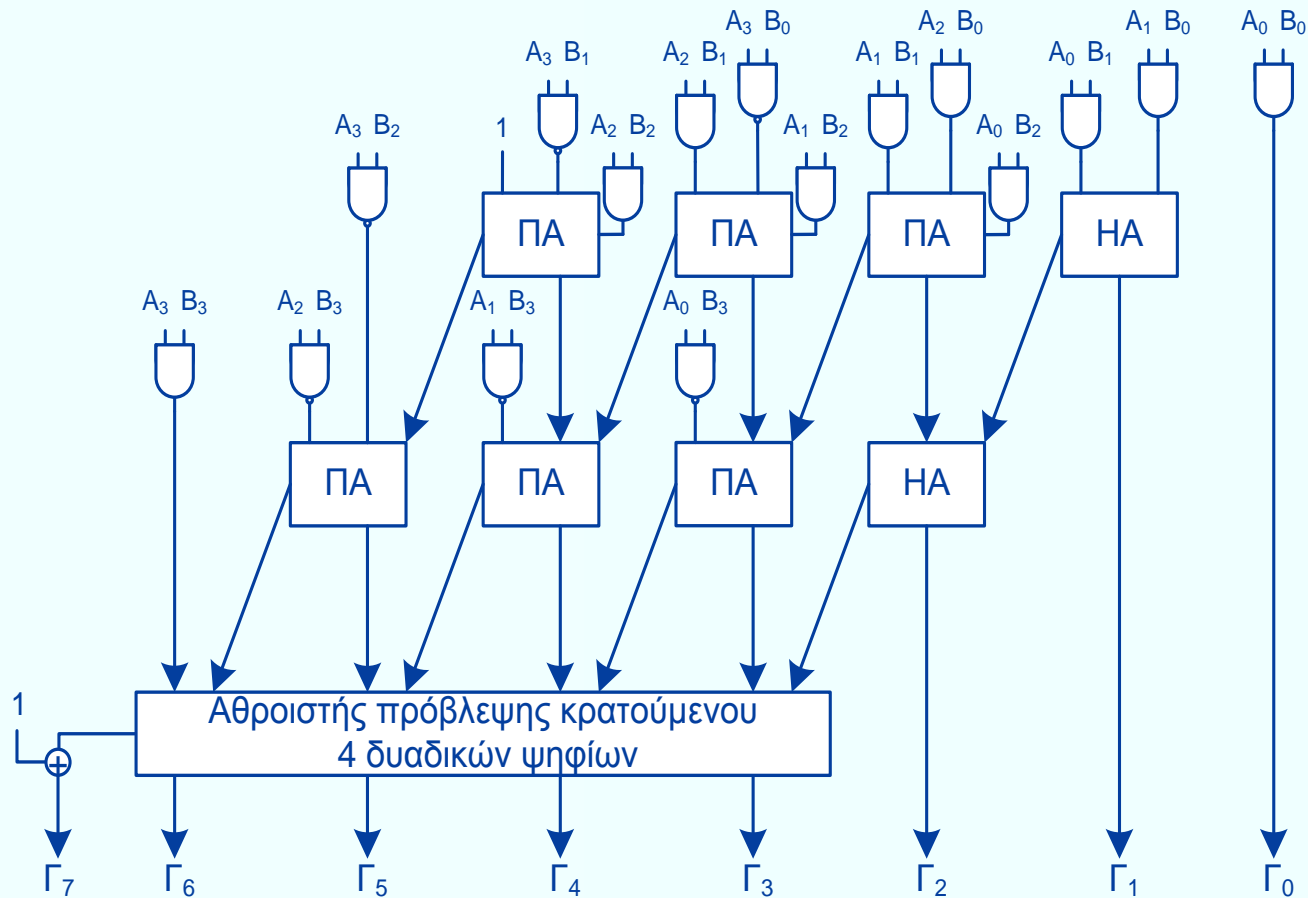
# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο



# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο



# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο



**Πλήθος μερικών γινομένων;**



# Τροποποιημένος αλγόριθμος Booth

---

Τριάδα  
 $B_{j+1}B_jB_{j-1}$

Το μερικό γινόμενο που αντιστοιχεί σε κάθε τριάδα δυαδικών ψηφίων, ισούται με το άθροισμα δύο μερικών γινομένων

$\alpha_7\alpha_6\alpha_5\alpha_4\alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_0$



$\alpha_7\alpha_6\alpha_5\alpha_4\alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_00$

# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 1)

Τριάδα $B_{j+1}B_jB_{j-1}$	Μερικό γινόμενο
$\underline{0\ 0\ 0}$	Δεξιότερη δυάδα: $00 \rightarrow$ Μερικό γινόμενο = 0 Αριστερότερη δυάδα: $00 \rightarrow$ Μερικό γινόμενο = 0 (x 2) Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = 0
$\underline{0\ 0\ 1}$	Δεξιότερη δυάδα: $01 \rightarrow$ Μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος Αριστερότερη δυάδα: $00 \rightarrow$ Μερικό γινόμενο = 0 (x 2) Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος Συμβολισμός: $\mu\Gamma \times 1$
$\underline{0\ 1\ 0}$	Δεξιότερη δυάδα: $10 \rightarrow$ Μερικό γινόμενο = - πολλαπλασιαστέος Αριστερότερη δυάδα: $01 \rightarrow$ Μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος (x 2) Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος Συμβολισμός: $\mu\Gamma \times 1$
$\underline{0\ 1\ 1}$	Δεξιότερη δυάδα: $11 \rightarrow$ Μερικό γινόμενο = 0 Αριστερότερη δυάδα: $01 \rightarrow$ Μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος (x 2) Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = 2 x πολλαπλασιαστέος Συμβολισμός: $\mu\Gamma \times 2$

# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 2)

Τριάδα $B_{j+1}B_jB_{j-1}$	Μερικό γινόμενο
<u>1 0 0</u>	<p>Δεξιότερη δυάδα: 00 → Μερικό γινόμενο = 0</p> <p>Αριστερότερη δυάδα: 10 → Μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστής (x 2)</p> <p>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = – 2 x πολλαπλασιαστής</p> <p>Συμβολισμός: <math>\mu\Gamma x-2</math></p>
<u>1 0 1</u>	<p>Δεξιότερη δυάδα: 01 → Μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστής</p> <p>Αριστερότερη δυάδα: 10 → Μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστής (x 2)</p> <p>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστής</p> <p>Συμβολισμός: <math>\mu\Gamma x-1</math></p>
<u>1 1 0</u>	<p>Δεξιότερη δυάδα: 10 → Μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστής</p> <p>Αριστερότερη δυάδα: 11 → Μερικό γινόμενο = 0 (x 2)</p> <p>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστής</p> <p>Συμβολισμός: <math>\mu\Gamma x-1</math></p>
<u>1 1 1</u>	<p>Δεξιότερη δυάδα: 11 → Μερικό γινόμενο = 0</p> <p>Αριστερότερη δυάδα: 11 → Μερικό γινόμενο = 0 (x 2)</p> <p>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = 0</p>

# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 2)

						$\bar{P}_{0,8}$	$P_{0,7}$	$P_{0,6}$	$P_{0,5}$	$P_{0,4}$	$P_{0,3}$	$P_{0,2}$	$P_{0,1}$	$P_{0,0}$
						-1								
				$\bar{P}_{1,8}$	$P_{1,7}$	$P_{1,6}$	$P_{1,5}$	$P_{1,4}$	$P_{1,3}$	$P_{1,2}$	$P_{1,1}$	$P_{1,0}$		
				-1										
		$\bar{P}_{2,8}$	$P_{2,7}$	$P_{2,6}$	$P_{2,5}$	$P_{2,4}$	$P_{2,3}$	$P_{2,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,0}$				
		-1												
$\bar{P}_{3,8}$	$P_{3,7}$	$P_{3,6}$	$P_{3,5}$	$P_{3,4}$	$P_{3,3}$	$P_{3,2}$	$P_{3,1}$	$P_{3,0}$						
-1														

# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 2)

						$\bar{P}_{0,8}$	$P_{0,7}$	$P_{0,6}$	$P_{0,5}$	$P_{0,4}$	$P_{0,3}$	$P_{0,2}$	$P_{0,1}$	$P_{0,0}$
				$\bar{P}_{1,8}$	$P_{1,7}$	$P_{1,6}$	$P_{1,5}$	$P_{1,4}$	$P_{1,3}$	$P_{1,2}$	$P_{1,1}$	$P_{1,0}$		
		$\bar{P}_{2,8}$	$P_{2,7}$	$P_{2,6}$	$P_{2,5}$	$P_{2,4}$	$P_{2,3}$	$P_{2,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,0}$				
$\bar{P}_{3,8}$	$P_{3,7}$	$P_{3,6}$	$P_{3,5}$	$P_{3,4}$	$P_{3,3}$	$P_{3,2}$	$P_{3,1}$	$P_{3,0}$						
-1	0	-1	0	-1	0	-1								

Η τελευταία γραμμή στο παραπάνω άθροισμα είναι ισοδύναμη με

-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
----	---	----	---	----	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---

που με τη σειρά της είναι ισοδύναμη με

-1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

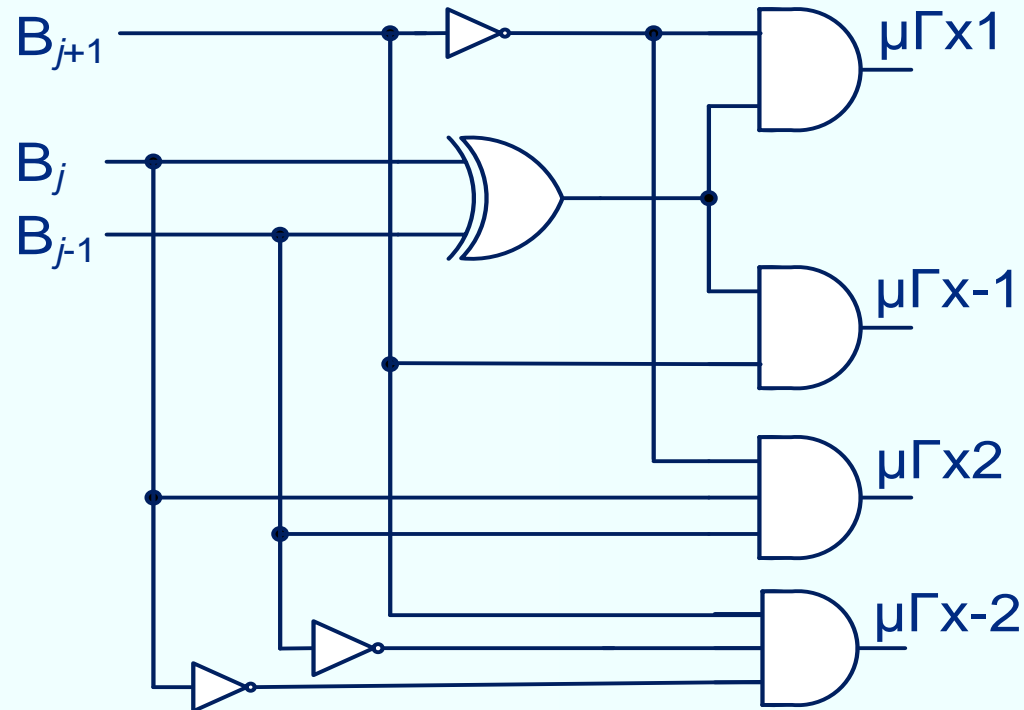
# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 2)

							$\bar{P}_{0,8}$	$P_{0,7}$	$P_{0,6}$	$P_{0,5}$	$P_{0,4}$	$P_{0,3}$	$P_{0,2}$	$P_{0,1}$	$P_{0,0}$
					$\bar{P}_{1,8}$	$P_{1,7}$	$P_{1,6}$	$P_{1,5}$	$P_{1,4}$	$P_{1,3}$	$P_{1,2}$	$P_{1,1}$	$P_{1,0}$		
			$\bar{P}_{2,8}$	$P_{2,7}$	$P_{2,6}$	$P_{2,5}$	$P_{2,4}$	$P_{2,3}$	$P_{2,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,0}$				
	$\bar{P}_{3,8}$	$P_{3,7}$	$P_{3,6}$	$P_{3,5}$	$P_{3,4}$	$P_{3,3}$	$P_{3,2}$	$P_{3,1}$	$P_{3,0}$						
-1	0	1	0	1	0	1	1								

ή ισοδύναμα

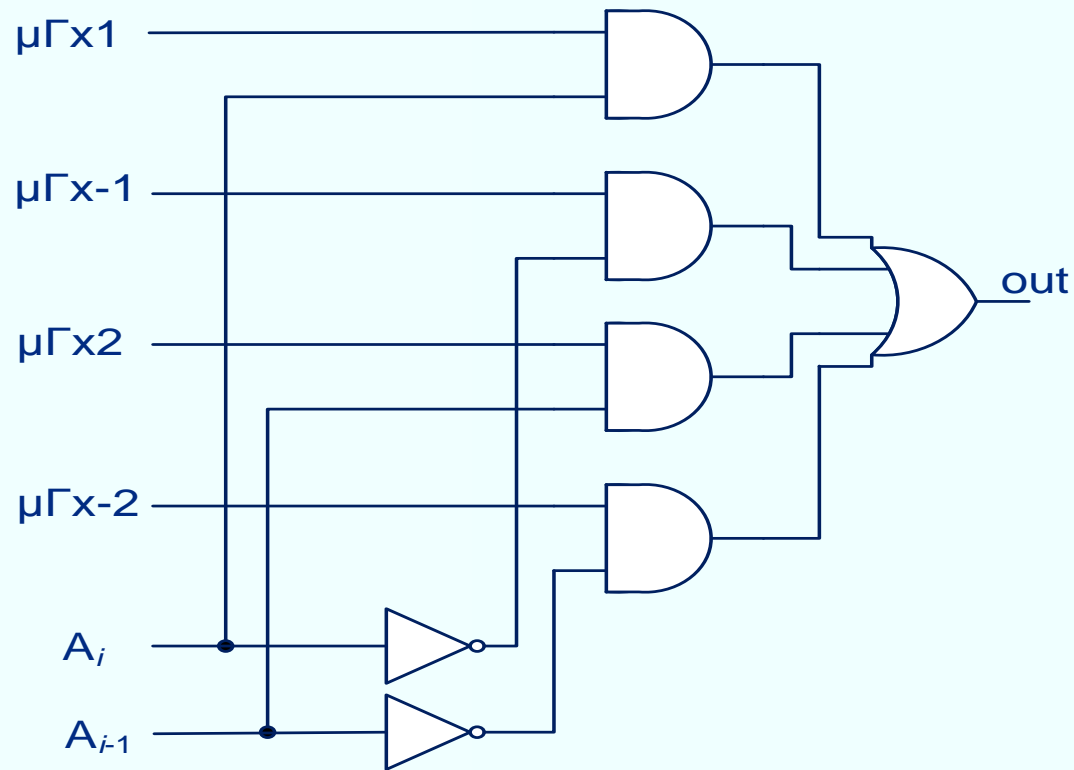
							1								
						1	$\bar{P}_{0,8}$	$P_{0,7}$	$P_{0,6}$	$P_{0,5}$	$P_{0,4}$	$P_{0,3}$	$P_{0,2}$	$P_{0,1}$	$P_{0,0}$
				1	$\bar{P}_{1,8}$	$P_{1,7}$	$P_{1,6}$	$P_{1,5}$	$P_{1,4}$	$P_{1,3}$	$P_{1,2}$	$P_{1,1}$	$P_{1,0}$		
		1	$\bar{P}_{2,8}$	$P_{2,7}$	$P_{2,6}$	$P_{2,5}$	$P_{2,4}$	$P_{2,3}$	$P_{2,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,0}$				
-1	$\bar{P}_{3,8}$	$P_{3,7}$	$P_{3,6}$	$P_{3,5}$	$P_{3,4}$	$P_{3,3}$	$P_{3,2}$	$P_{3,1}$	$P_{3,0}$						

# Κύκλωμα κωδικοποίησης ΚΚ



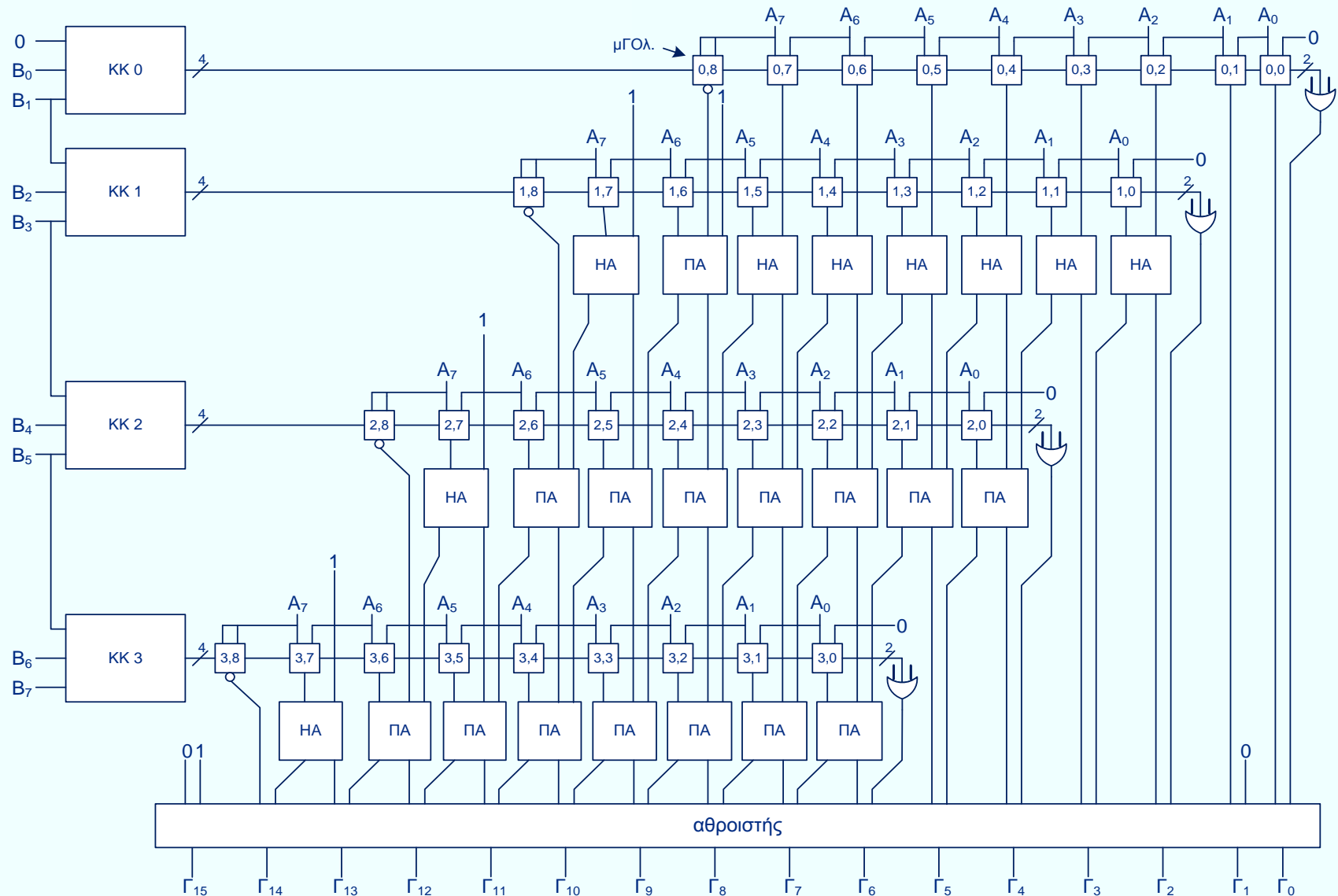
# κύκλωμα μερικού γινομένου-ολίσθησης μΓΟλ.

---

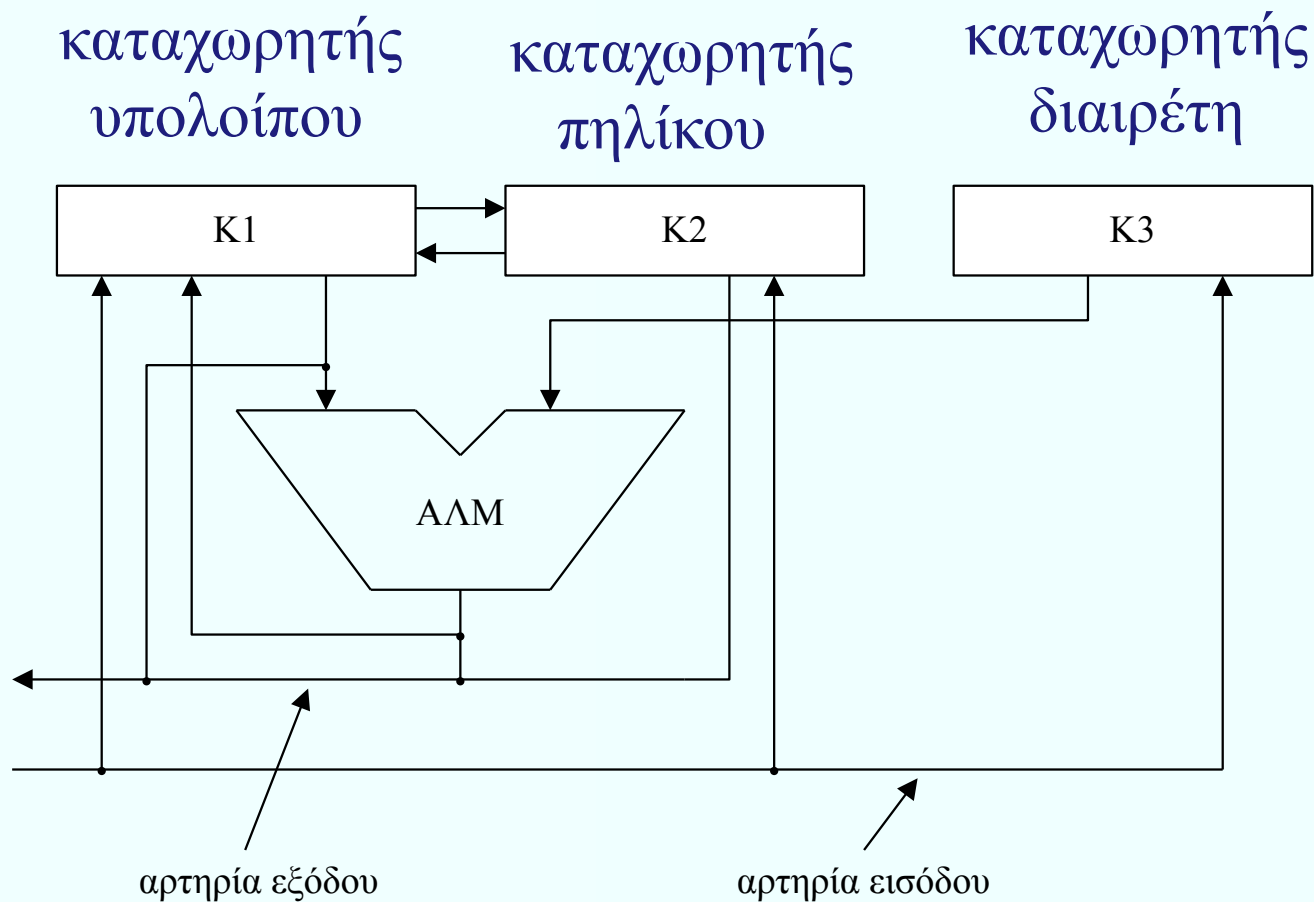




# Πολλαπλασιαστής των 8 δυαδικών ψηφίων που υλοποιεί τον τροποποιημένο αλγόριθμο Booth



# Αριθμητική Λογική Μονάδα με τη δυνατότητα εκτέλεσης διαίρεσης



\_\_\_\_\_

$$\text{διαίρετέος} < 2^n \times \text{διαίρετή}$$

# Διαίρεση δυαδικών αριθμών με χαρτί και μολύβι II

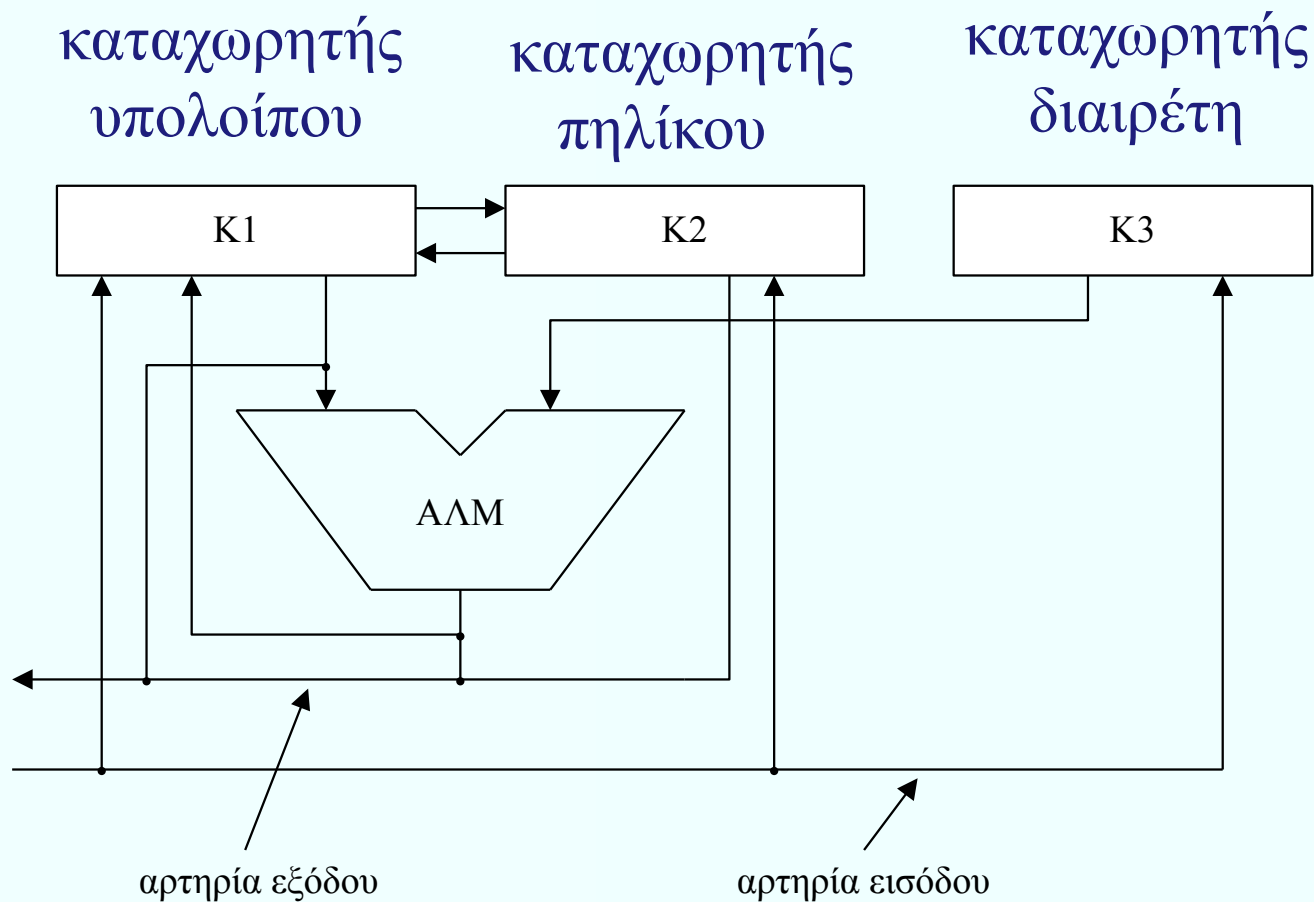
διαιρετέος  
=93

διαιρέτης  
=9

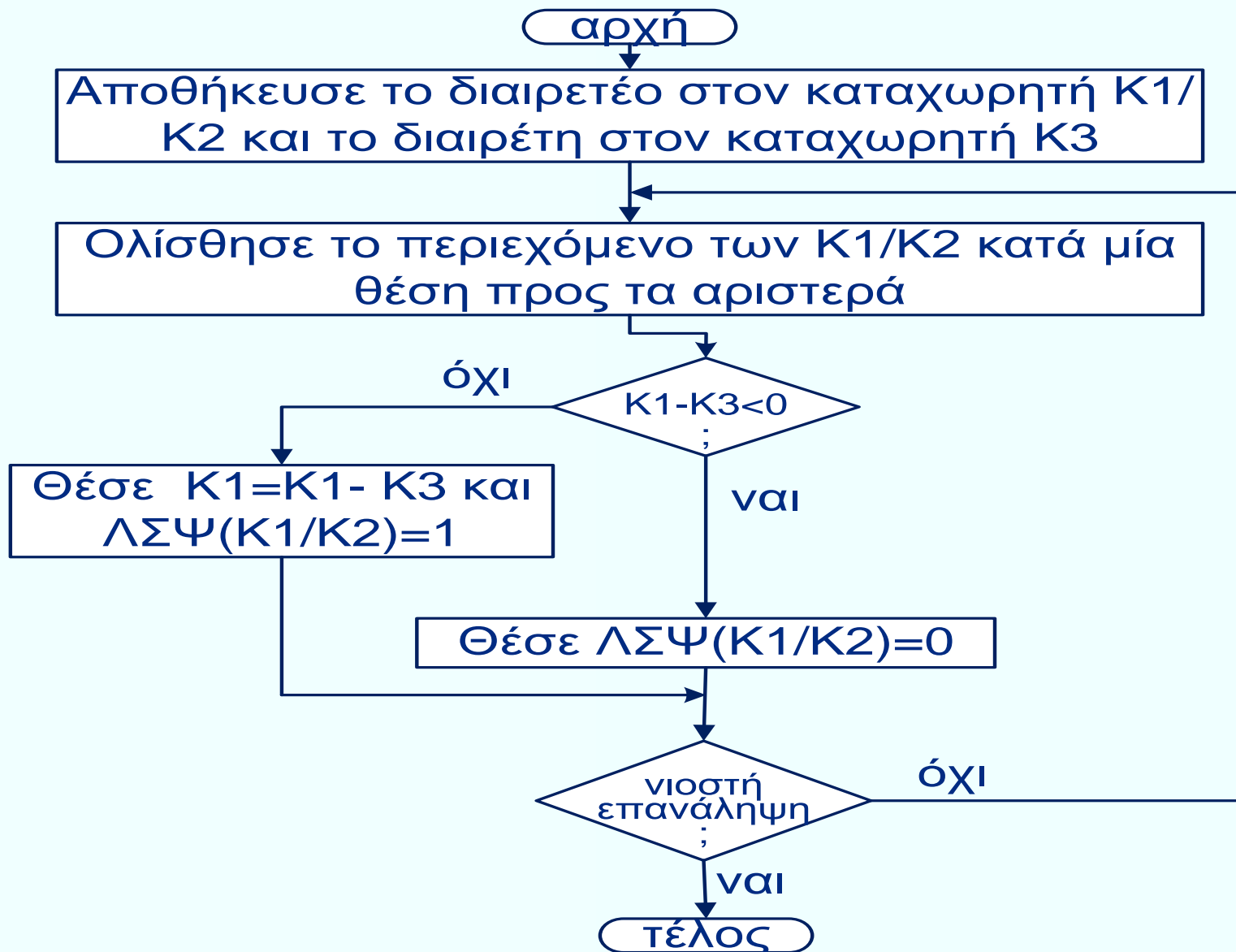
$$\begin{array}{r|l} 01011101 & 1001 \\ -1001 & \\ \hline 0010 & \\ 0101 & \\ 1010 & \\ -1001 & \\ \hline 0001 & \\ 0011 & \text{υπόλοιπο}=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 0101 \\ \hline 01010 \text{ πηλίκο}=10 \end{array}$$

$$\text{διαιρετέος} < 2^n \times \text{διαιρέτη}$$

# Αριθμητική Λογική Μονάδα με τη δυνατότητα εκτέλεσης διαίρεσης



# Αλγόριθμος εκτέλεσης της πράξης της διαίρεσης μεταξύ μη προσημασμένων αριθμών



# Διαίρεση με διαδοχικές ολισθήσεις και αφαιρέσεις 75:10 (διαφ. 1)

Επανά- ληψη	λειτουργία	Κεξ K1 / K2	K3
0	Τοποθέτηση αρχικών τιμών	0 0100 1011	1010
1	Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα αριστερά $K1 - K3 < 0 \rightarrow$ θέσε $\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2) = 0$ μη κάνεις αφαίρεση	0 1001 011_ 0 1001 0110	1010
2	Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα αριστερά $K1 - K3 > 0 \rightarrow$ θέσε $\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2) = 1$ κάνε αφαίρεση	1 0010 110_ 1 0010 1101 -1010 ----- 0 1000 1101	1010
3	Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα αριστερά $K1 - K3 > 0 \rightarrow$ θέσε $\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2) = 1$ κάνε αφαίρεση	1 0001 101_ 1 0001 1011 - 1010 ----- 0 0111 1011	1010

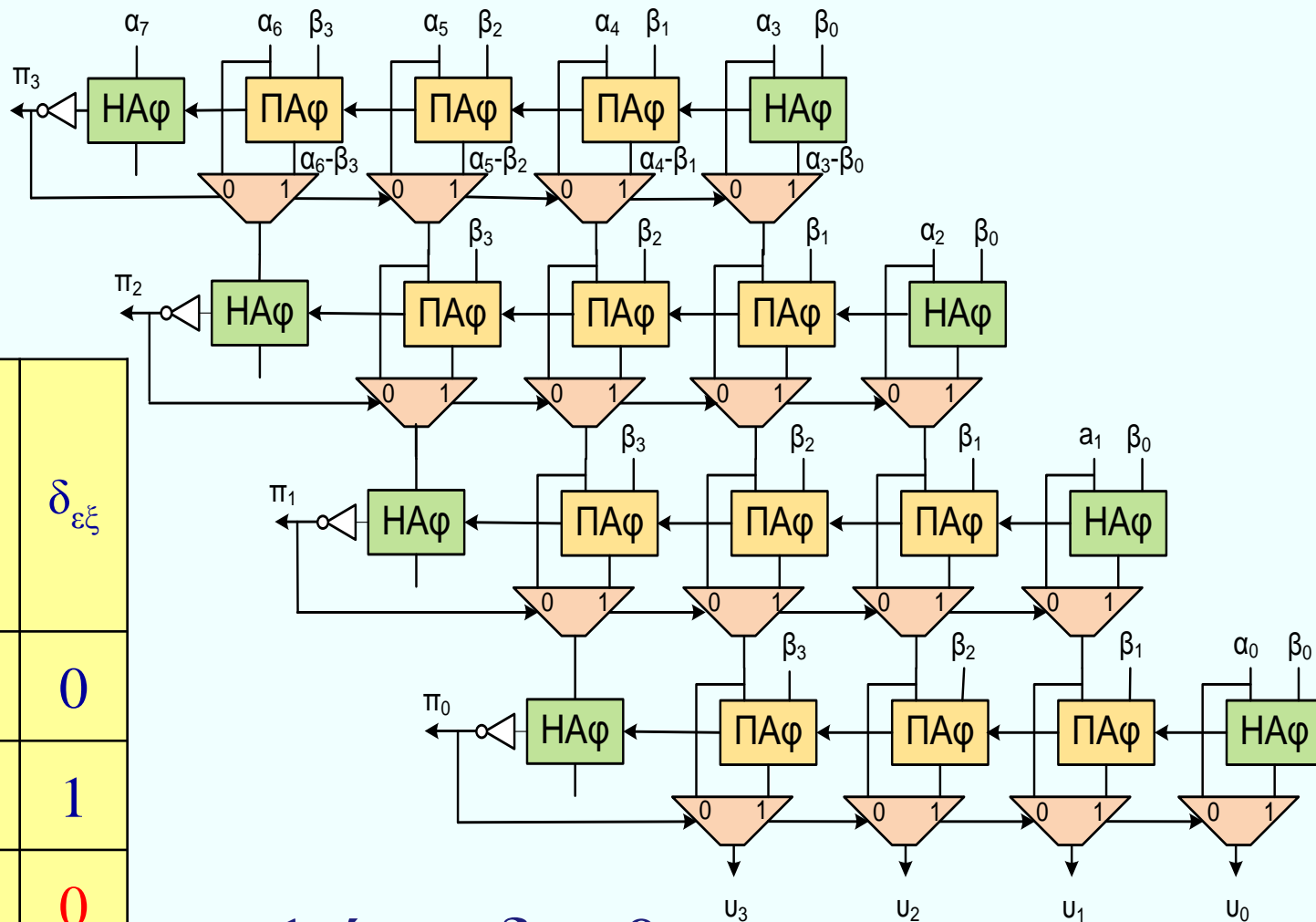
# Διαίρεση με διαδοχικές ολισθήσεις και αφαιρέσεις 75:10      διαφ. 2)

---

4	Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα αριστερά $K1 - K3 > 0 \rightarrow$ θέσε $\Lambda\Sigma\Psi(K1/K2) = 1$ κάνε αφαίρεση	0 1111 011_ 0 1111 0111 -1010 ----- 0101 0111	1010
---	--	---	------



# Συνδυαστική μονάδα εκτέλεσης διαίρεσης



διαιρετέος <  
 $2^v \times$  διαιρέτη

$\alpha_7$	$\delta_{\text{εισ}}$	$\alpha_7 - \delta_{\text{εισ}}$	$\delta_{\text{εξ}}$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

$\pi=1$  όταν  $\delta_{\text{εξ}}=0$

# Πίνακας αληθείας ημιαφαιρέτη

$a_7$	$\delta_{\epsilon\iota\sigma}$	$a_7 - \delta_{\epsilon\iota\sigma}$	$\delta_{\epsilon\xi}$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

$$\delta_{\epsilon\xi} = a'_7 \cdot \delta_{\epsilon\iota\sigma}$$

$$\pi=1 \text{ όταν } \delta_{\epsilon\xi}=0$$

# Πίνακας αληθείας ημιαφαιρέτη

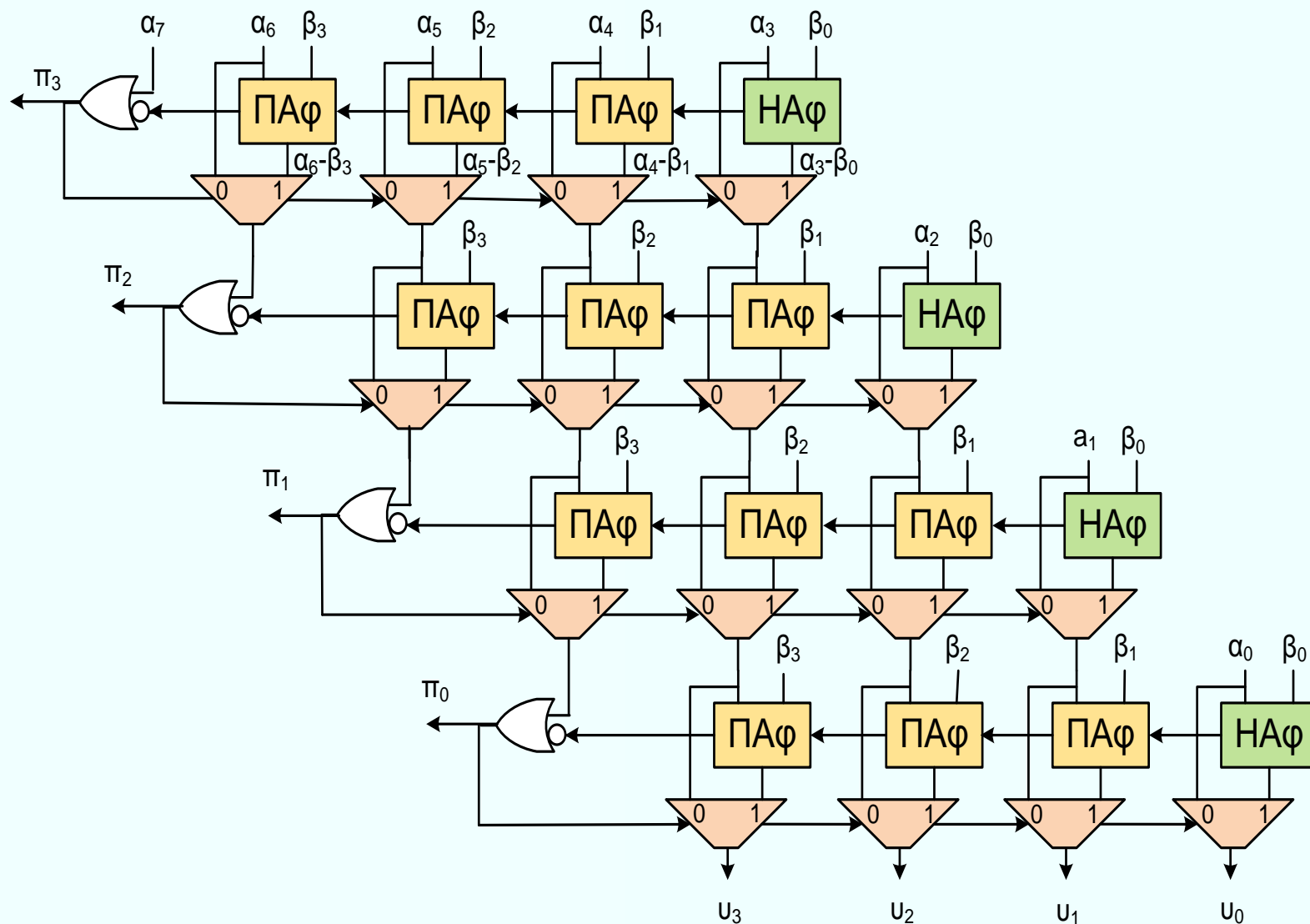
---

$$\delta_{\varepsilon\xi} = \alpha'_7 \cdot \delta_{\varepsilon\iota\sigma}$$

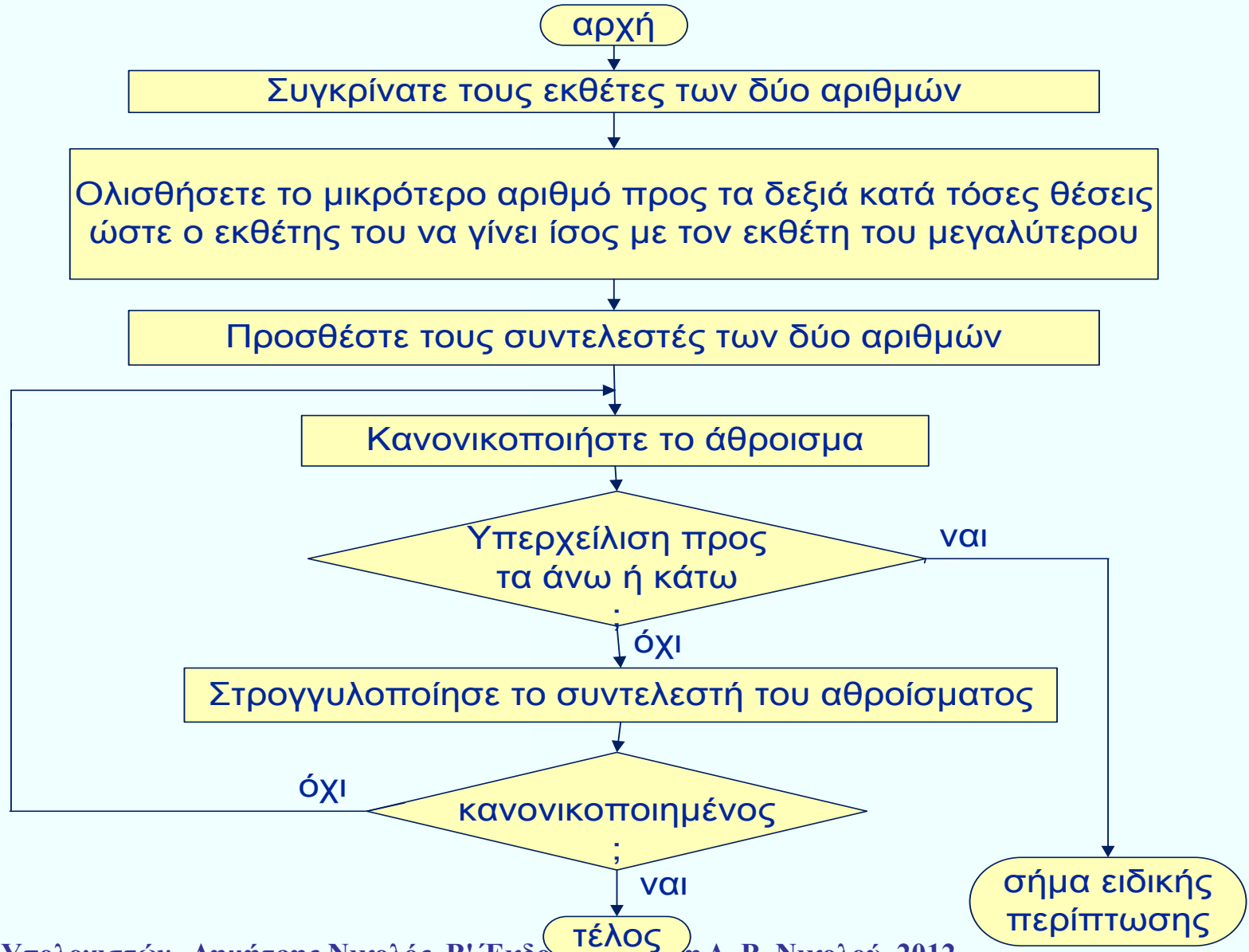
$\pi=1$  όταν  $\delta_{\varepsilon\xi}=0$  επομένως:

$$\pi=\delta'_{\varepsilon\xi}=(\alpha'_7 \cdot \delta_{\varepsilon\iota\sigma})' = \alpha_7 + \delta'_{\varepsilon\iota\sigma}$$

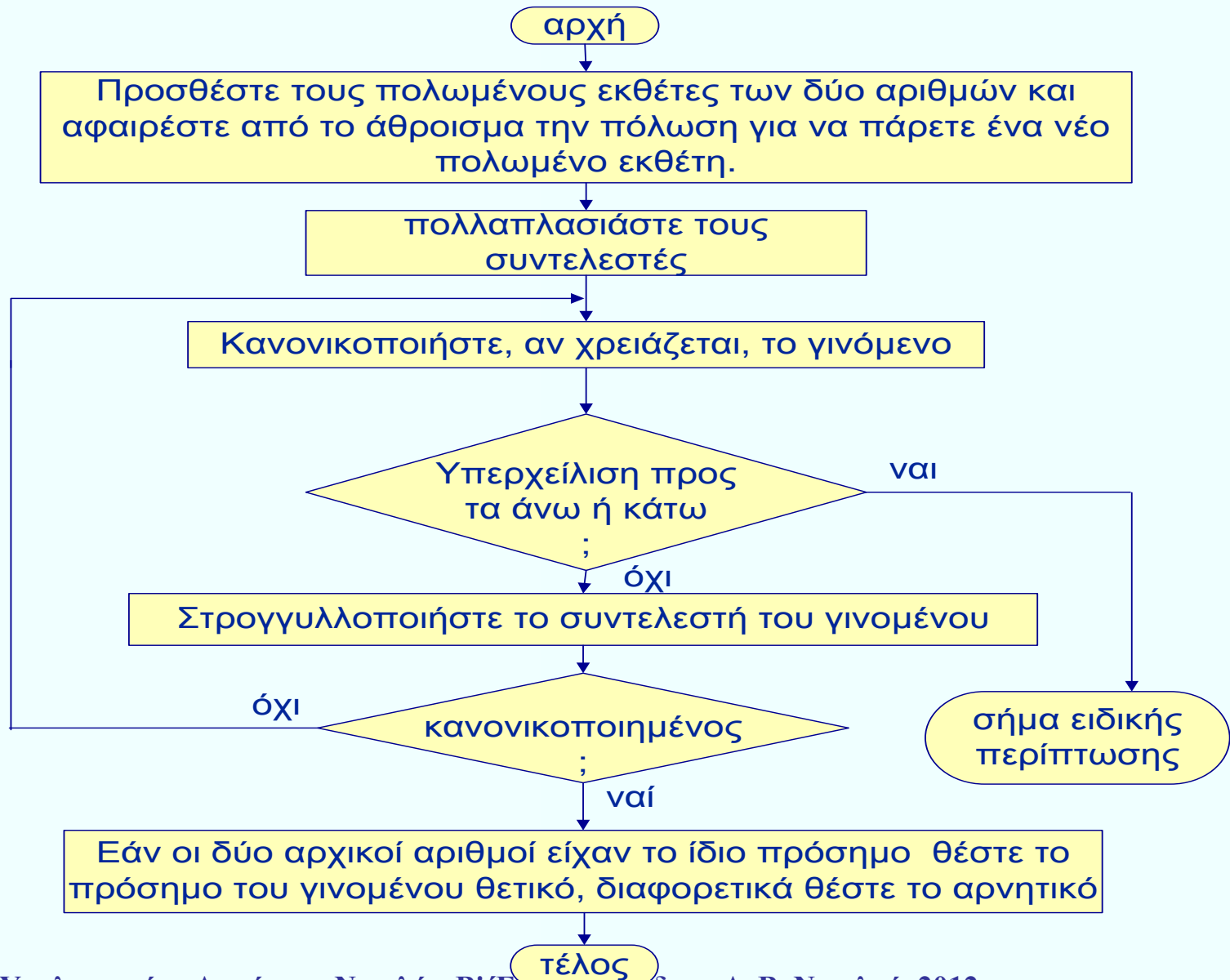
# Συνδυαστική μονάδα εκτέλεσης διαίρεσης



# Αλγόριθμος εκτέλεσης πρόσθεσης μεταξύ αριθμών κινητής υποδιαστολής



# Αλγόριθμος εκτέλεσης πολλαπλασιασμού μεταξύ αριθμών κινητής υποδιαστολής



# Ακρίβεια αποτελέσματος και σφάλματα I

---

- Με ένα πεπερασμένο πλήθος δυαδικών ψηφίων μπορούμε να παραστήσουμε ένα πεπερασμένο πλήθος αριθμών. Επομένως υπάρχουν αριθμοί που δεν μπορούν να παρασταθούν ακριβώς (**σφάλμα αναπαράστασης, representation error**)
- Από αριθμούς με ακριβή αναπαράσταση μπορεί να προκύψει μη ακριβές αποτέλεσμα, π.χ. γινόμενο δύο αριθμών κινητής υποδιαστολής με συντελεστή των 48 δυαδικών ψηφίων που πρέπει να στρογγυλοποιηθεί σε 24 δυαδικά ψηφία (**σφάλμα υπολογισμού, computation error**)
  - Ακόμη και ένα πολύ μικρό σφάλμα ανά αριθμητική πράξη μπορεί να καταλήξει μετά από εκατομμύρια πράξεις σε ανακριβές ή και πλήρως εσφαλμένο αποτέλεσμα

# Ακρίβεια αποτελέσματος και σφάλματα II

---

- Ένας τρόπος περιορισμού της συσσώρευσης σφαλμάτων είναι η χρησιμοποίηση περισσότερων δυαδικών ψηφίων για την αποθήκευση των ενδιάμεσων αποτελεσμάτων
  - π.χ. υπολογισμός του  $1/3$  σε κομπιουτεράκι (calculator) των 10 δεκαδικών ψηφίων που εσωτερικά χρησιμοποιεί 11 δεκαδικά ψηφία για την αποθήκευση των ενδιάμεσων αποτελεσμάτων.

Εσωτερικά 10 δεκαδικά ψηφία:

$$A=0.333333333 \times 3=0.999999999$$

Εσωτερικά 11 δεκαδικά ψηφία:

$$0.3333333333 \times 3=0.9999999999$$

Στρογγυλοποίηση  $\rightarrow A=1$



# Παραβίαση των νόμων της άλγεβρας ?

---

$$(X+Y)+Z = X+(Y+Z) \text{ ?}$$

προβλήματα συμβαίνουν όταν προσθέτουμε δύο μεγάλους αριθμούς, αντίθετου πρόσημου, με ένα μικρό αριθμό

# Παραβίαση των νόμων της άλγεβρας ?

---

$$Y = 2^0 \times 1,11000000 \quad X = 2^{10} \times 1,00000100 \quad Z = -2^{10} \times 1,00000100$$

α.  $Y + (X + Z)$

$$\begin{aligned} X + Z &= 2^{10} \times 1,00000100 - 2^{10} \times 1,00000100 = 2^{10} \times 0,00000000 = \\ &= 2^0 \times 0,00000000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y + (X + Z) &= 2^0 \times 1,11000000 + 2^0 \times 0,00000000 = \\ &= 2^0 \times 1,11000000 = Y \end{aligned}$$

β.  $(Y + X) + Z$

$$\begin{aligned} Y + X &= 2^0 \times 1,11000000 + 2^{10} \times 1,00000100 = \\ &= 2^{10} \times 0,00000000 \mathbf{0111000000} + 2^{10} \times 1,00000100 = \\ &= 2^{10} \times 1,00000100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (Y + X) + Z &= 2^{10} \times 1,00000100 - 2^{10} \times 1,00000100 = \\ &= 2^{10} \times 0,00000000 = 2^0 \times 0,00000000 = 0 \end{aligned}$$

# Μονάδα Ελέγχου

---

## Κύκλος εντολής

1. Φέρνει στην ΚΜΕ την εντολή που είναι αποθηκευμένη στη θέση μνήμης που δείχνει ο μετρητής προγράμματος.
2. Αλλάζει το περιεχόμενο του μετρητή προγράμματος ώστε να δείχνει τη θέση μνήμης που περιέχει την επόμενη εντολή του προγράμματος.
3. Αναλύει την εντολή και ελέγχει εάν η εντολή χρειάζεται δεδομένα από τη μνήμη και εάν ναι προσδιορίζει τη διεύθυνση που είναι αποθηκευμένα.
4. Φέρνει τα δεδομένα σε κάποιους από τους καταχωρητές της.
5. Εκτελεί την εντολή.
6. Αποθηκεύει τα αποτελέσματα.
7. Πηγαίνει στο βήμα 1 για να αρχίσει την εκτέλεση της επόμενης εντολής.

# Υπευθυνότητα της μονάδας ελέγχου

---

- Επιλογή της σειράς εκτέλεσης των εντολών
  - » Χρήση μετρητή προγράμματος
  - » Αλλαγή της σειράς εκτέλεσης των εντολών
    - Εκτέλεση εντολής άλματος ή διακλάδωσης
    - Εκτέλεση εντολής κλήσης υποπρογράμματος
    - Συμβάν ειδικής περίπτωσης (exception)
    - Λήψη σήματος διακοπής (interrupt)
- Παραγωγή σημάτων ελέγχου για την εκτέλεση της εντολής

# Βήμα του κύκλου εντολής

---

Κάθε βήμα του κύκλου εντολής αναλύεται σε επί μέρους βήματα που καλούνται μικρολειτουργίες

# Περιγραφή της Μονάδας Ελέγχου

---

Ο πλέον χρήσιμος τρόπος περιγραφής της συμπεριφοράς της Μονάδας ελέγχου είναι τα διαγράμματα καταστάσεων

Το διάγραμμα καταστάσεων περιγράφει:

- τις μικρολειτουργίες που πρέπει να εκτελεστούν και
- τη σειρά με την οποία πρέπει να εκτελεστούν

# Σχεδίαση Μονάδας Ελέγχου

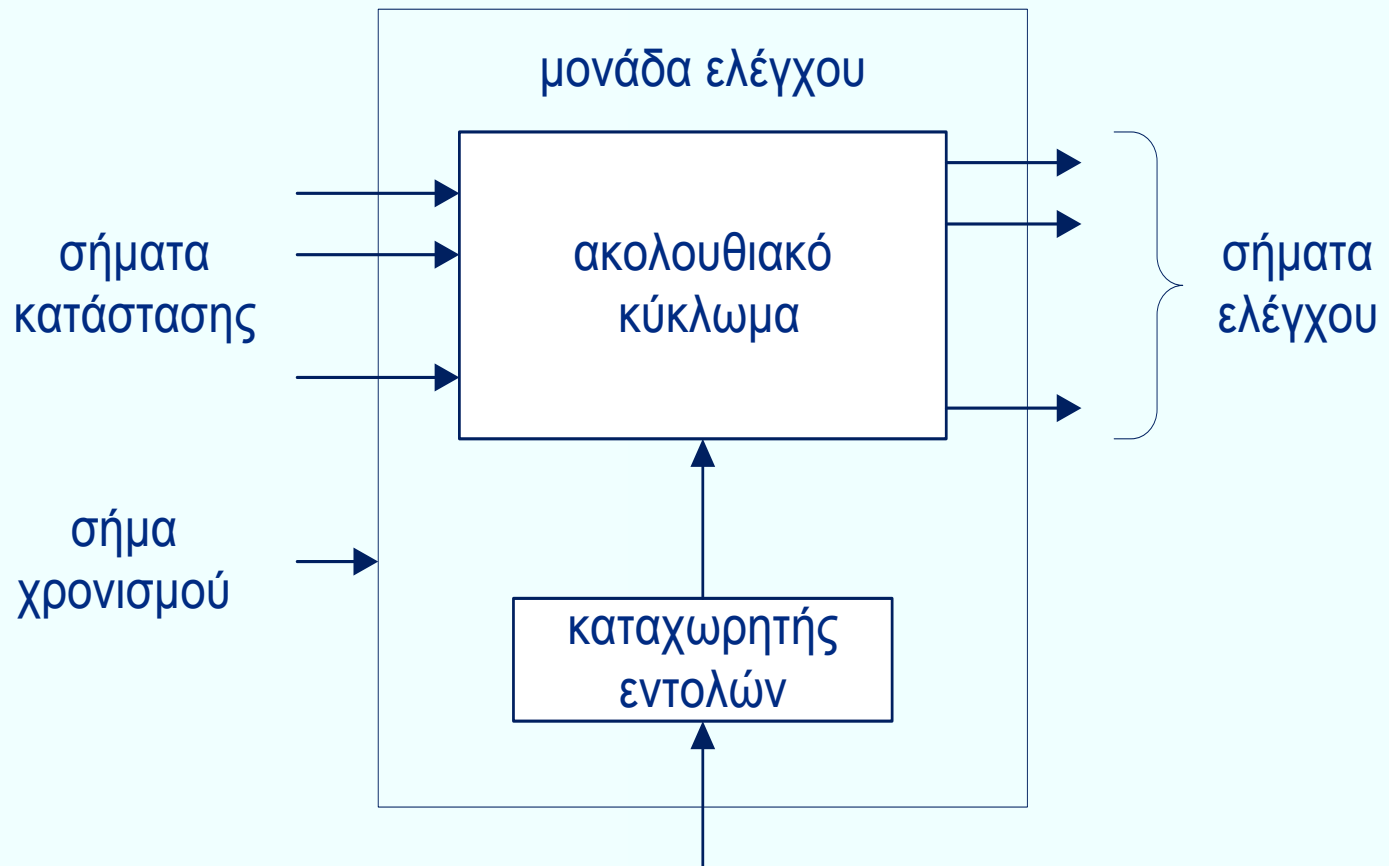
---

Κατά την σχεδίαση της  
Μονάδας Επεξεργασίας Δεδομένων  
πρέπει να αναγνωριστούν τα σημεία στα οποία πρέπει  
να εφαρμοστούν τα σήματα ελέγχου

Σε κάθε μικρολειτουργία αντιστοιχεί ένα σύνολο  
γραμμών ελέγχου που πρέπει να πάρουν  
συγκεκριμένες τιμές για να εκτελεστεί η μικρολειτουργία

# Μονάδα ελέγχου

---





# Υλοποίηση της μονάδα ελέγχου

---

- Ως κλασικό ακολουθιακό κύκλωμα
- Με την τεχνική του μικροπρογραμματισμού

# Υλοποίηση της μονάδα ελέγχου ως κλασικό ακολουθιακό κύκλωμα

---

Οι σχεδιαστικές αποφάσεις επηρεάζουν:

- Ποσότητα απαιτούμενου υλικού
- Ταχύτητα λειτουργίας
- Χρονική διάρκεια που απαιτείται για τον σχεδιασμό της
- Ευκολία επιβεβαίωσης ορθού σχεδιασμού
- Κόστος

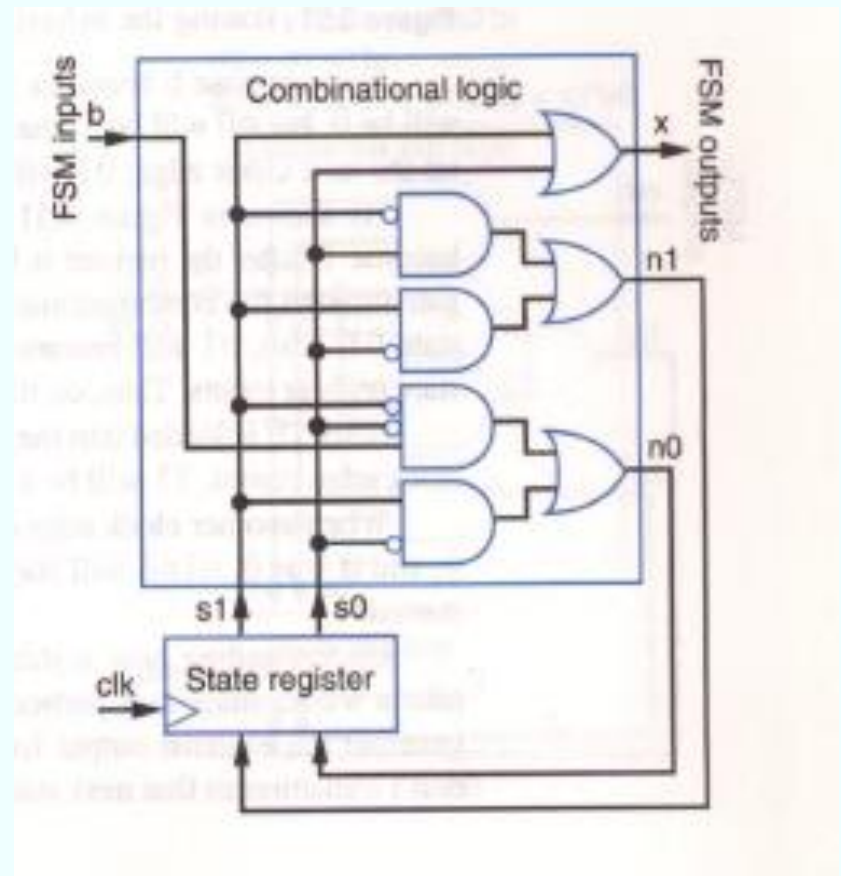
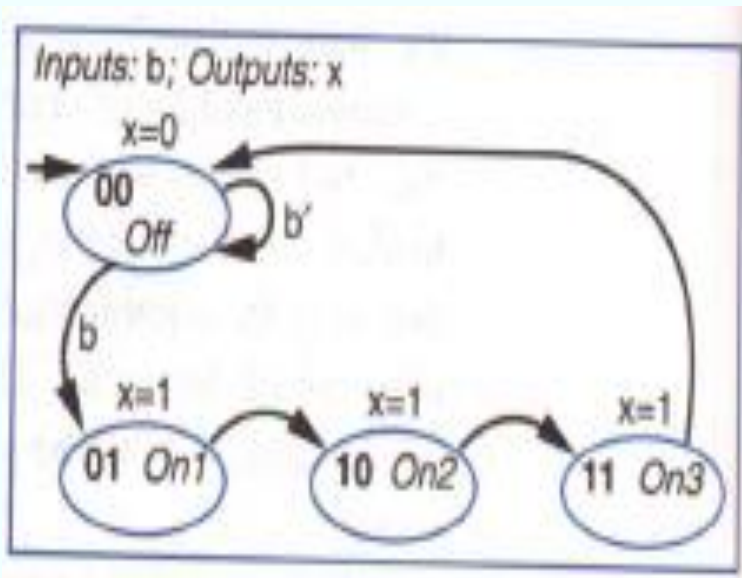
# Κωδικοποίηση καταστάσεων

---

- Ελαχιστοποίηση στοιχείων μνήμης (flip-flops)
- Κωδικοποίηση ενός ενεργού σήματος (one-hot encoding)
  - » Χρησιμοποίηση σημαντικά μεγαλύτερου αριθμού από *flip-flops*
  - » Σχετικά μικρή αύξηση του απαιτούμενου υλικού
  - » Γρηγορότερη μονάδα ελέγχου

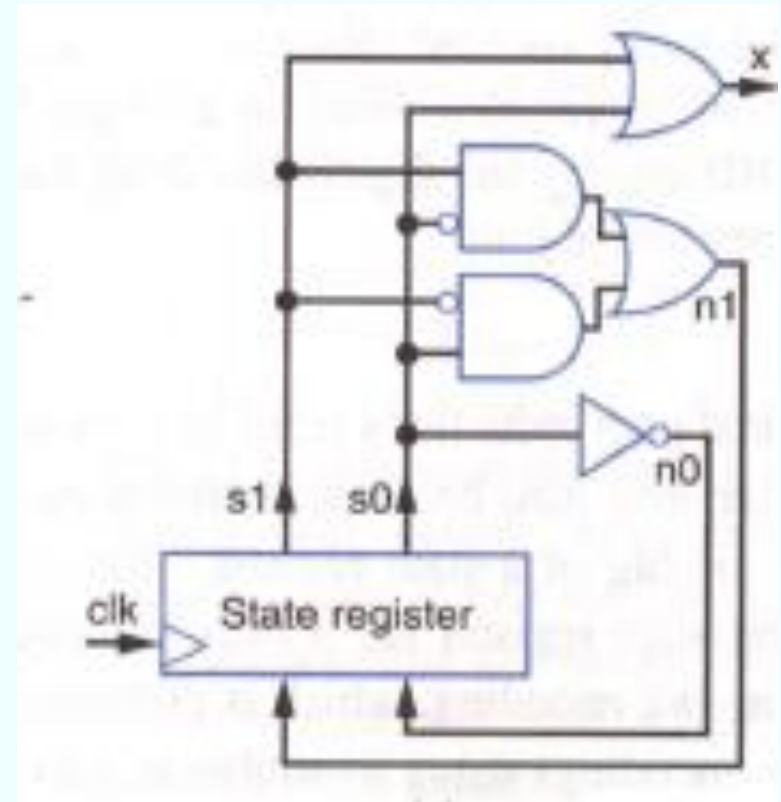
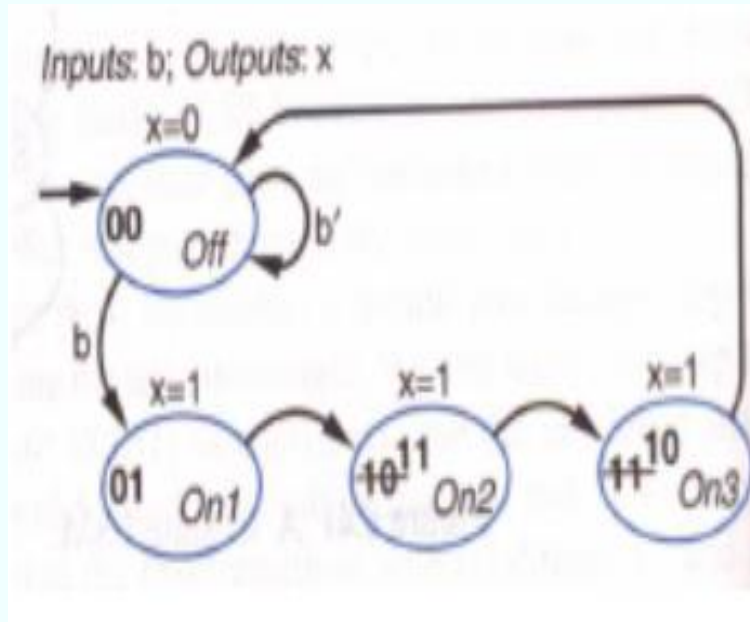
# Κωδικοποίηση καταστάσεων I

Ελαχιστοποίηση στοιχείων μνήμης (flip-flops)



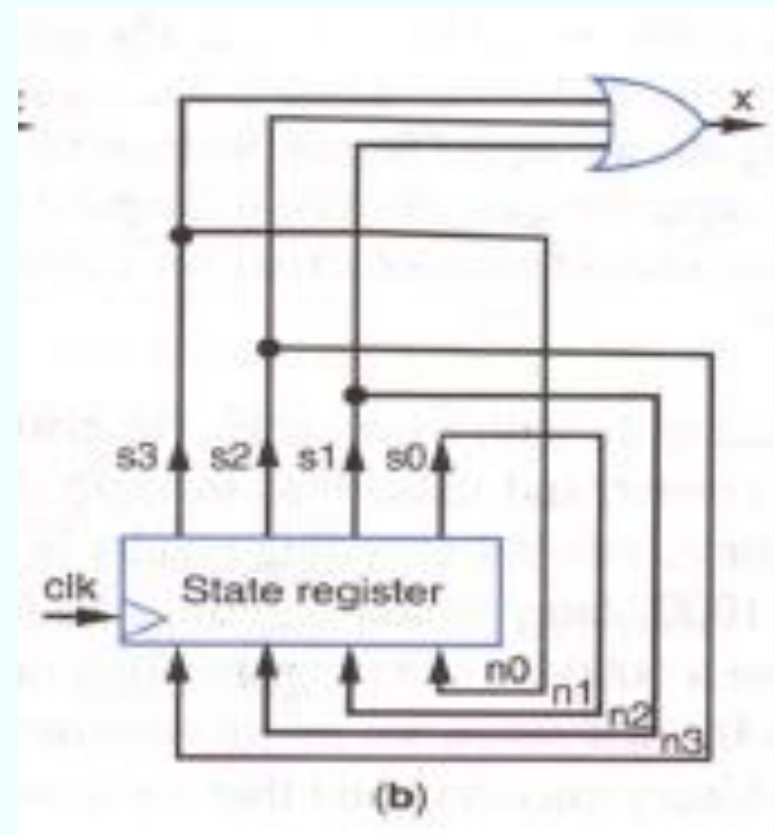
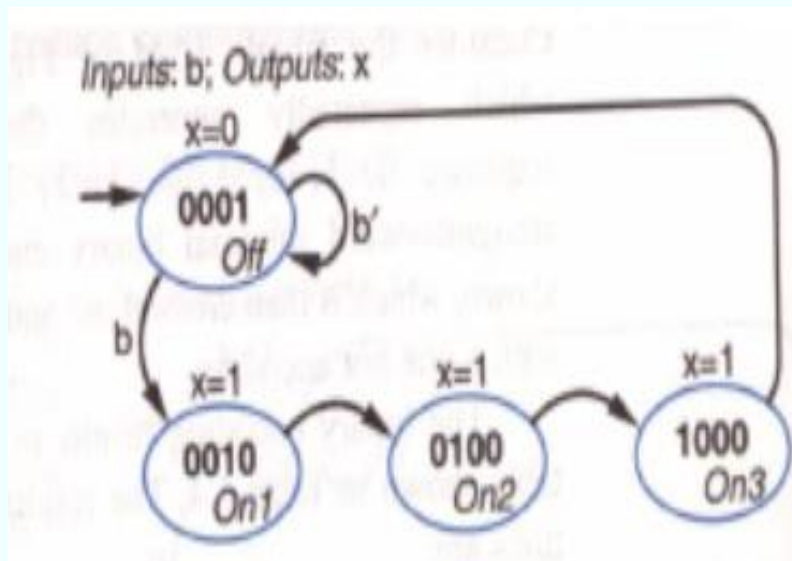
# Κωδικοποίηση καταστάσεων II

## Ελαχιστοποίηση στοιχείων μνήμης (flip-flops) και μεταβάσεων



# Κωδικοποίηση καταστάσεων III

Κωδικοποίηση ενός ενεργού σήματος (one-hot encoding)

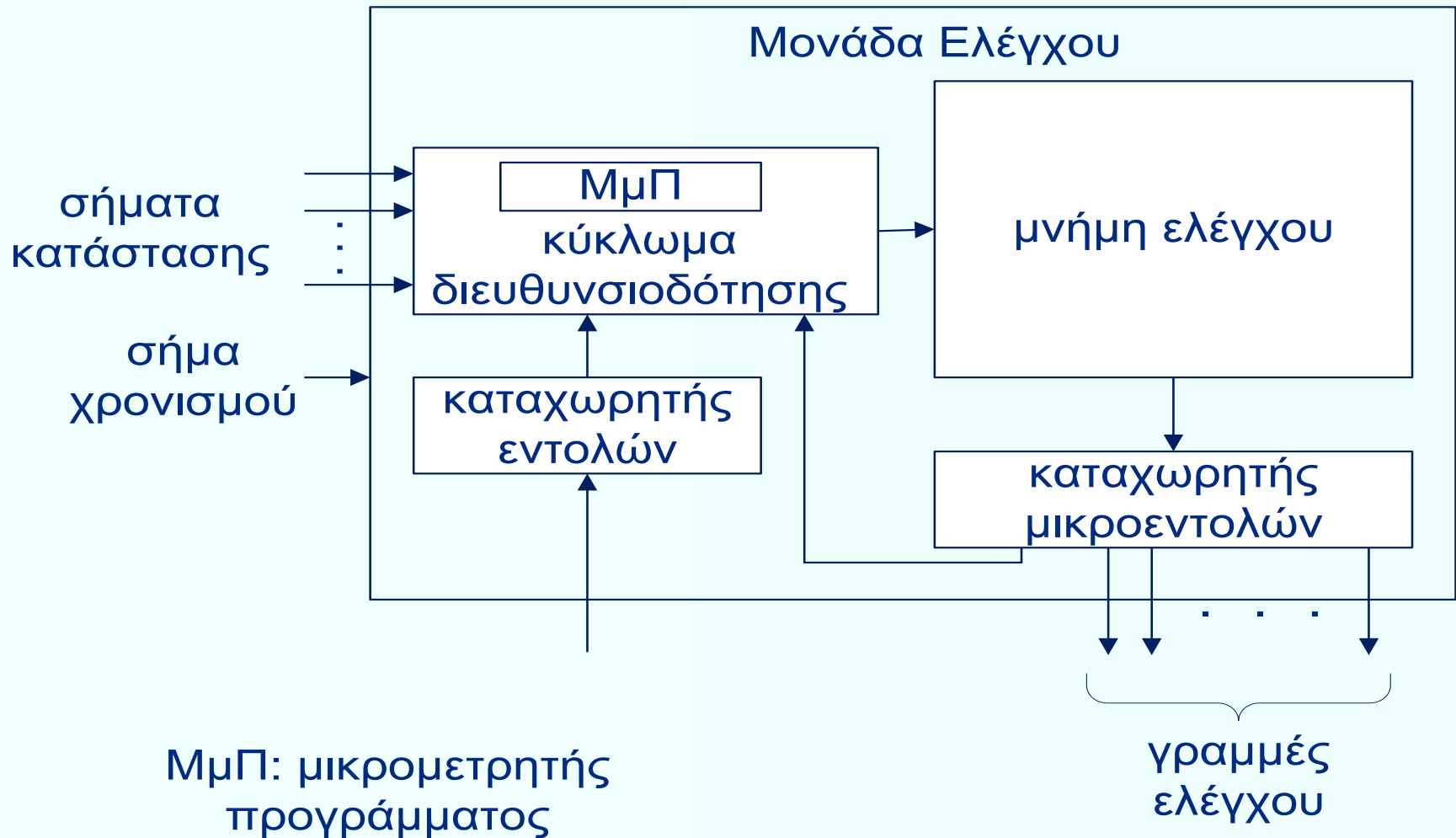


# Μικροπρογραμματισμός

---

- Μικροπρογραμματισμένη μονάδα ελέγχου
  - Μνήμη ελέγχου
  - Μικροεντολή
  - Μικροπρόγραμμα
- 
- Μικροπρογραμματιζόμενη μονάδα ελέγχου

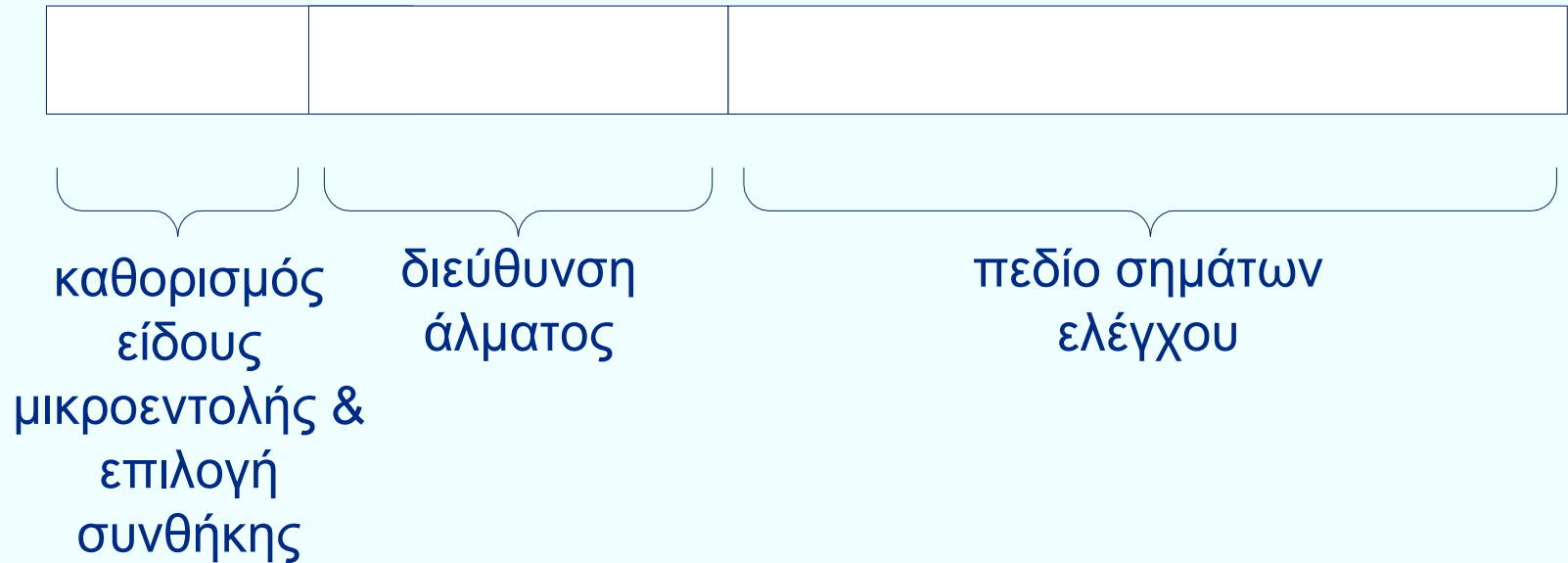
# Δομή μιας μικροπρογραμματισμένης μονάδας ελέγχου I



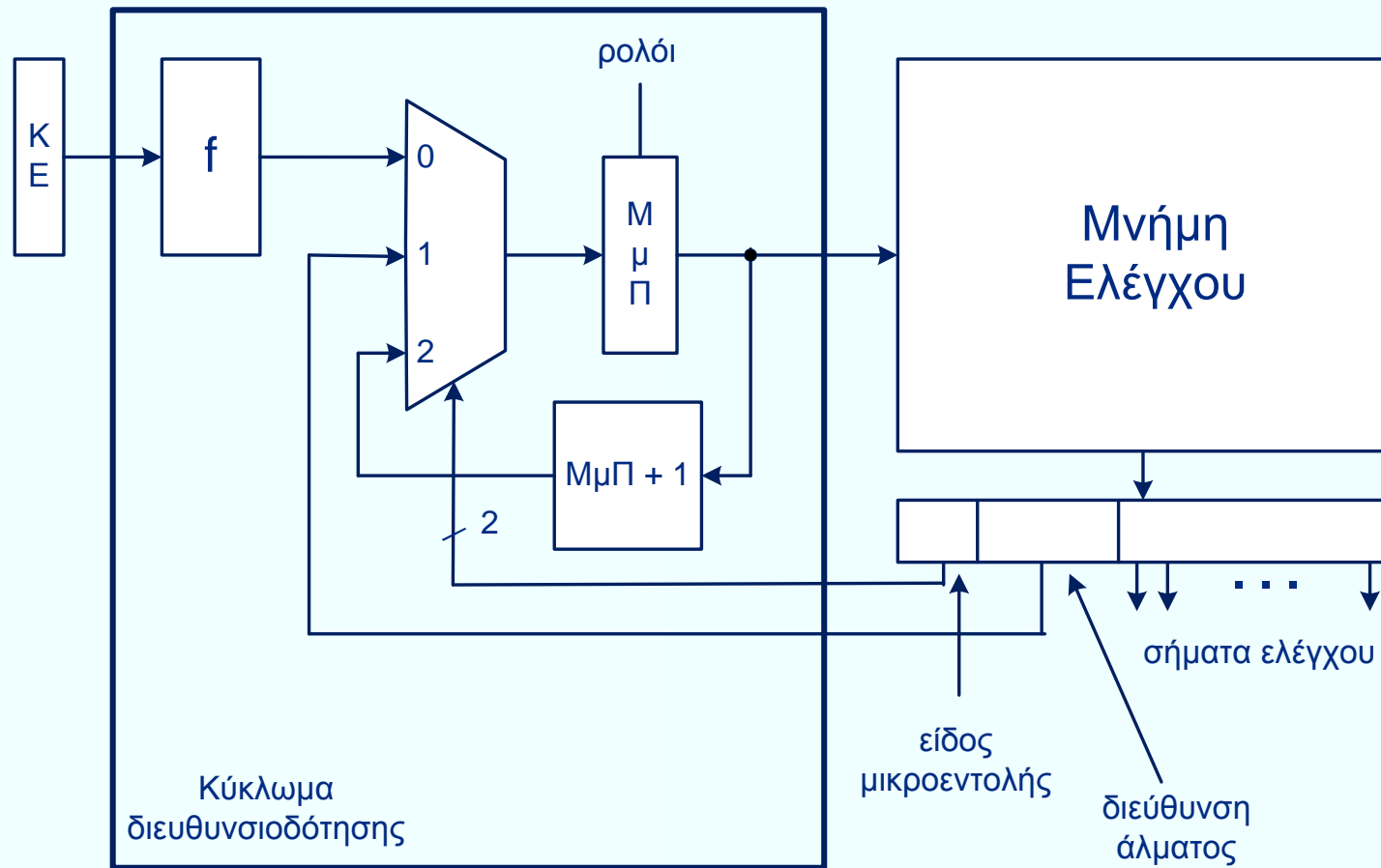


# Γενική μορφή μικροεντολής

---



# Δομή μιας μικροπρογραμματισμένης μονάδας ελέγχου II

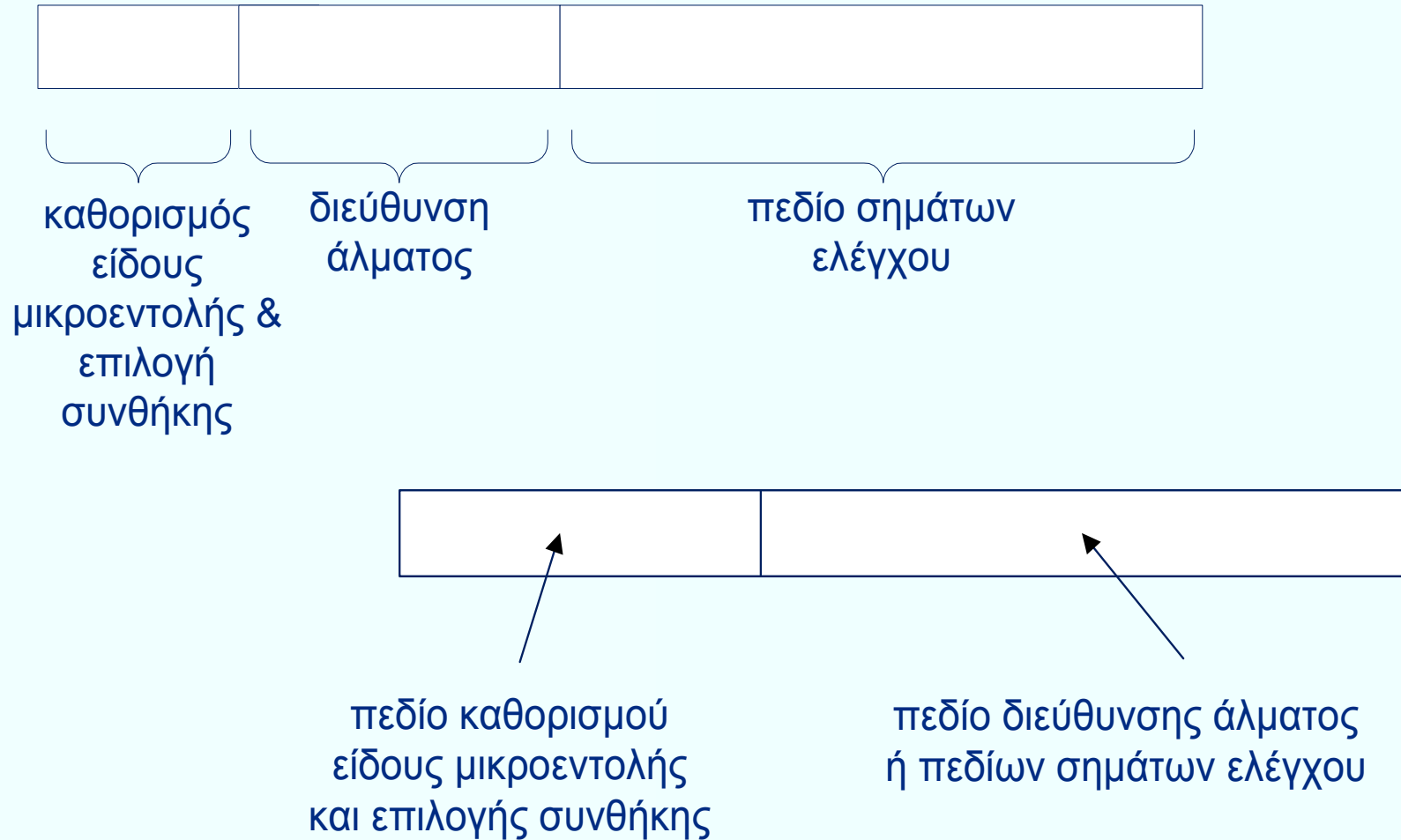


# Τεχνικές μείωσης της απαιτούμενης χωρητικότητας της μνήμης ελέγχου

---

- Χρησιμοποίηση περισσότερων της μίας μορφής μικροεντολών
- Οργάνωση δύο επιπέδων, νανοπρογραμματισμός
- Κωδικοποίηση των σημάτων ελέγχου

# Μορφή μικροεντολής για μείωση της χωρητικότητας της μνήμης ελέγχου



# Παράδειγμα

---

Θεωρήστε:

5 μικροεντολές άλματος υπό συνθήκη

1 μικροεντολή άλματος χωρίς συνθήκη

80 σήματα ελέγχου σε κάθε άλλου είδους μικροεντολή

--	--

# Παράδειγμα

Θεωρήστε:

5 μικροεντολές άλματος υπό συνθήκη

1 μικροεντολή άλματος χωρίς συνθήκη

80 σήματα ελέγχου σε κάθε άλλου είδους μικροεντολή



πεδία σημάτων ελέγχου

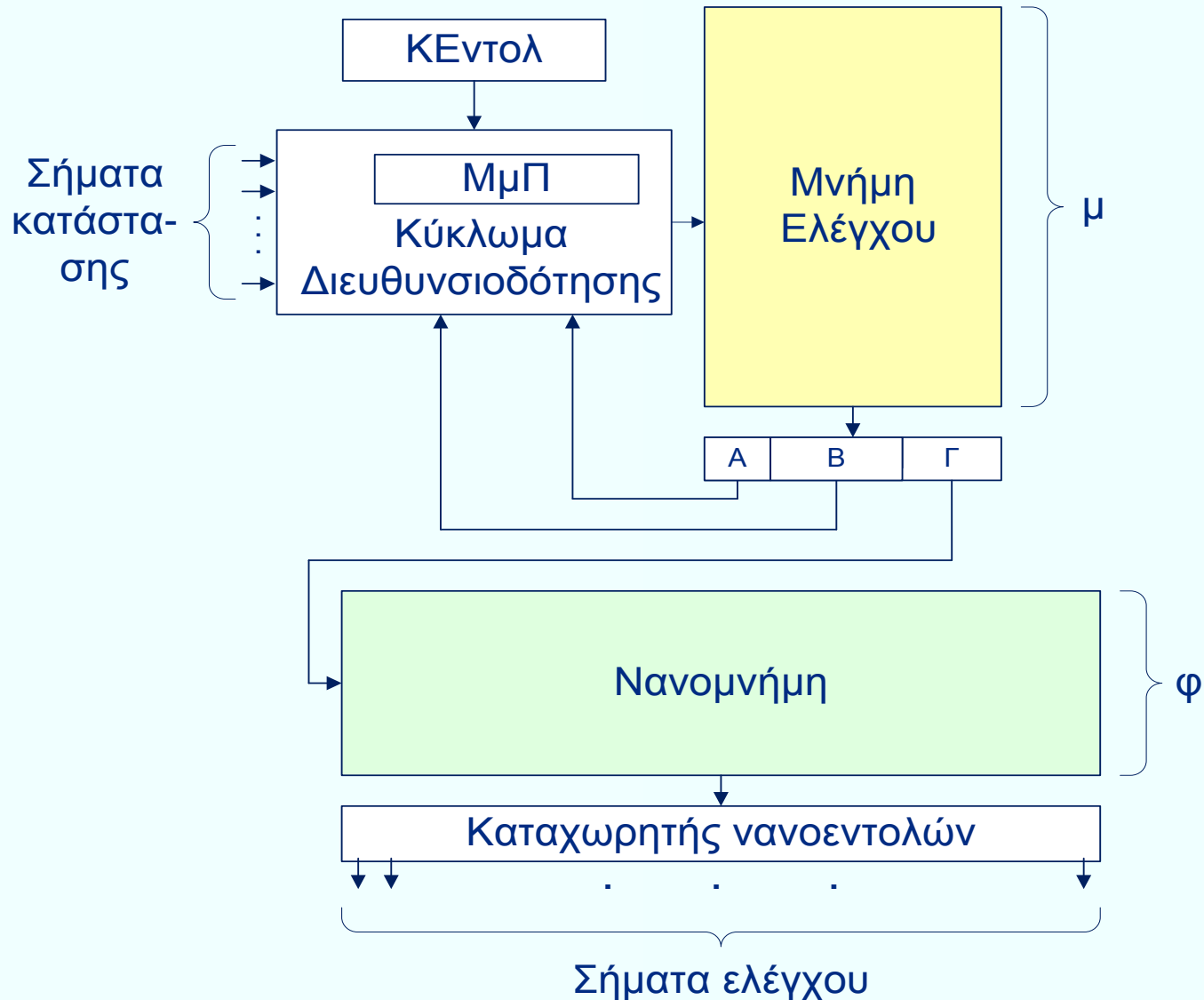
α) Μικροεντολή σημάτων ελέγχου



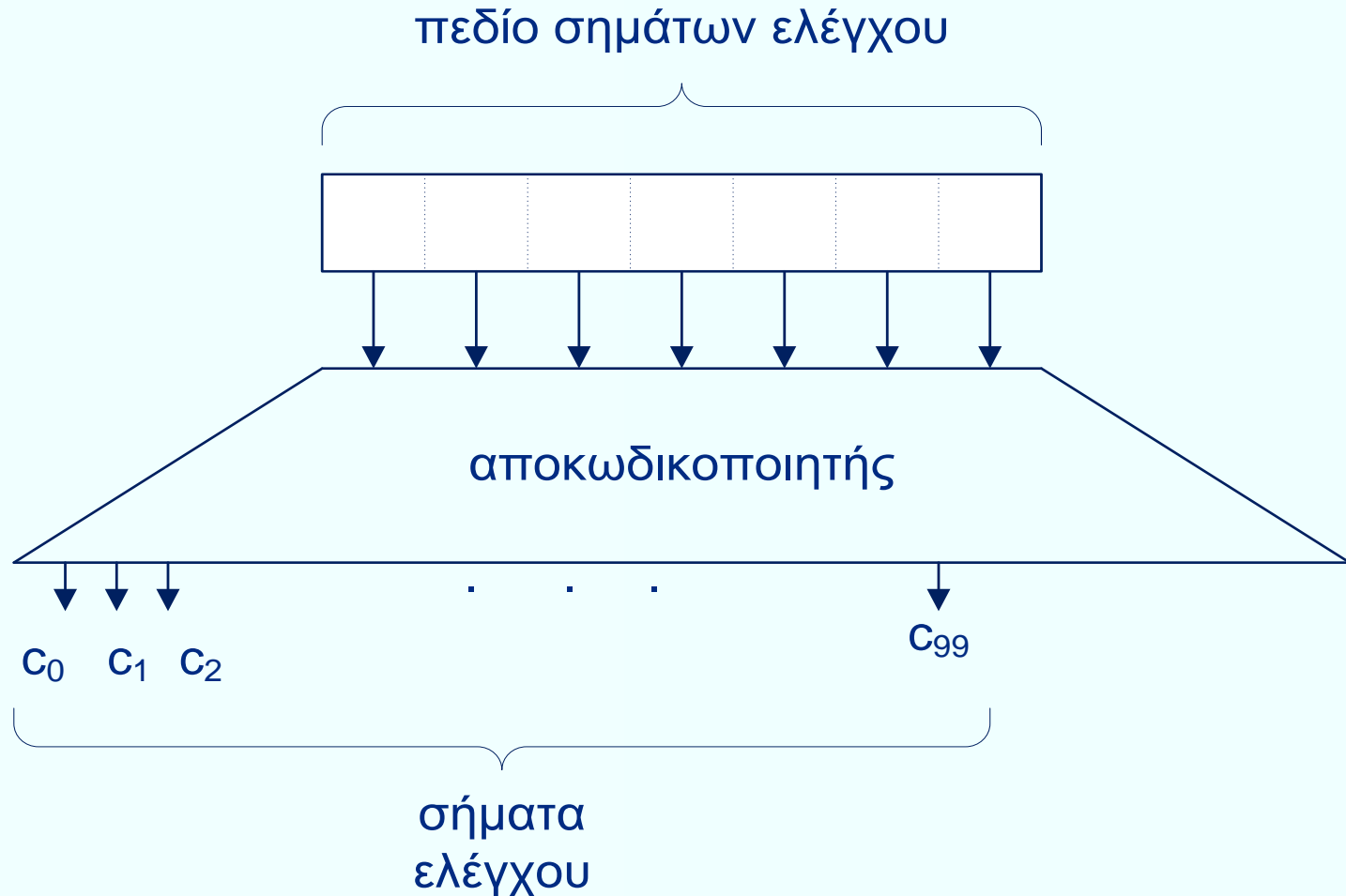
διεύθυνση άλματος

β) Μικροεντολή άλματος

# Δομή της μνήμης ελέγχου με οργάνωση δύο επιπέδων



# Σήματα ελέγχου πλήρως κωδικοποιημένα σε ένα πεδίο





# Πεδία ελέγχου χωρίς κωδικοποίηση

---



# Πεδία ελέγχου με μερική κωδικοποίηση

