# ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

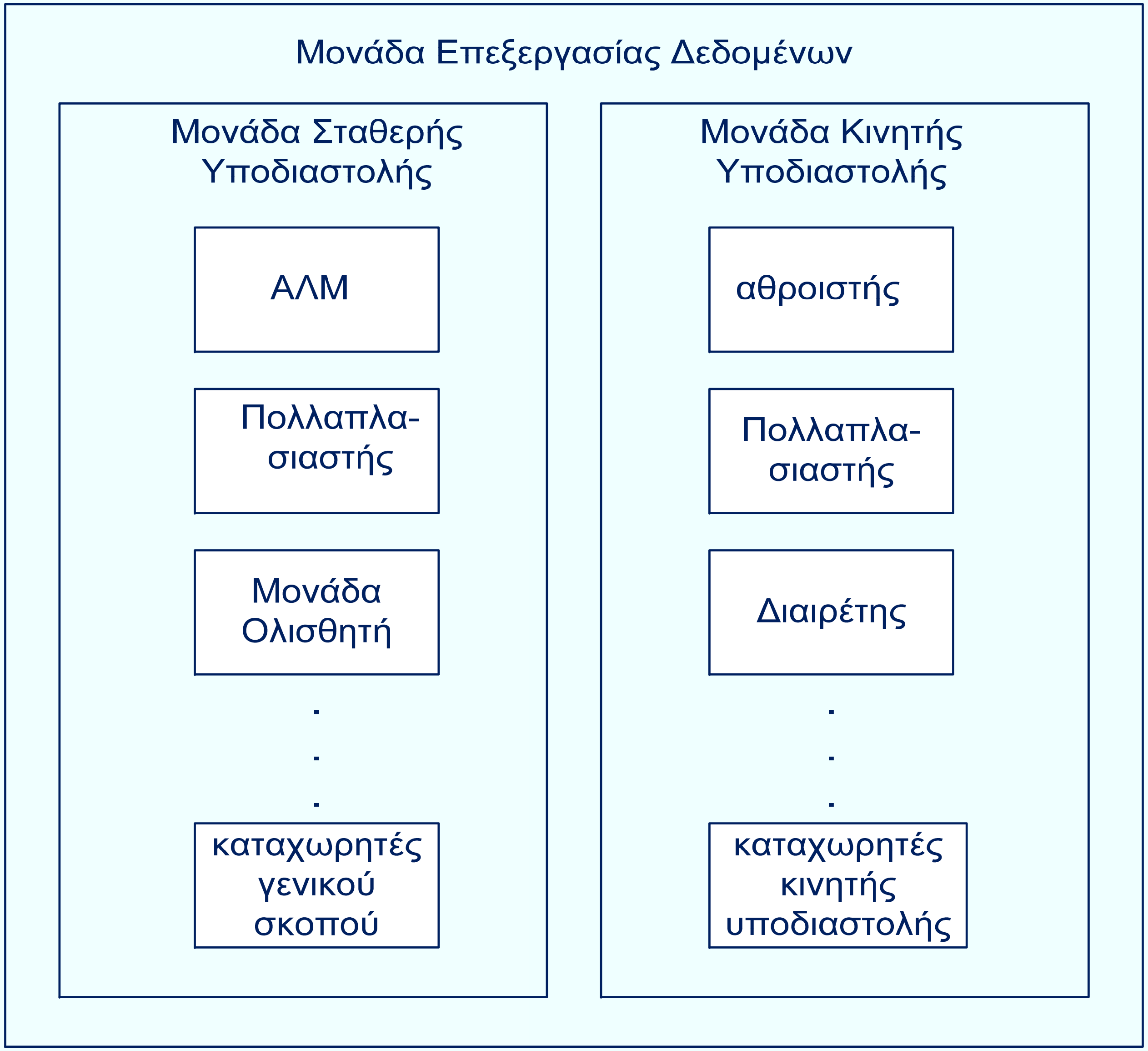
## Κεφάλαιο 3

## Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας

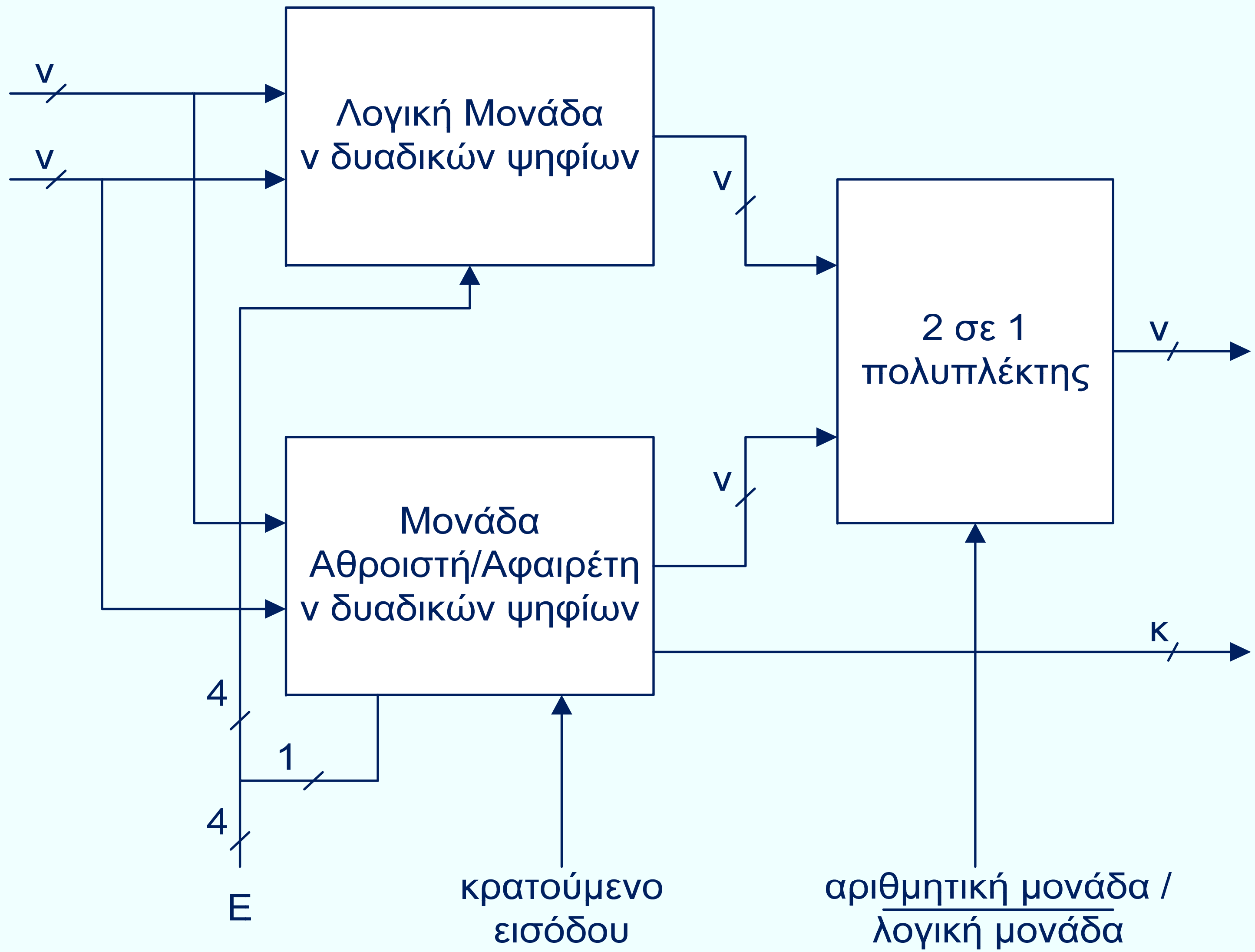
# Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας

- Μονάδα επεξεργασίας δεδομένων
- Μονάδα ελέγχου

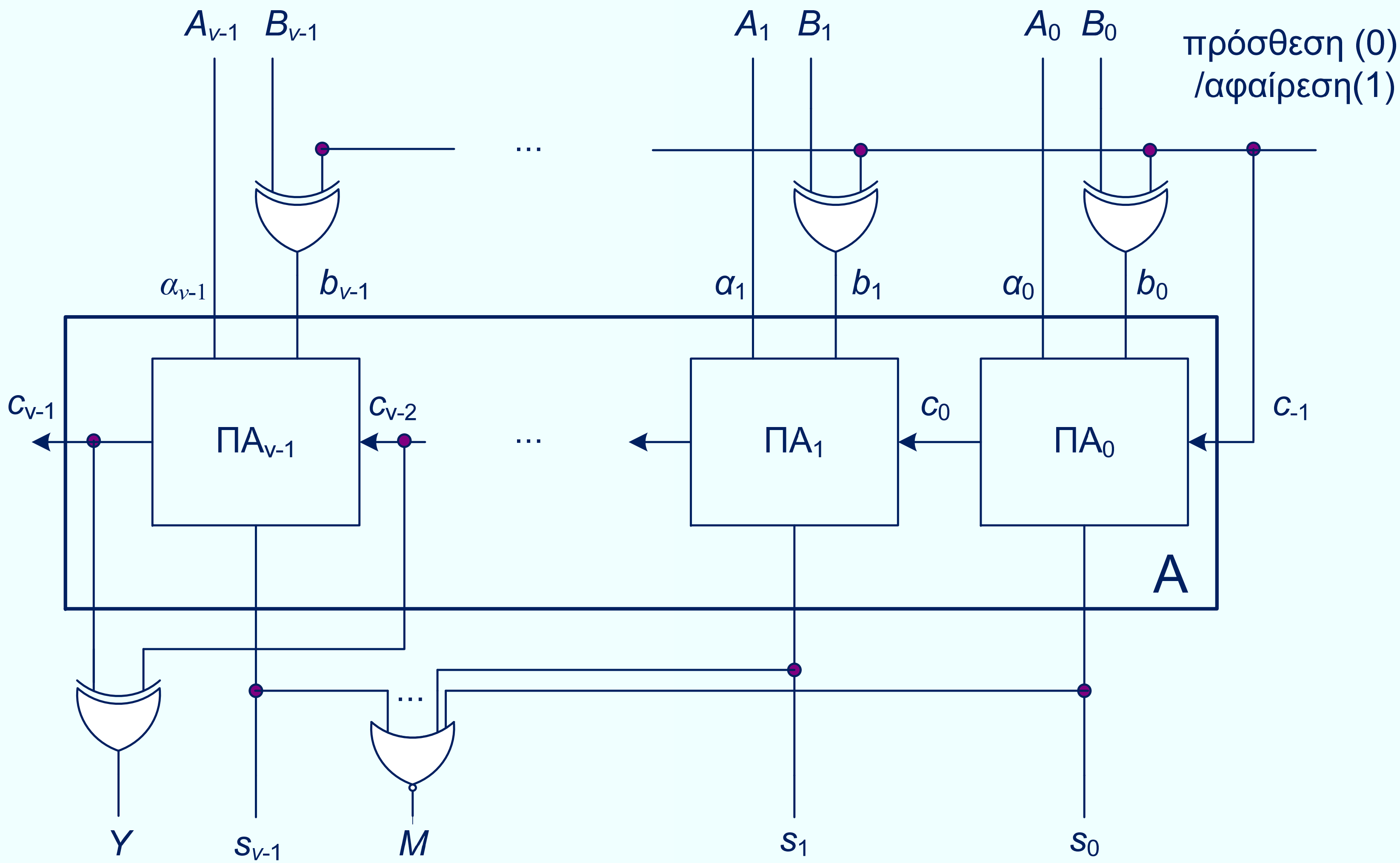
# Μονάδα επεξεργασίας δεδομένων



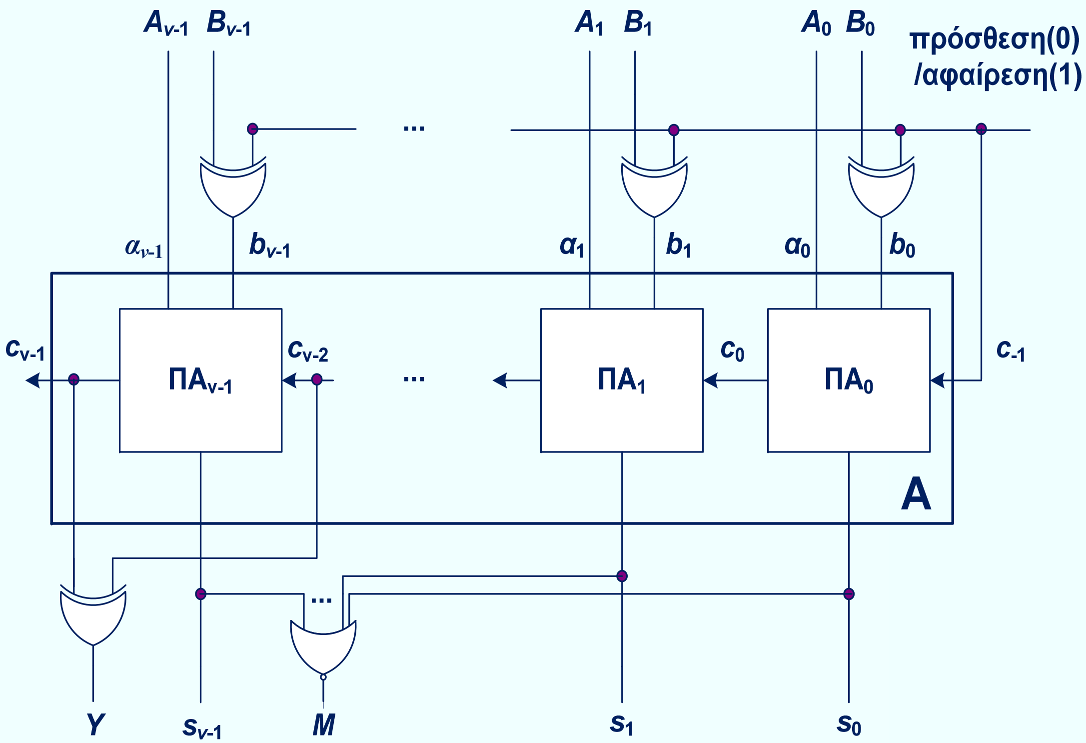
# Δομή Αριθμητικής Λογικής Μονάδας



# Μονάδα πρόσθεσης και αφαίρεσης



# Πρόσθεση δυαδικών αριθμών χωρίς πρόσημο



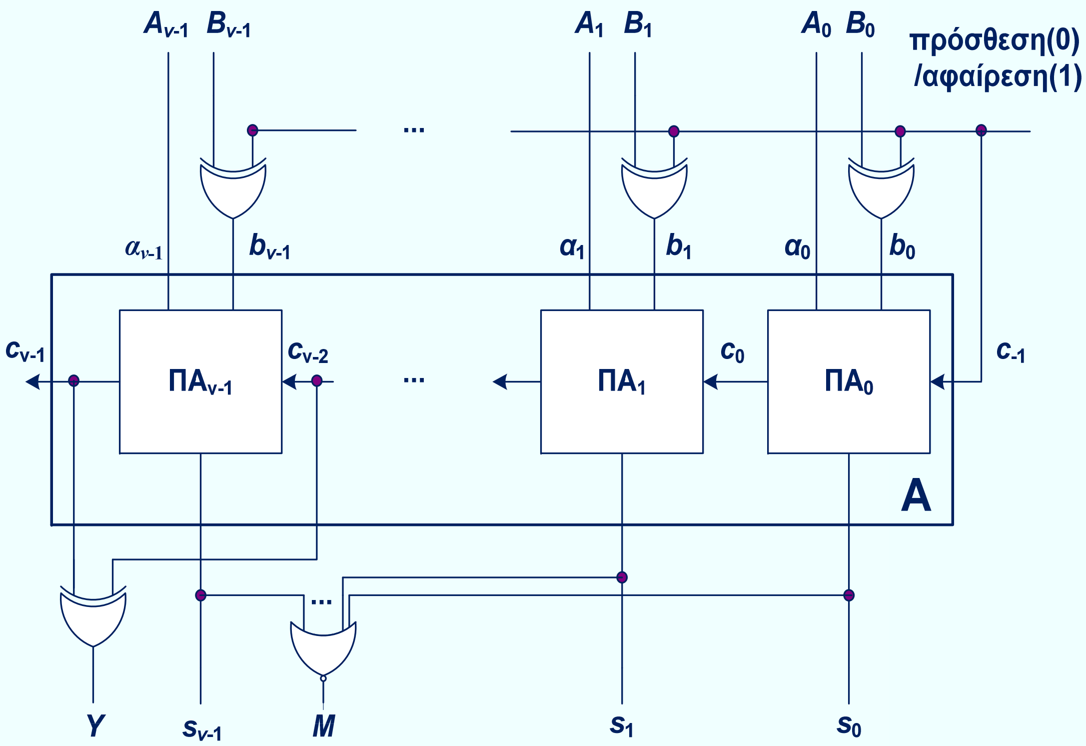

**Πρόσθεση δυαδικών αριθμών χωρίς πρόσημο**

A = 11100000 = $224_{(10)}$

B = 01000001 = $65_{(10)}$

S = 1 00100001 = $33_{(10)}$

# Πρόσθεση δυαδικών αριθμών σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2




Πρόσθεση δυαδικών αριθμών χωρίς πρόσημο

A = 11100000 = $224_{(10)}$

B = 01000001 = $65_{(10)}$

S = 1 00100001 = $33_{(10)}$

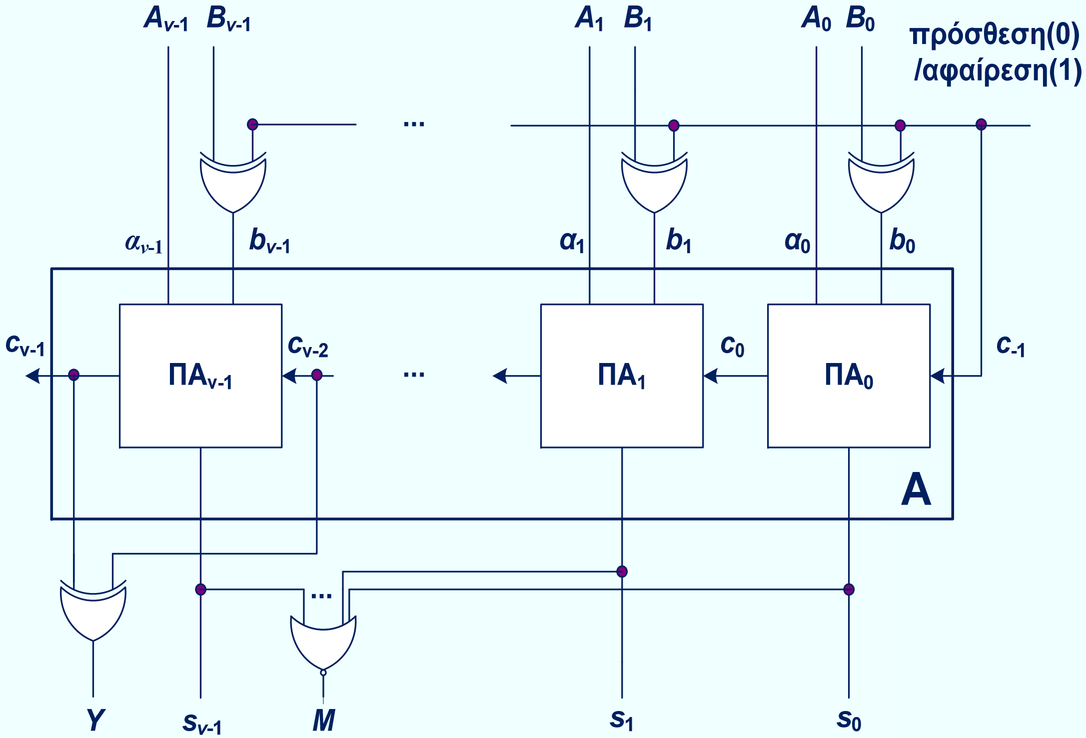
Πρόσθεση δυαδικών αριθμών σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2

A = 11100000 = $-32_{(10)}$

B = 01000001 = $65_{(10)}$

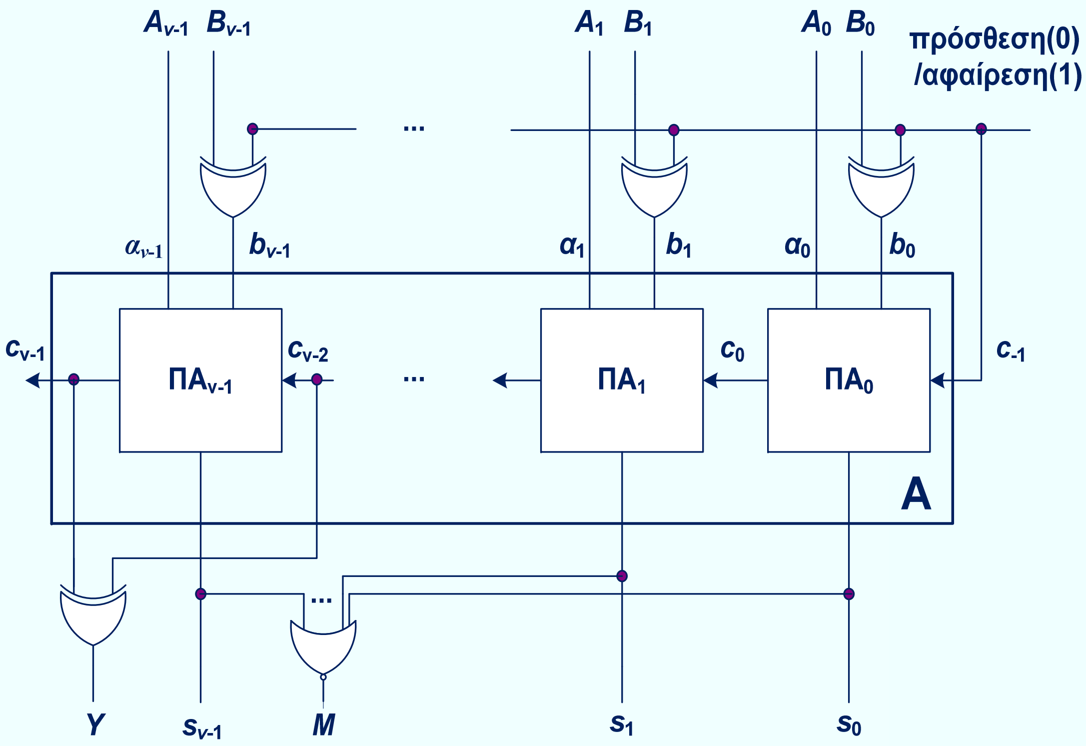
S = 1 00100001 = $33_{(10)}$

# Τιμή προσήμου και υπερχείλισης ως συνάρτηση των προσήμων των αριθμών που προστίθενται



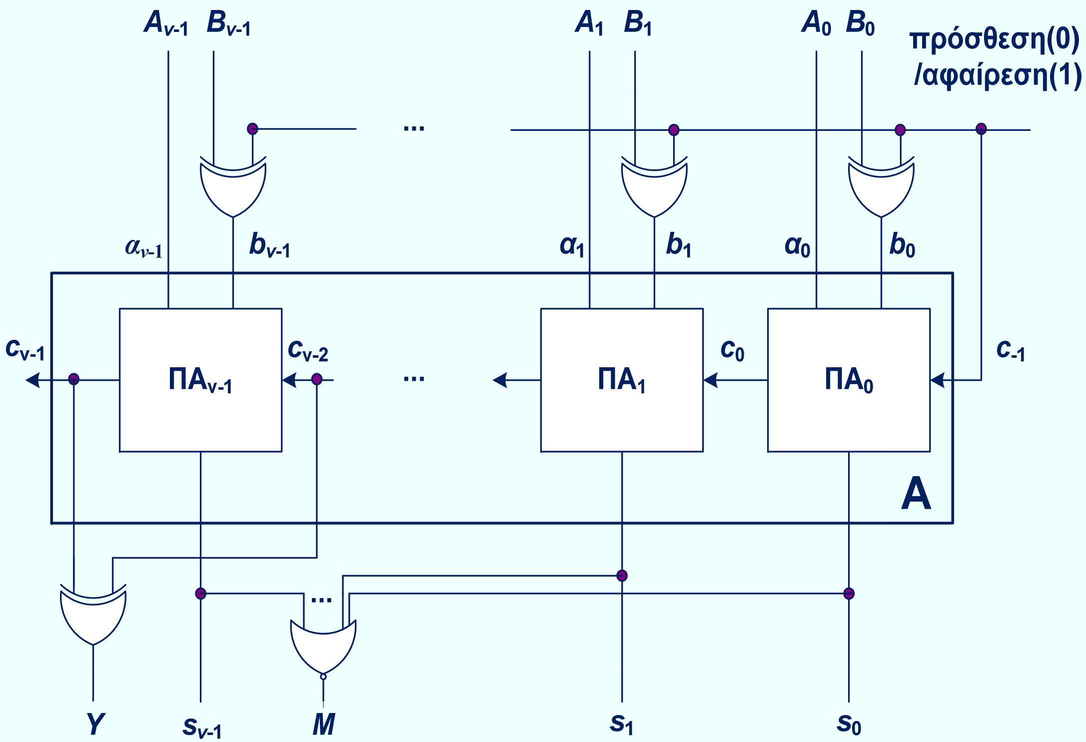

| $a_{\nu-1}$ | $b_{\nu-1}$ | $c_{\nu-2}$ | $s_{\nu-1}$ | $Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 1 | | |
| 0 | 1 | 0 | | |
| 0 | 1 | 1 | | |
| 1 | 0 | 0 | | |
| 1 | 0 | 1 | | |
| 1 | 1 | 0 | | |
| 1 | 1 | 1 | | |

# Τιμή προσήμου και υπερχείλισης ως συνάρτηση των προσήμων των αριθμών που προστίθενται




| $a_{ν-1}$ | $b_{ν-1}$ | $c_{ν-2}$ | $s_{ν-1}$ | $Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |

# Τιμή προσήμου και υπερχείλισης ως συνάρτηση των προσήμων των αριθμών που προστίθενται




| $a_{ν-1}$ | $b_{ν-1}$ | $c_{ν-2}$ | $s_{ν-1}$ | $Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

# Τιμή προσήμου και υπερχείλισης ως συνάρτηση των προσήμων των αριθμών που προστίθενται

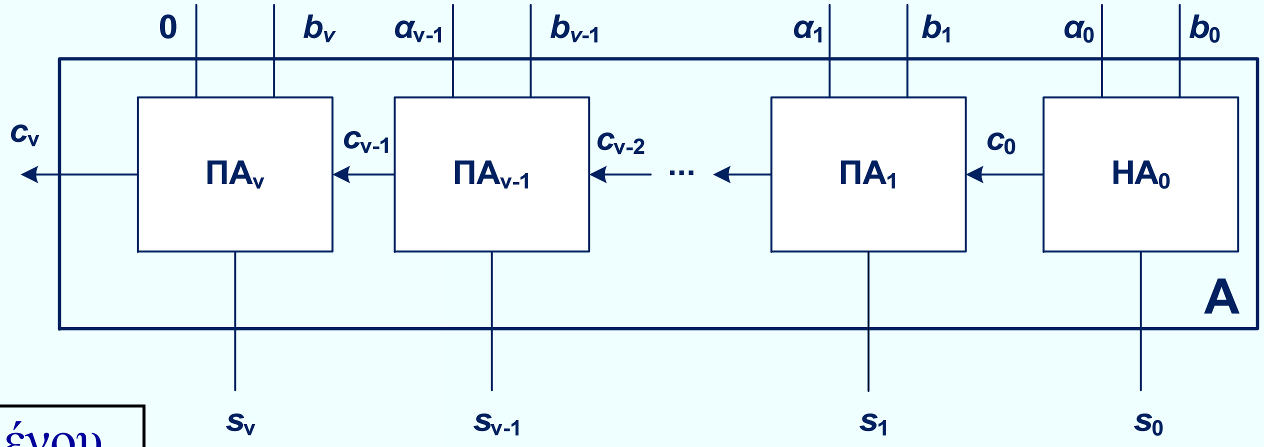
| $a_{v\text{-}1}$ | $b_{v\text{-}1}$ | $c_{v\text{-}2}$ | $s_{v\text{-}1}$ | $Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

$$Y = a'_{v\text{-}1}b'_{v\text{-}1}c_{v\text{-}2} + a_{v\text{-}1}b_{v\text{-}1}c'_{v\text{-}2} \quad \Rightarrow$$

$$c_{v\text{-}1} = a_{v\text{-}1}b_{v\text{-}1} + a_{v\text{-}1}c_{v\text{-}2} + b_{v\text{-}1}c_{v\text{-}2}$$

$$Y = c_{v\text{-}1} \oplus c_{v\text{-}2}$$

# Υπολογισμός διεύθυνσης διακλάδωσης



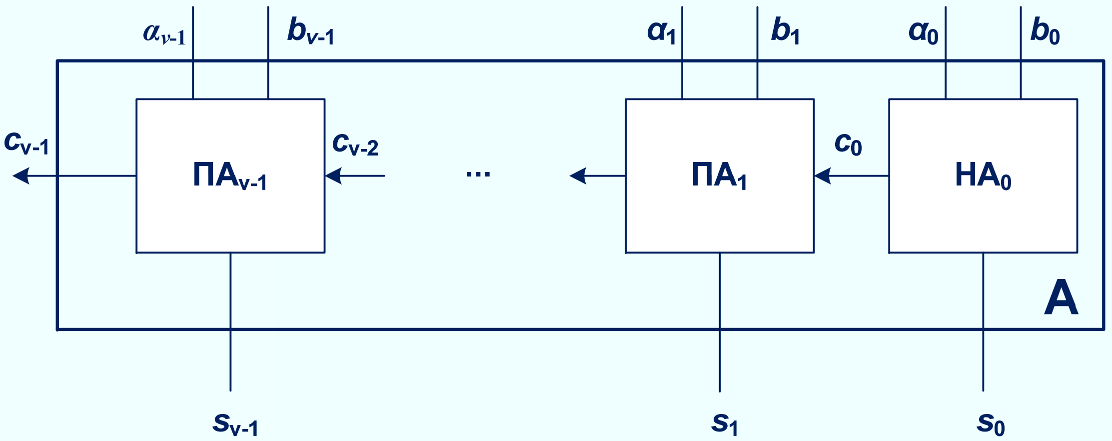

Πρόσθεση περιεχομένου ΜΠ των 8 bit και Αριθμού Μετατόπισης

$$ΜΠ = 011100000 = 224_{(10)}$$

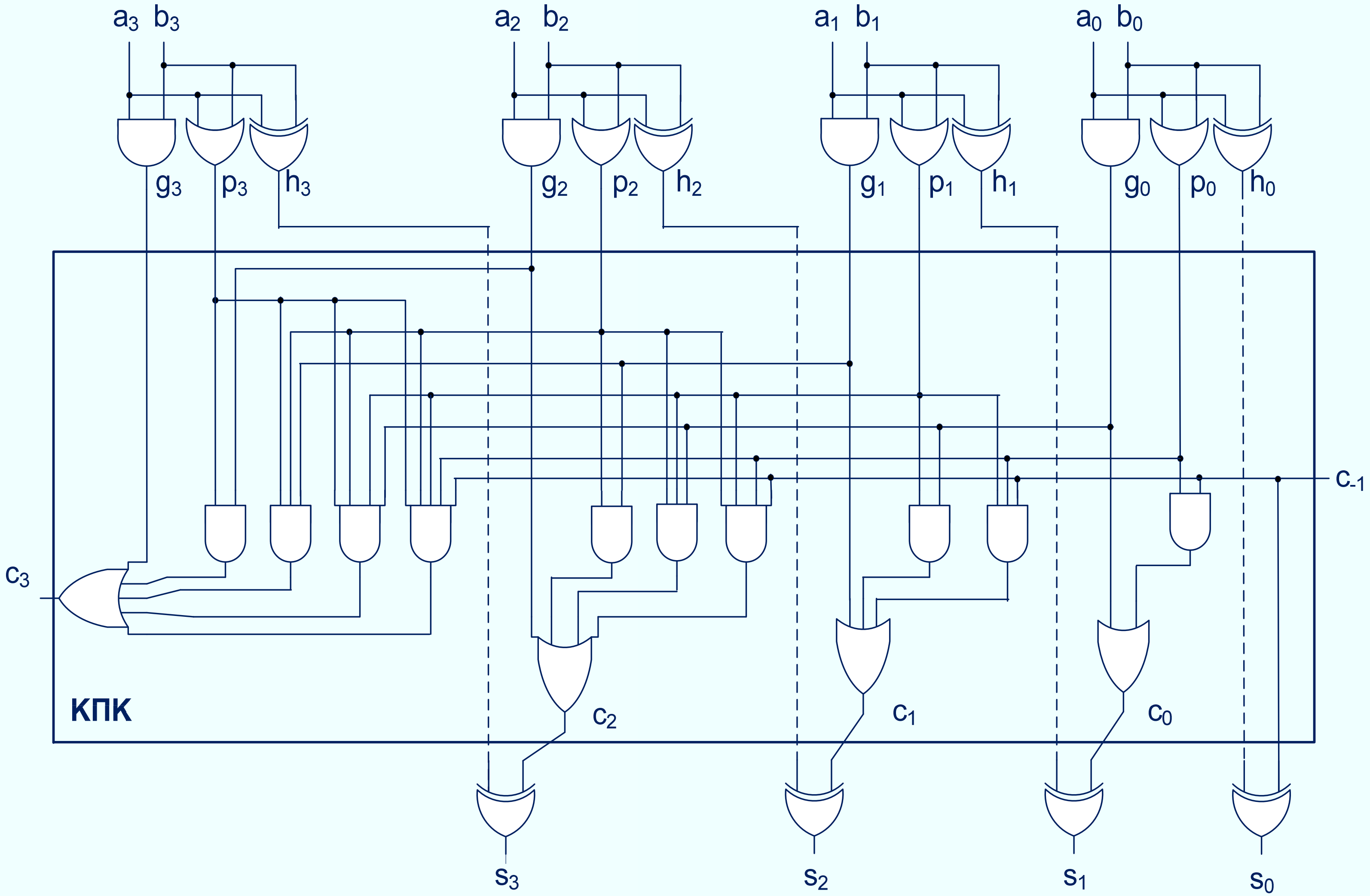
$$ΑΜ = 001000001 = 65_{(10)}$$

$$S = \color{red}{1}\color{black}{00100001} = 33_{(10)}$$

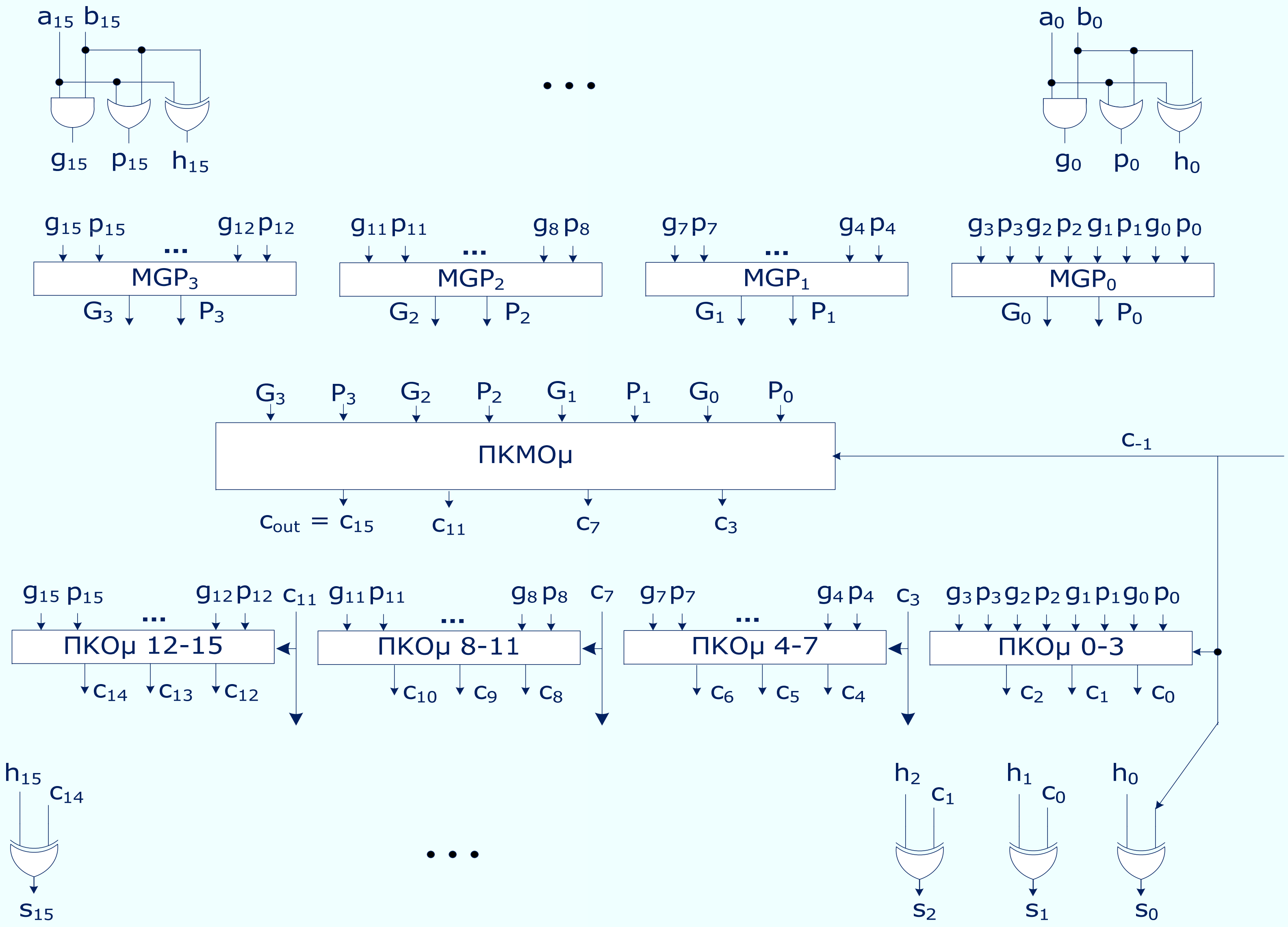
$$ΜΠ = 00100001 = 33_{(10)}$$



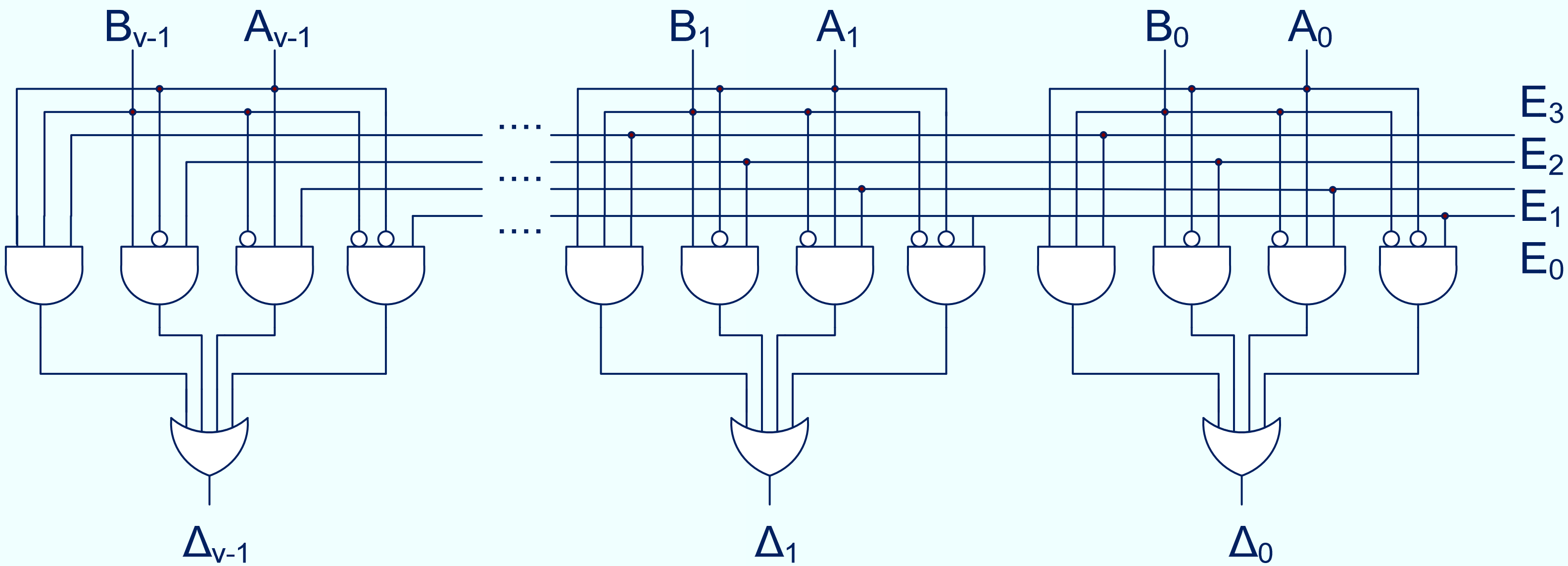
# Αθροιστής πρόβλεψης κρατούμενου των 4 δυαδικών ψηφίων



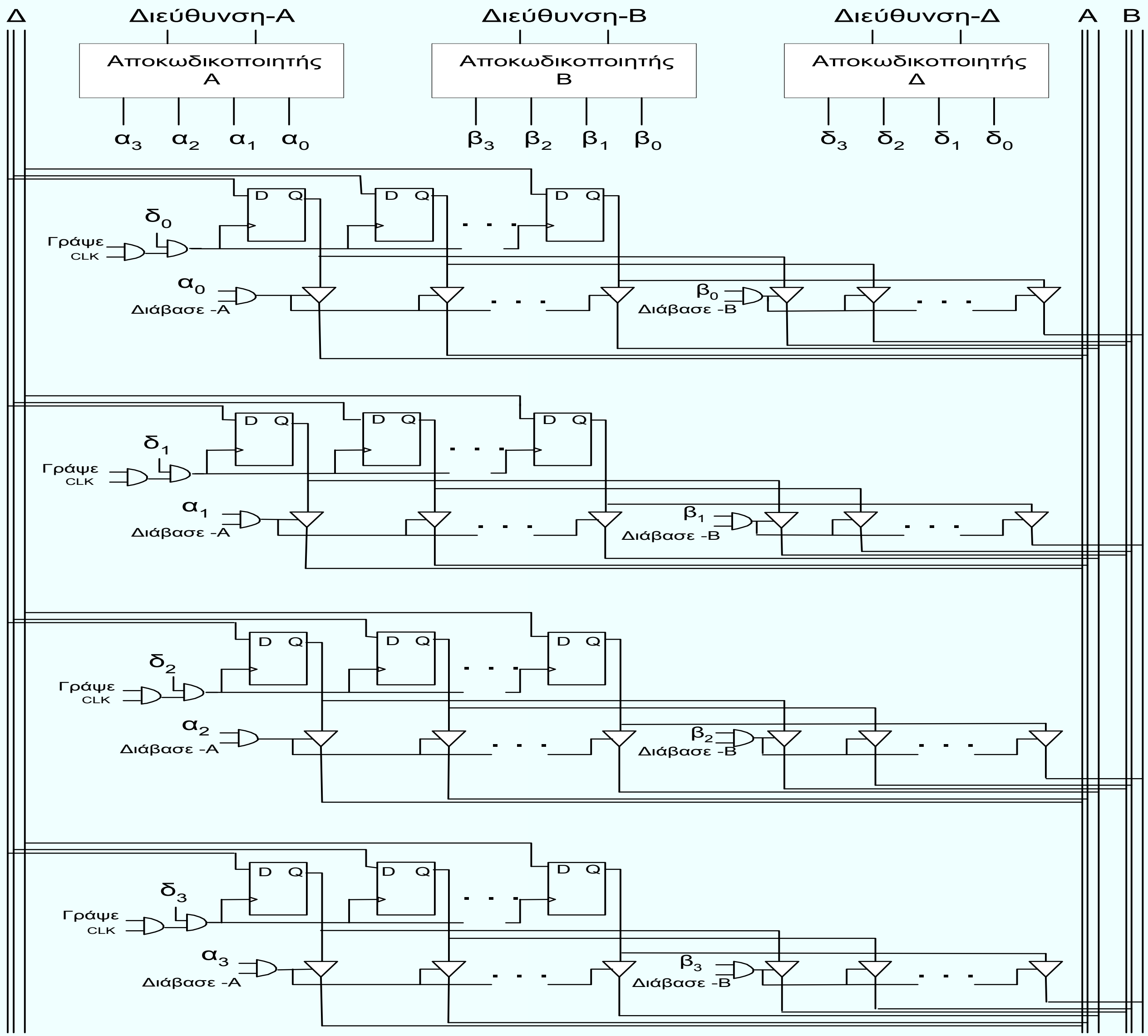
# Αθροιστής δύο επιπέδων πρόβλεψης κρατούμενου των 16 δυαδικών ψηφίων



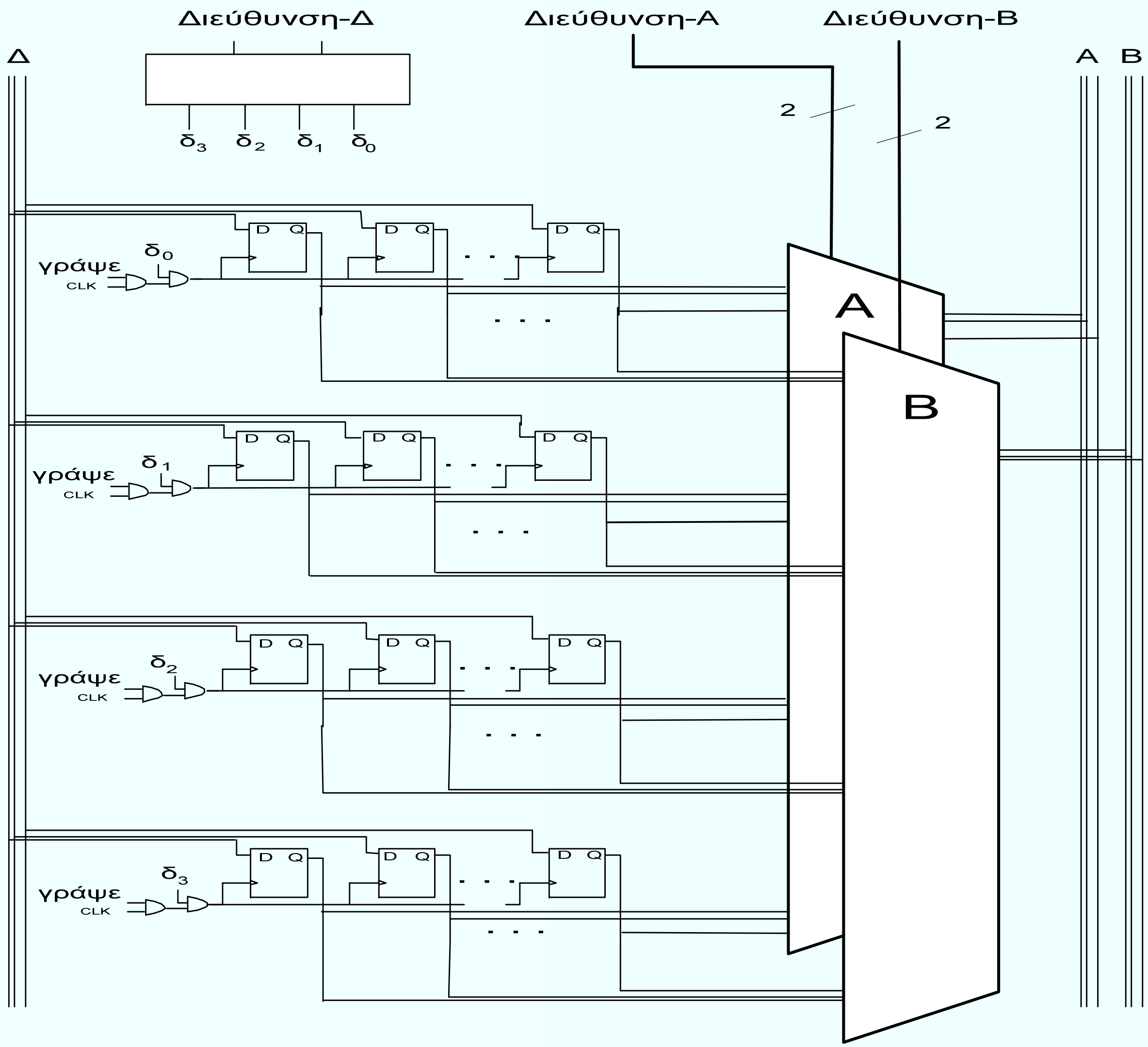
# Μονάδα εκτέλεσης λογικών πράξεων



# Λογικός σχεδιασμός 4 καταχωρητών με δύο πόρτες ανάγνωσης και μία εγγραφής Ι



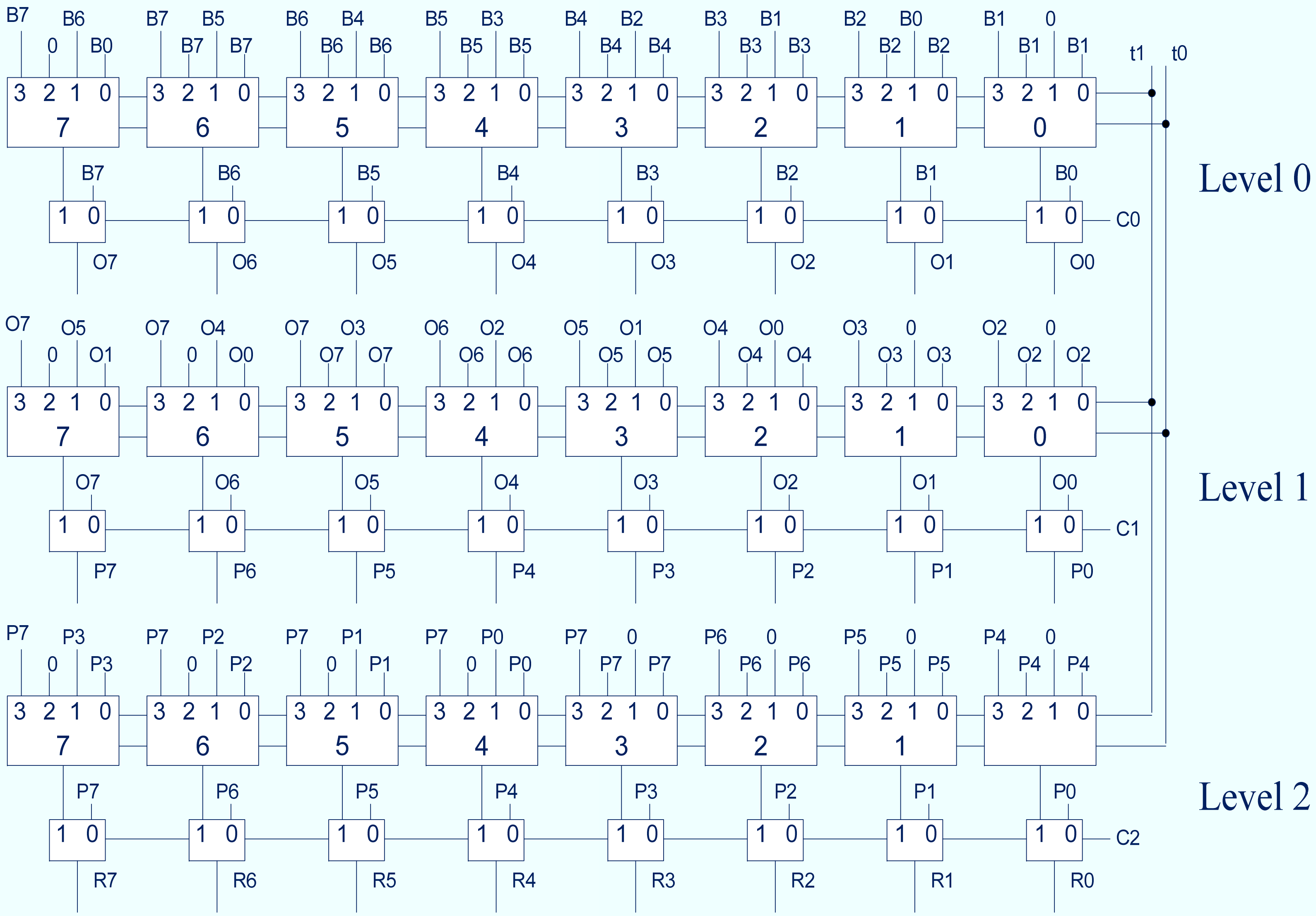
# Λογικός σχεδιασμός 4 καταχωρητών με δύο πόρτες ανάγνωσης και μία εγγραφής II



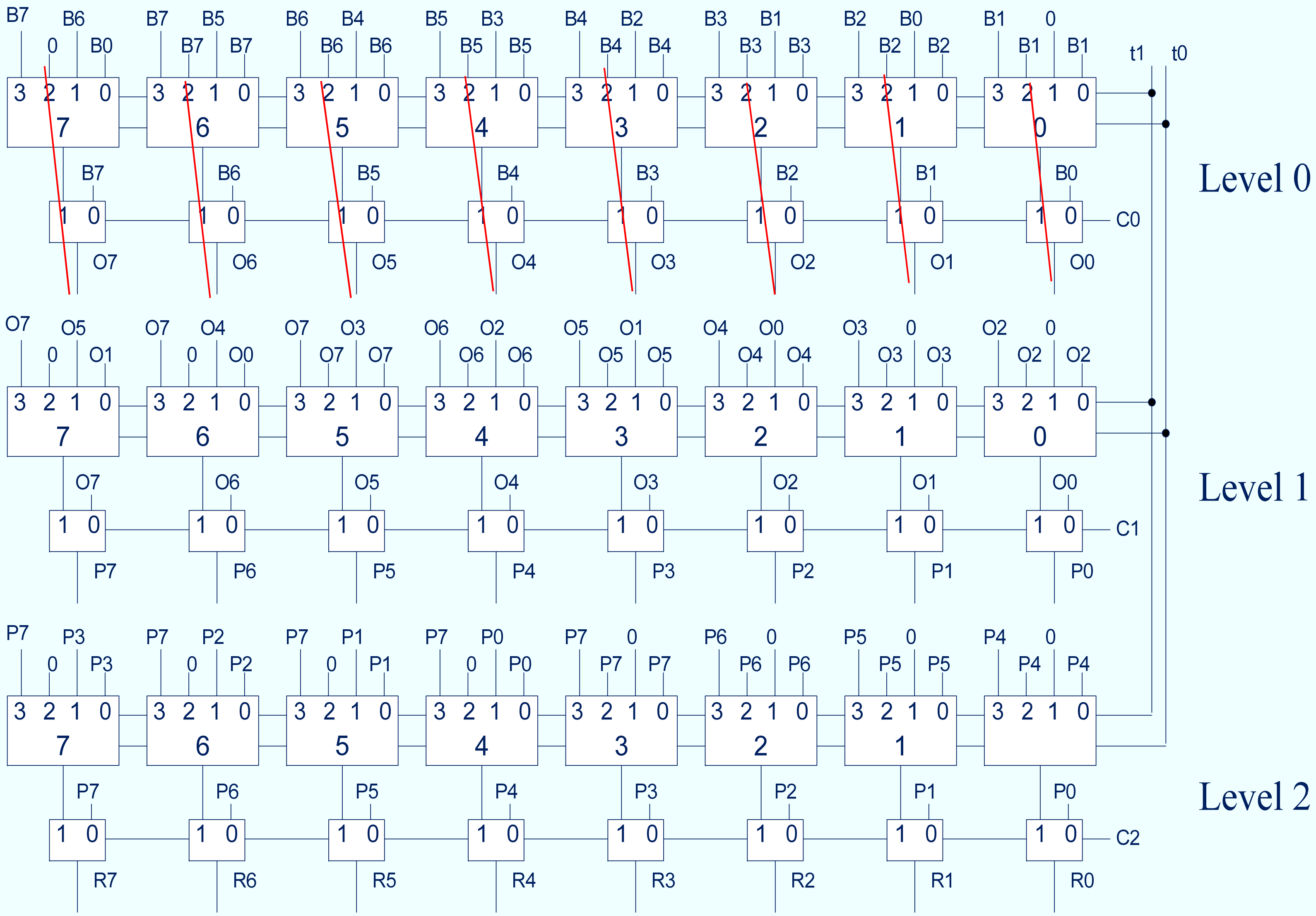
# Λειτουργίες του ολισθητή

| $t_1t_0$ | Πράξη |
|---|---|
| 00 | Κυκλική ολίσθηση προς τα δεξιά |
| 01 | Λογική ολίσθηση προς τα αριστερά |
| 10 | Λογική ολίσθηση προς τα δεξιά |
| 11 | Αριθμητική ολίσθηση προς τα δεξιά |

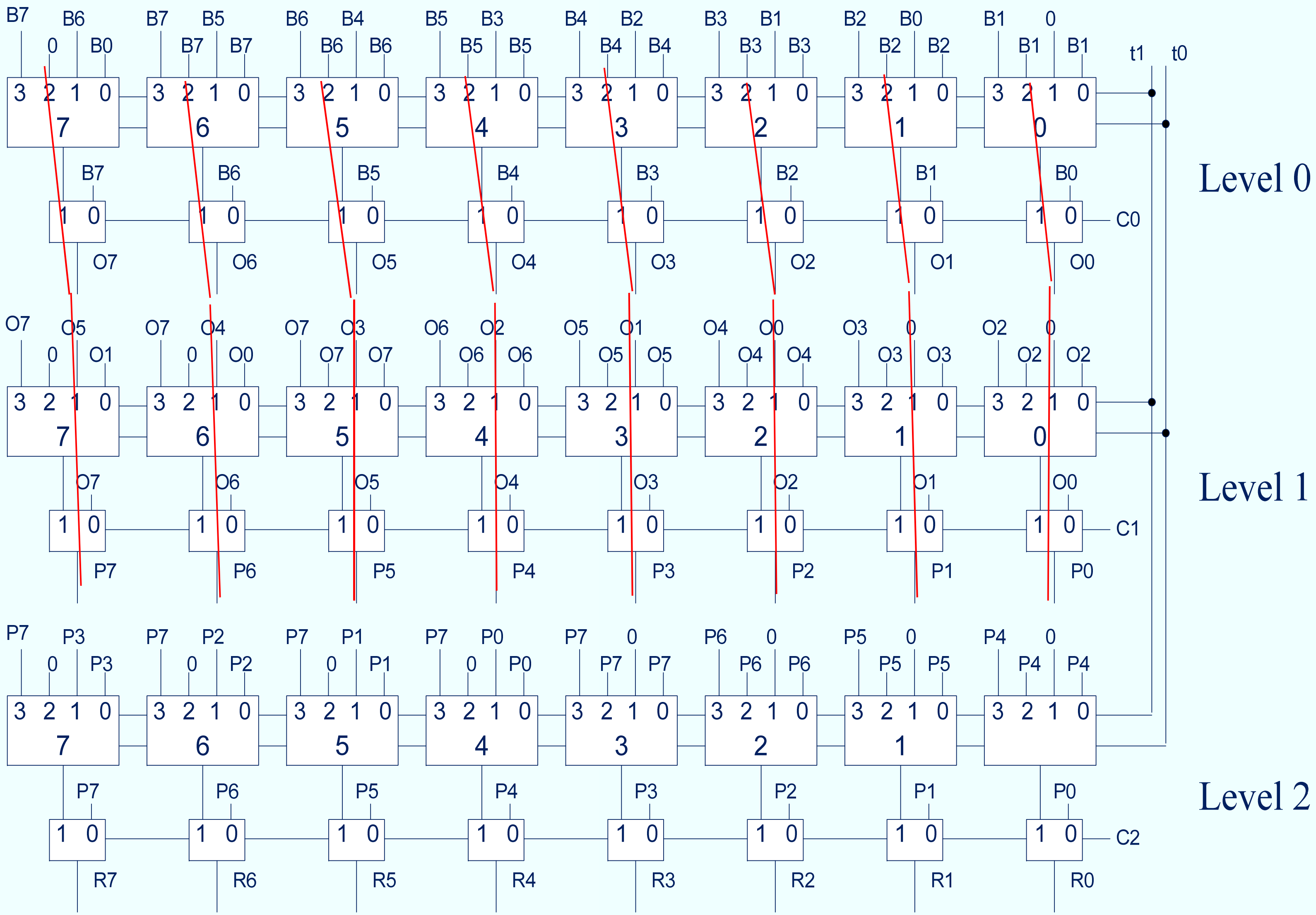
# Ολισθητής των οκτώ δυαδικών ψηφίων υλοποιημένος με πολυπλέκτες



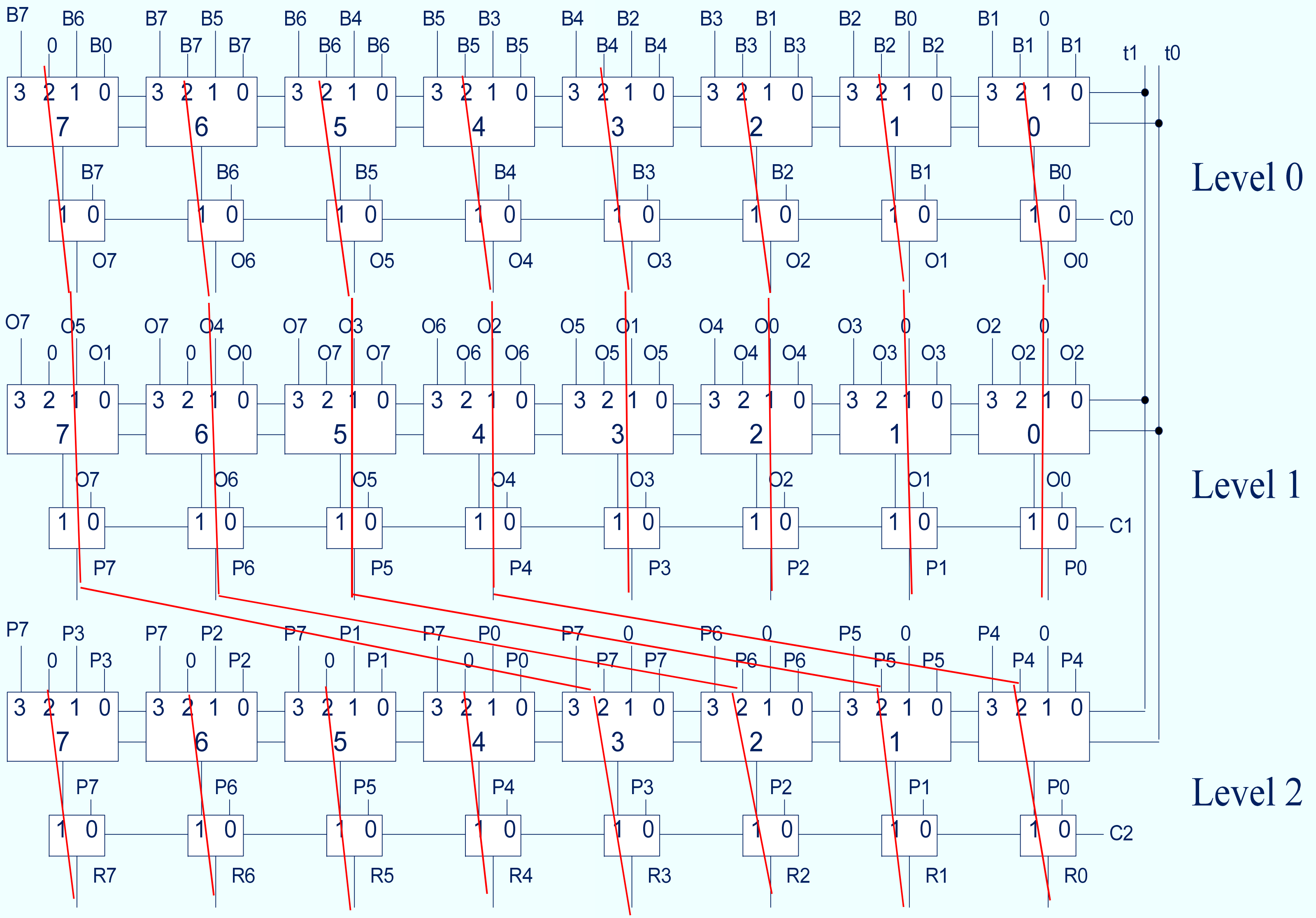
# Λογική ολίσθηση προς τα δεξιά κατά 5 θέσεις $t_1t_0$=10 και $c_2c_1c_0$=101



# Λογική ολίσθηση προς τα δεξιά κατά 5 θέσεις $t_1t_0$=10 και $c_2c_1c_0$=101



# Λογική ολίσθηση προς τα δεξιά κατά 5 θέσεις $t_1 t_0$=10 και $c_2 c_1 c_0$=101



# Πολλαπλασιασμός

# Πολλαπλασιασμός με χαρτί και μολύβι

| | |
|---|---|
| 1 1 0 1 | πολλαπλασιαστέος A |
| 0 1 0 1 | πολλαπλασιαστής $B = B_3\ B_2\ B_1\ B_0$ |
| ---------- | |
| 1 1 0 1 | $A \times B_0$ |
| 0 0 0 0 | $A \times 2 \times B_1$ |
| 1 1 0 1 | $A \times 2^2 \times B_2$ |
| + 0 0 0 0 | $A \times 2^3 \times B_3$ |
| --------------- | |
| 0 1 0 0 0 0 0 1 | $\Gamma = A \times B$ |

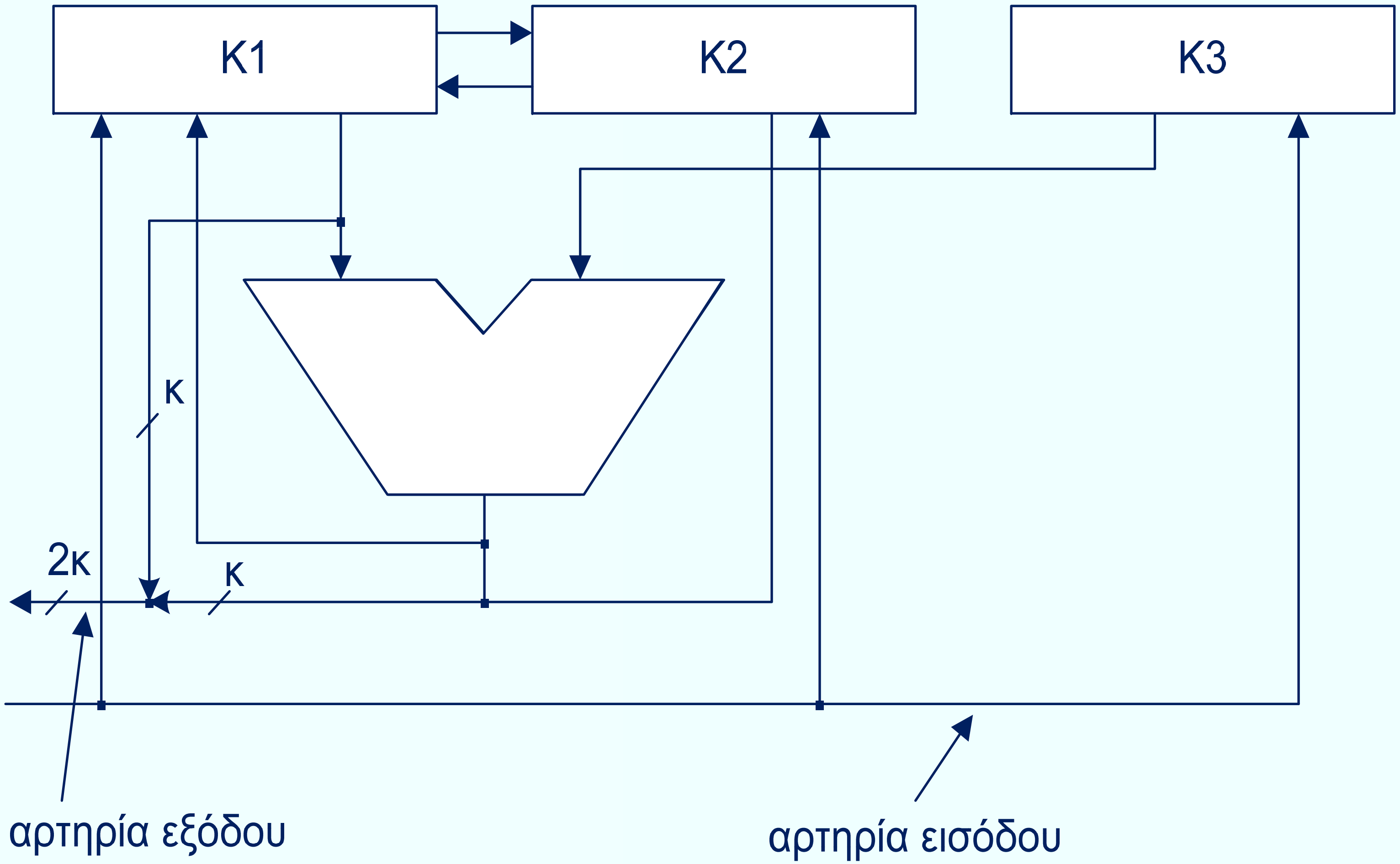
# Πολλαπλασιασμός με χρήση ενδιάμεσων αθροισμάτων

| | |
|---|---|
| 1 1 0 1 | πολλαπλασιαστέος A |
| × 0 1 0 1 | πολλαπλασιαστής $B = B_3\ B_2\ B_1\ B_0$ |
| ---------- | |
| 1 1 0 1 | $A \times B_0$ |
| + 0 0 0 0 | $A \times 2 \times B_1$ |
| --------------- | |
| 0 1 1 0 1 | ημιάθροισμα |
| +1 1 0 1 | $A \times 2^2 \times B_2$ |
| ------------------ | |
| 1 0 0 0 0 0 1 | ημιάθροισμα |
| + 0 0 0 0 | $A \times 2^3 \times B_3$ |
| ------------------ | |
| 0 1 0 0 0 0 0 1 | $\Gamma = A \times B$ |

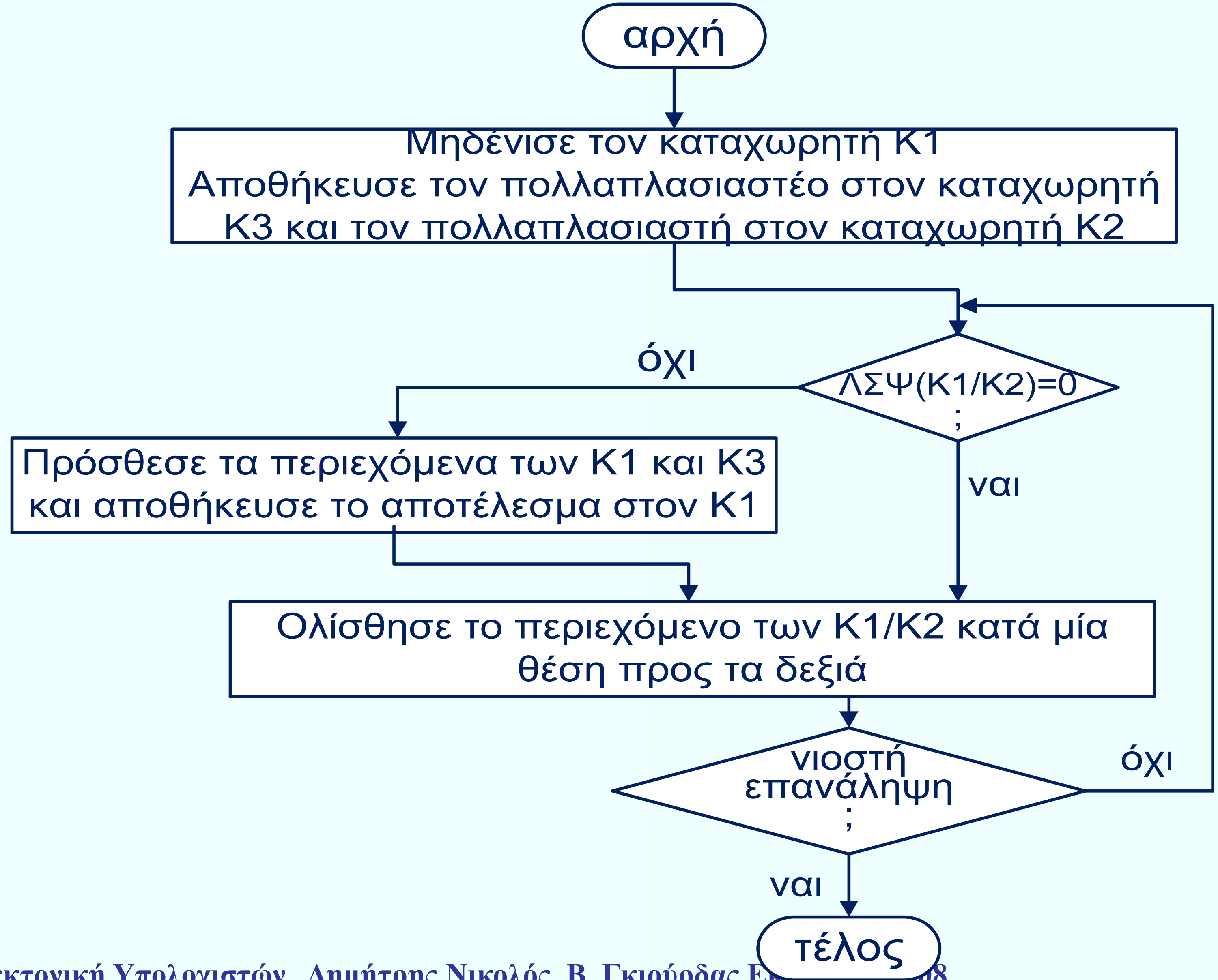
# Πολλαπλασιασμός με χρήση ενδιάμεσων αθροισμάτων

| | |
|---|---|
| 1 1 0 1 | πολλαπλασιαστέος A |
| × 0 1 0 1 | πολλαπλασιαστής $B = B_3\ B_2\ B_1\ B_0$ |
| ---------- | |
| 1 1 0 1 | $A \times B_0$ |
| 1 1 0 1 | ολισθημένο προς τα δεξιά $A \times B_0$ |
| + 0 0 0 0 | $A \times 2 \times B_1$ |
| --------------- | |
| 0 1 1 0 1 | ημιάθροισμα |
| 0 1 1 0 1 | ολισθημένο προς τα δεξιά ημιάθροισμα |
| +1 1 0 1 | $A \times 2^2 \times B_2$ |
| ------------------ | |
| 1 0 0 0 0 0 1 | ημιάθροισμα |
| 1 0 0 0 0 0 1 | ολισθημένο προς τα δεξιά ημιάθροισμα |
| + 0 0 0 0 | $A \times 2^3 \times B_3$ |
| ------------------ | |
| 0 1 0 0 0 0 0 1 | $\Gamma = A \times B$ |

# Αριθμητική Λογική Μονάδα με τη δυνατότητα εκτέλεσης πολλαπλασιασμού



# Αλγόριθμος εκτέλεσης της πράξης του πολλαπλασιασμού



# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις: 10×38 (1)

| επανάληψη | λειτουργία | K1 / K2 | K3 |
|---|---|---|---|
| 0 | Τοποθέτηση αρχικών τιμών | 00000000 0010011**0** | 00001010 |
| 1 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00000000 0001001**1** | 00001010 |
| 2 | ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | +00001010<br>000001010 00010011<br>00000101 0000100**1** | 00001010 |
| 3 | ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | +00001010<br>000001111 00001001<br>00000111 1000010**0** | 00001010 |
| 4 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00000011 1100001**0** | 00001010 |
| 5 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00000001 1110000**1** | 00001010 |

# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις: 10×38 (2)

| επανάληψη | λειτουργία | K1 / K2 | K3 |
|---|---|---|---|
| 5 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br><br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00000001 1110000**1** | 00001010 |
| 6 | ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση<br><br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | +00001010<br>-------------<br>000001011 1110000**1**<br><br>00000101 1111000**0** | 00001010 |
| 7 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br><br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00000010 1111100**0** | 00001010 |
| 8 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br><br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00000001 01111100 | 00001010 |

# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις: 202×38 (1)

| επανάληψη | λειτουργία | K1 / K2 | K3 |
|---|---|---|---|
| 0 | Τοποθέτηση αρχικών τιμών | 00000000 0010011**0** | 11001010 |
| 1 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | <br>00000000 0001001**1** | 11001010 |
| 2 | ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | +11001010<br>011001010 00010011<br>01100101 0000100**1** | 11001010 |
| 3 | ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | +11001010<br>1 00101111 00001001<br>10010111 1000010**0** | 11001010 |
| 4 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | <br>01001011 1100001**0** | 11001010 |
| 5 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | <br>00100101 1110000**1** | 11001010 |

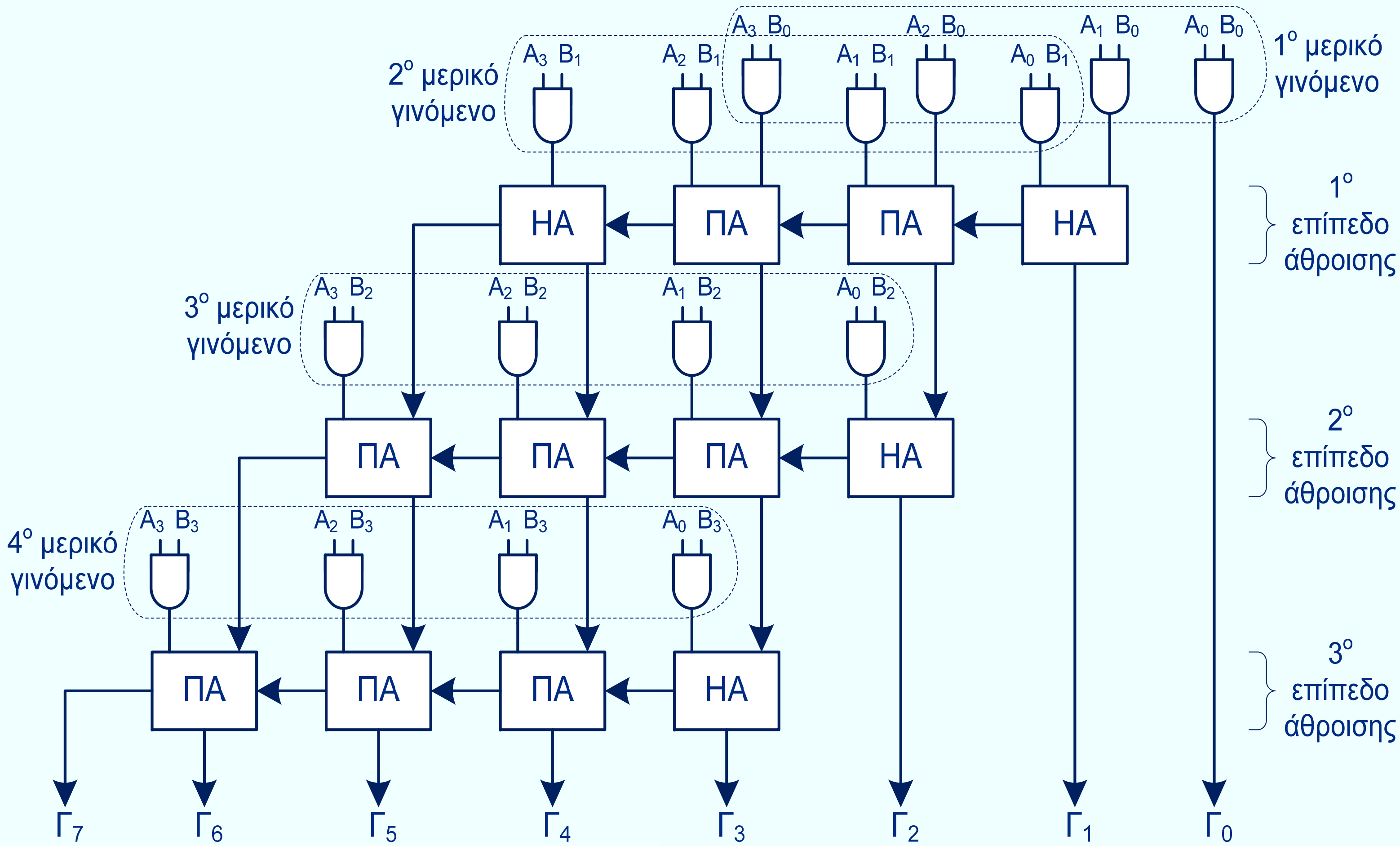
# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις: 202×38 (2)

| επανάληψη | λειτουργία | K1 / K2 | K3 |
|---|---|---|---|
| 5 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br><br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00100101 1110000**1** | 11001010 |
| 6 | ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση<br><br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | +11001010<br>-------------<br>0 11101111 1110000**1**<br><br>01110111 1111000**0** | 11001010 |
| 7 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br><br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00111011 1111100**0** | 11001010 |
| 8 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br><br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 00011101 11111100 | 11001010 |

# Πολλαπλασιασμός με χρήση ενδιάμεσων αθροισμάτων

| | |
|---|---|
| 1 1 0 1 | πολλαπλασιαστέος A |
| × 0 1 0 1 | πολλαπλασιαστής $B = B_3\ B_2\ B_1\ B_0$ |
| ---------- | |
| 1 1 0 1 | $A \times B_0$ |
| + 0 0 0 0 | $2 \times A \times B_1$ |
| --------------- | |
| 0 1 1 0 1 | ημιάθροισμα |
| +1 1 0 1 | $2^2 \times A \times B_2$ |
| ------------------ | |
| 1 0 0 0 0 0 1 | ημιάθροισμα |
| + 0 0 0 0 | $2^3 \times A \times B_3$ |
| ------------------ | |
| 0 1 0 0 0 0 0 1 | $\Gamma = A \times B$ |

# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου



# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου

Πλήρης αθροιστής:

$$c_i = a_i \cdot b_i + a_i \cdot c_{i-1} + b_i \cdot c_{i-1}$$

$$s_i = a_i' \cdot b_i' \cdot c_{i-1} + a_i' \cdot b_i \cdot c_{i-1}' + a_i \cdot b_i' \cdot c_{i-1}' + a_i \cdot b_i \cdot c_{i-1}$$

➔ κρατούμενου εξόδου = καθυστέρηση 2 πυλών
αθροίσματος = καθυστέρηση 3 πυλών

Ημιαθροιστής:

$$c_i = a_i \cdot b_i$$

$$s_i = a_i \oplus b_i$$

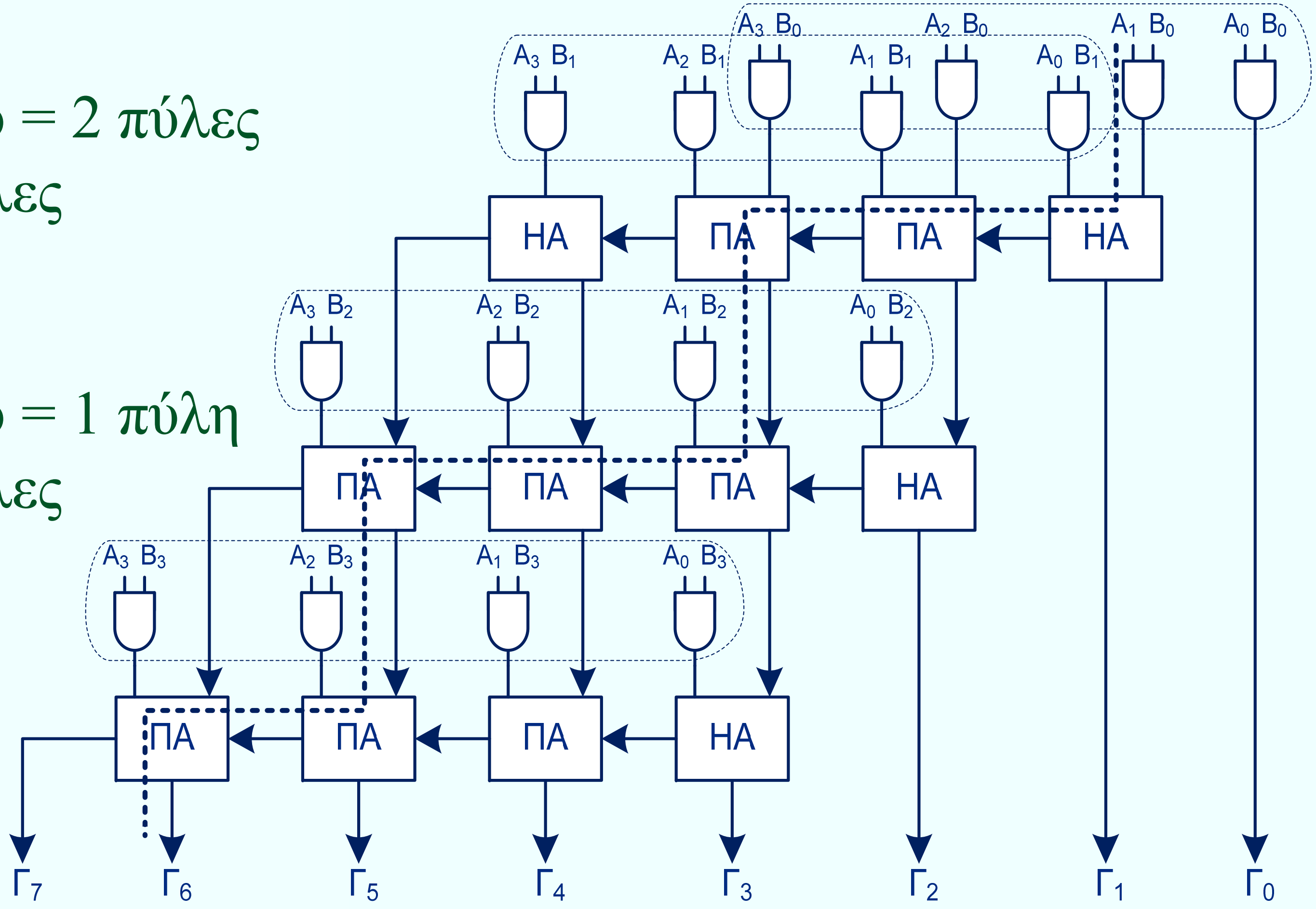
➔ κρατούμενου εξόδου = καθυστέρηση 1 πύλης
αθροίσματος = καθυστέρηση 2 πυλών

# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου

καθυστέρηση ΠΑ:
κρατούμενου εξόδου = 2 πύλες
αθροίσματος = 3 πύλες

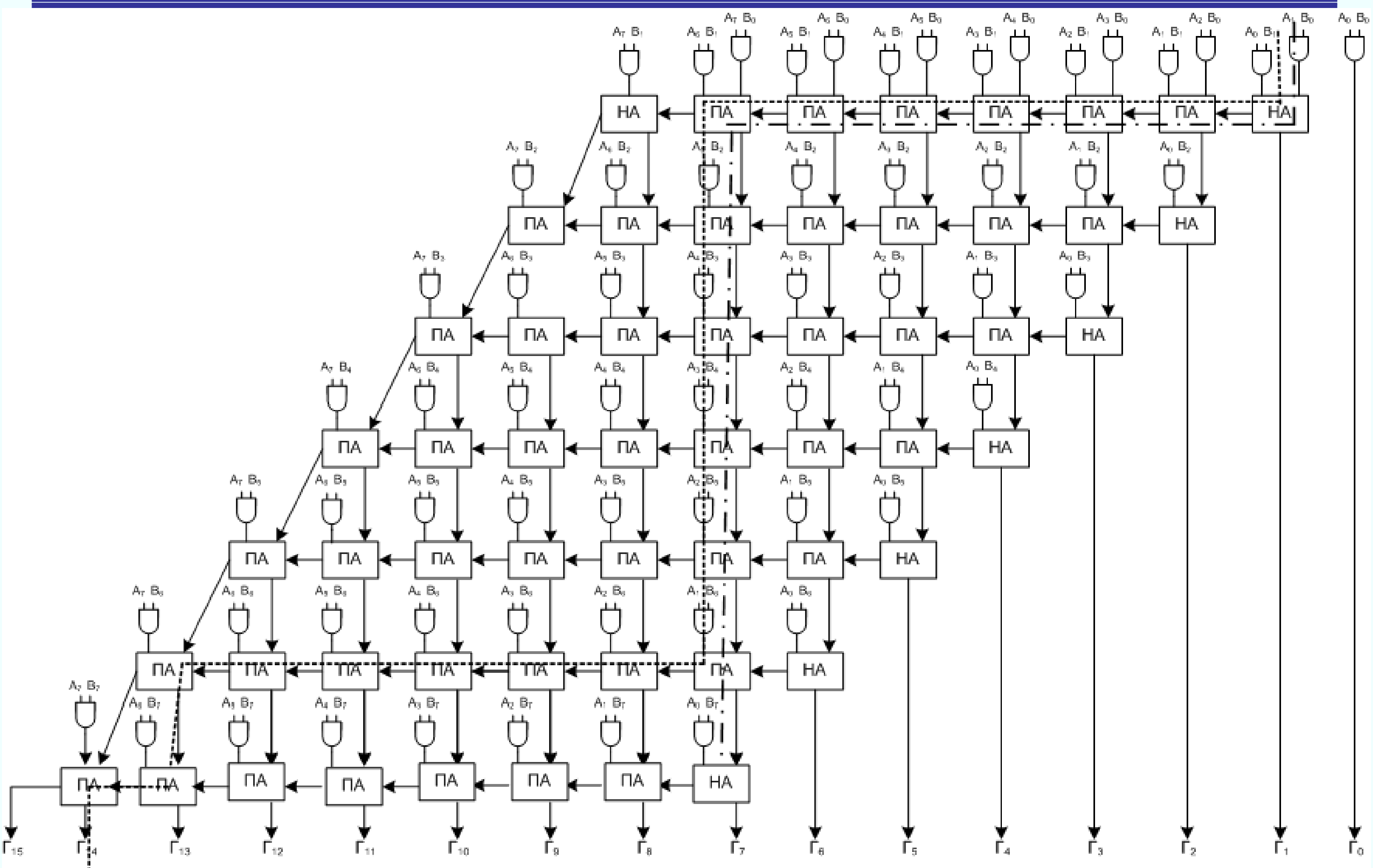
καθυστέρηση ΗΑ:
κρατούμενου εξόδου = 1 πύλη
αθροίσματος = 2 πύλες

$T_{\delta\kappa}$=19 πύλες



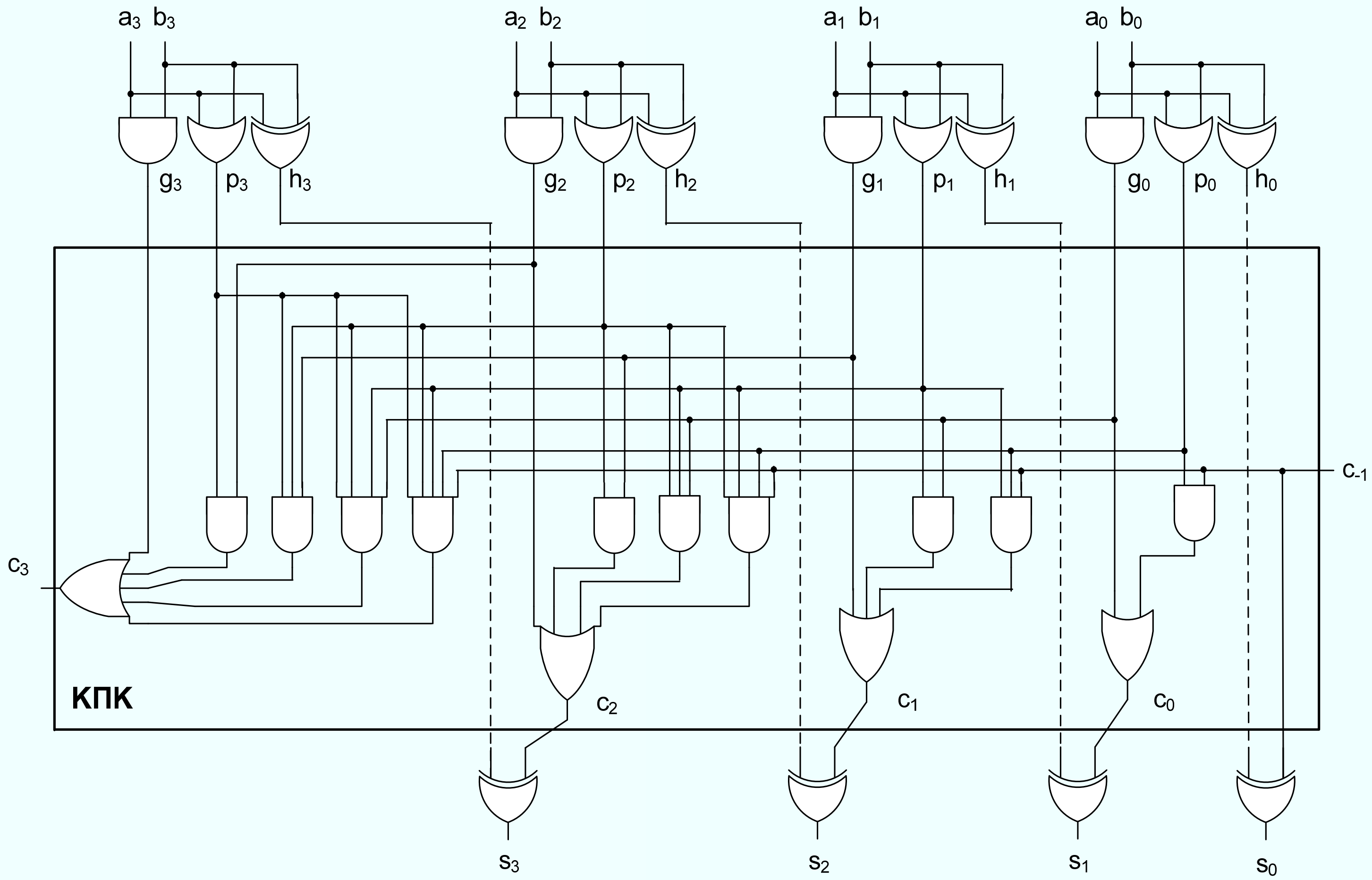

$$T_{\delta\kappa} = t_{AND} + t_{HAcarry} + 2\times(\nu\text{-}2)\times t_{\Pi Acarry} + (\nu\text{-}1)\times t_{\Pi Asum}$$

# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου




$$T_{\delta\kappa} = t_{AND} + t_{HAcarry} + 2\times(\nu\text{-}2)\times t_{\Pi Acarry} + (\nu\text{-}1)\times t_{\Pi Asum}$$

# Αθροιστής πρόβλεψης κρατούμενου των 4 δυαδικών ψηφίων



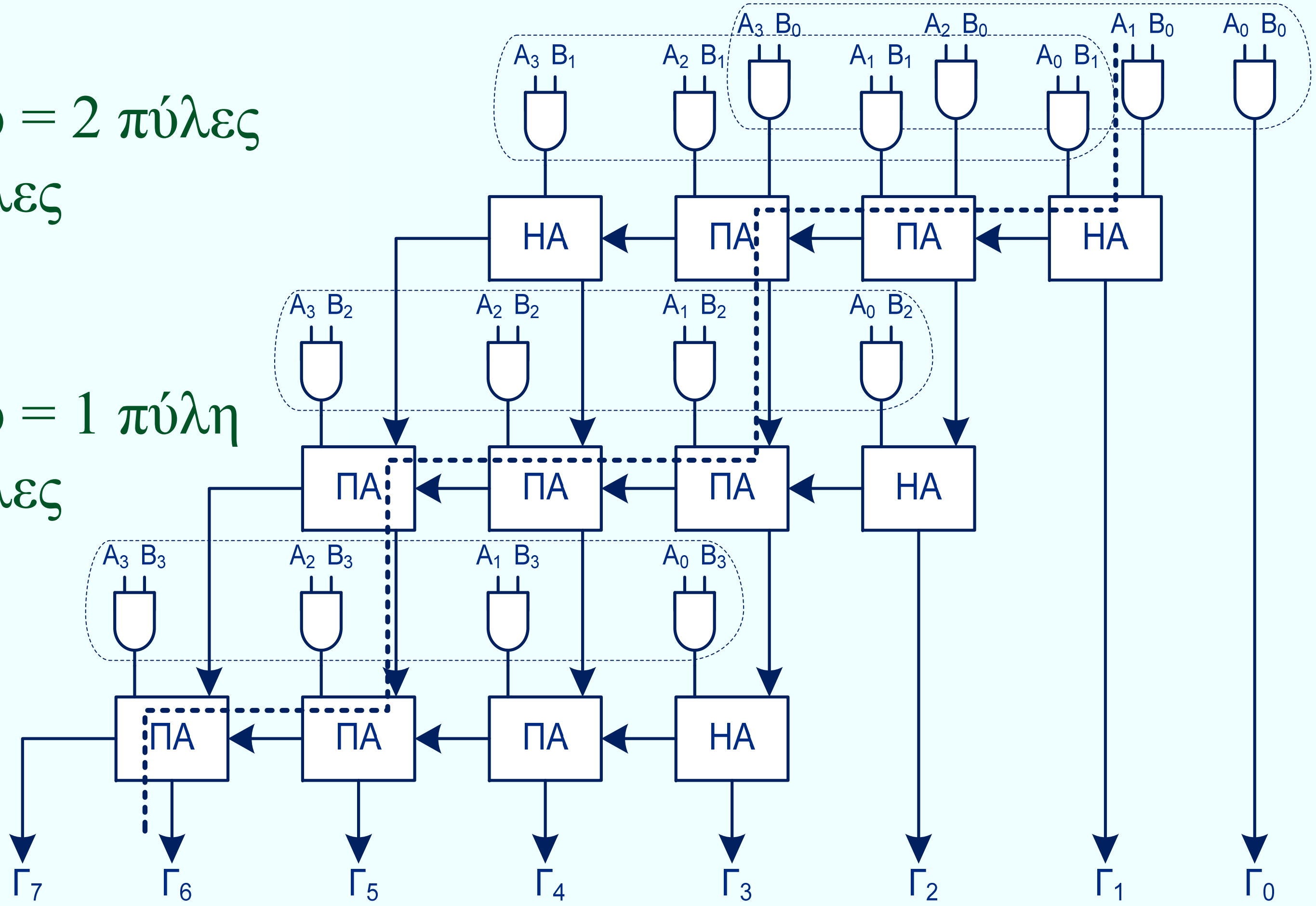

*Καθυστέρηση = 5 πύλες*

# Πολλαπλασιαστής διάδοσης κρατούμενου

καθυστέρηση ΠΑ:
κρατούμενου εξόδου = 2 πύλες
αθροίσματος = 3 πύλες

καθυστέρηση ΗΑ:
κρατούμενου εξόδου = 1 πύλη
αθροίσματος = 2 πύλες

$T_{\delta\kappa}$=19 πύλες




*Καθυστέρηση τελευταίας βαθμίδας = 5 πύλες*

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου (1)

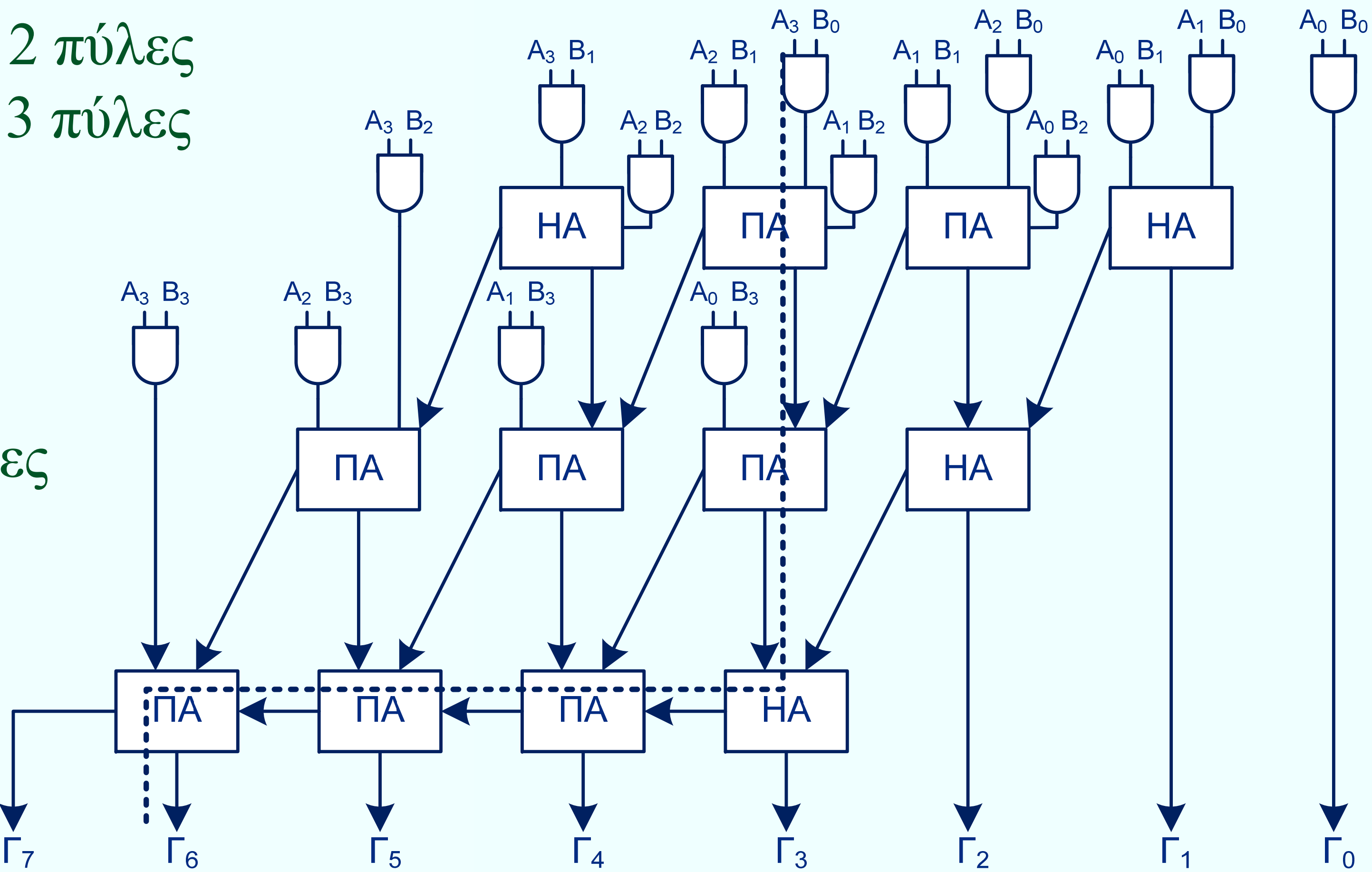
καθυστέρηση ΠΑ:

κρατ. εξόδου = 2 πύλες

αθροίσματος = 3 πύλες

$T_{\delta\kappa}$=19 πύλες

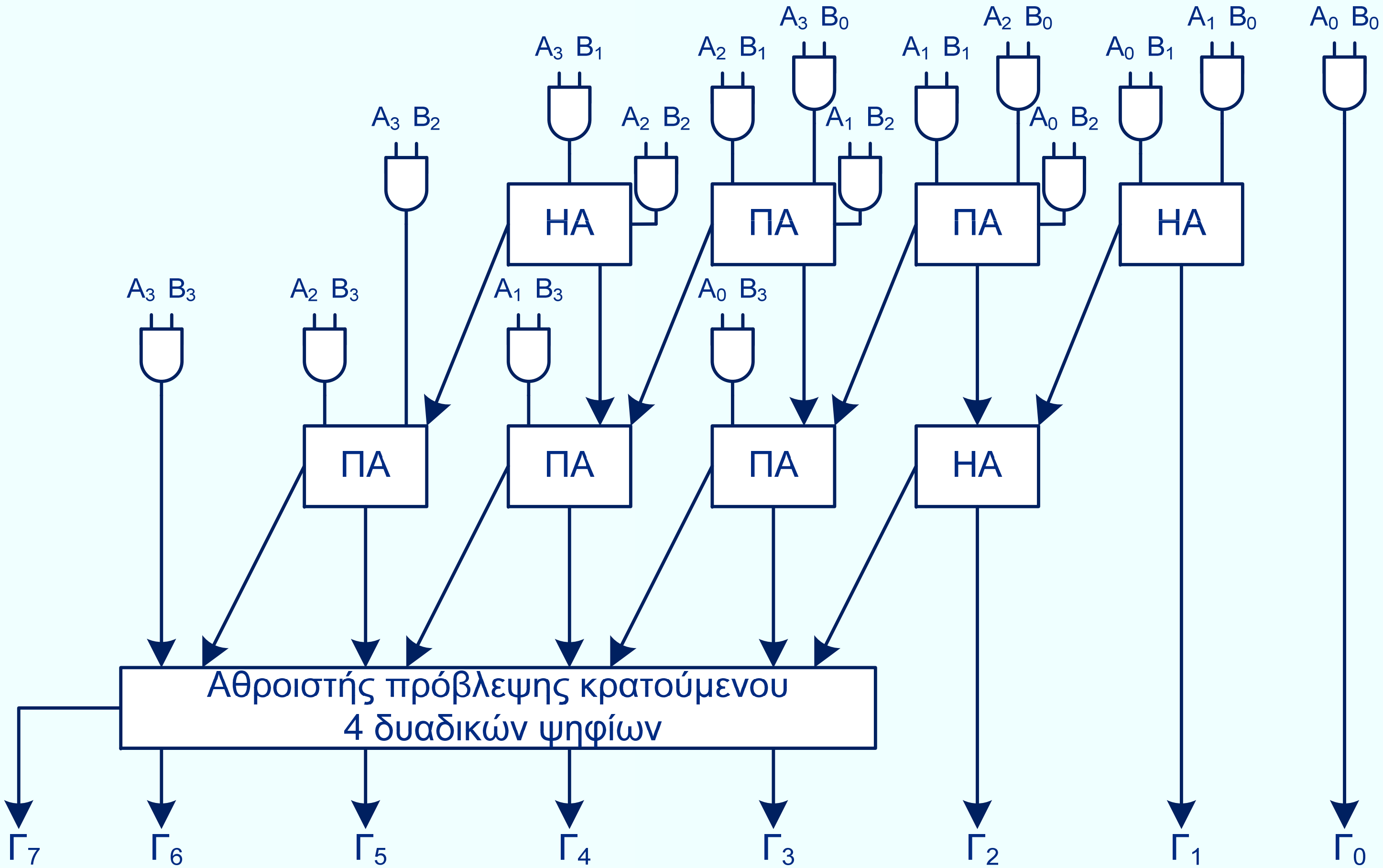
$T_{\delta\iota\alpha\tau.\kappa}$=15 πύλες




καθυστέρηση ΗΑ:

κρατ. εξόδου = 1 πύλη, αθροίσματος = 2 πύλες

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου (2)




$$T_{\delta\iota\alpha\tau.\kappa} = t_{AND} + (\nu\text{-}2)\times t_{\Pi A sum} + t_{ATB}$$

# Πολλαπλασιασμός με διαδοχικές προσθέσεις και ολισθήσεις για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2

$$X' = 2^{\nu} - |X| \qquad \text{με} \qquad -2^{\nu-1} \le X \le 2^{\nu-1} - 1$$

$$-|X| = X' - 2^{\nu}$$

$$-|X| = 1 \times 2^{\nu-1} + \sum_{i=0}^{\nu-2} X_i \times 2^i - 2^{\nu} = -1 \times 2^{\nu-1} + \sum_{i=0}^{\nu-2} X_i \times 2^i$$

$$|X| = -X_{\nu-1} \times 2^{\nu-1} + \sum_{i=0}^{\nu-2} X_i \times 2^i$$

# Πολλαπλασιασμός για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2: -118×(-90) (διαφ. 1)

| Επανά-ληψη | λειτουργία | K1 / K2 | K3 |
|---|---|---|---|
| 0 | Τοποθέτηση αρχικών τιμών | 000000000 1010011**0** | 110001010 |
| 1 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των<br>K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | <br><br>000000000 0101001**1** | 110001010 |
| 2 | ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των<br>K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | + 110001010<br>---------------<br>110001010 01010011<br>111000101 0010100**1** | 110001010 |
| 3 | ΛΣΨ(K1/K2)=1⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των<br>K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | + 110001010<br>---------------<br>101001111 00101001<br>110100111 1001010**0** | 110001010 |
| 4 | ΛΣΨ(K1/K2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των<br>K1/K2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | <br><br>111010011 1100101**0** | 110001010 |

# Πολλαπλασιασμός για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2: -118×(-90) (διαφ. 2)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | ΛΣΨ(Κ1/Κ2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 111101001 1110010**1** | 110001010 |
| 6 | ΛΣΨ(Κ1/Κ2)=1⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | + 110001010<br>----------------<br>101110011 1110010**1**<br>110111001 1111001**0** | 110001010 |
| 7 | ΛΣΨ(Κ1/Κ2)=0⇒ όχι πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | 111011100 1111100**1** | 110001010 |
| 8 | ΛΣΨ(Κ1/Κ2)=1⇒ αφαίρεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2 κατά μία θέση προς τα δεξιά | - 110001010<br>---------------<br>001010010 11111001<br>000101001 01111100 | 110001010 |

# Αντικατάσταση ομάδας μονάδων

Ομάδα θετικών μονάδων

| βάρη | … | $2^{j+2}$ | $2^{j+1}$ | $2^{j}$ | … | $2^{i+1}$ | $2^{i}$ | $2^{i-1}$ | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1η παράσταση | … | 0 | 0 | 1 | … | 1 | 1 | 0 | … |
| 2η παράσταση | … | 0 | 1 | 0 | … | 0 | -1 | 0 | … |

000111111=63

00100000-1=63

# Αντικατάσταση ομάδας μονάδων

## Ομάδα θετικών μονάδων

| βάρη | … | $2^{j+2}$ | $2^{j+1}$ | $2^{j}$ | … | $2^{i+1}$ | $2^{i}$ | $2^{i-1}$ | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1η παράσταση | … | 0 | 0 | 1 | … | 1 | 1 | 0 | … |
| 2η παράσταση | … | 0 | 1 | 0 | … | 0 | -1 | 0 | … |

## Ομάδα αρνητικών μονάδων

| βάρη | … | $2^{j+2}$ | $2^{j+1}$ | $2^{j}$ | … | $2^{i+1}$ | $2^{i}$ | $2^{i-1}$ | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1η παράσταση | … | 0 | 0 | -1 | … | -1 | -1 | 0 | … |
| 2η παράσταση | … | 0 | -1 | 0 | … | 0 | 1 | 0 | … |

# Κανόνες του αλγόριθμου Booth

00: Βρισκόμαστε εντός μίας ακολουθίας μηδενικών, οπότε δεν εκτελούμε καμία αριθμητική πράξη

10: Βρισκόμαστε στην αρχή μίας ακολουθίας μονάδων, οπότε θα πρέπει από το πιο σημαντικό τμήμα του γινομένου να αφαιρέσουμε τον πολλαπλασιαστέο

11: Βρισκόμαστε εντός μίας ακολουθίας μονάδων, οπότε δεν εκτελούμε καμία αριθμητική πράξη

01: Βρισκόμαστε στο τέλος μίας ακολουθίας μονάδων, οπότε θα πρέπει στο πιο σημαντικό τμήμα του γινομένου να προσθέσουμε τον πολλαπλασιαστέο

$$X = -X_{\nu-1} \times 2^{\nu-1} + X_{\nu-2} \times 2^{\nu-2} + \ldots + X_{\nu-k} \times 2^{\nu-k} + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i =$$

$$= -2^{\nu-1} + 2^{\nu-2} + \ldots + 2^{\nu-k+1} + 2^{\nu-k} + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i =$$

$$= -2^{\nu-1} + (2^{\nu-2} + \ldots + 2^{\nu-k+1} + 2^{\nu-k}) + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i =$$

$$= -2^{\nu-1} + (2^{\nu-1} + 0 + \ldots + 0 - 2^{\nu-k}) + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i =$$

$$= -2^{\nu-k} + \sum_{i=0}^{\nu-k-1} X_i \times 2^i$$

# Πολλαπλασιασμός με τον αλγόριθμο Booth -118×(-90) (διαφ. 1)

<table>
<tr><th>Επανά-<br>ληψη</th><th>λειτουργία</th><th>K1 K2 K2ε</th><th>K3</th></tr>
<tr><td>0</td><td>Τοποθέτηση αρχικών τιμών</td><td>000000000 10100110 0</td><td>110001010</td></tr>
<tr><td>1</td><td>ΛΣΖ(K2/K2ε)=00⇒ καμία πράξη<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2<br>κατά μία θέση προς τα δεξιά</td><td><br><br>000000000 01010011 0</td><td>110001010</td></tr>
<tr><td>2</td><td>ΛΣΖ(K2/K2ε)=10⇒ αφαίρεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2<br>κατά μία θέση προς τα δεξιά</td><td>+ 001110110<br>---------------<br>001110110 01010011 0<br>000111011 00101001 1</td><td>11001010</td></tr>
<tr><td>3</td><td>ΛΣΖ(K2/K2ε)=11⇒ καμία πράξη<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2<br>κατά μία θέση προς τα δεξιά</td><td><br><br>000011101 10010100 1</td><td>110001010</td></tr>
<tr><td>4</td><td>ΛΣΖ(K2/K2ε)=01⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2<br>κατά μία θέση προς τα δεξιά</td><td>+ 110001010<br>---------------<br>110100111 10010100 1<br>111010011 11001010 0</td><td>110001010</td></tr>
</table>

# Πολλαπλασιασμός με τον αλγόριθμο Booth -118×(-90) (διαφ. 2)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | ΛΣΖ(Κ2/Κ2ε)=00⇒ καμία πράξη<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2<br>κατά μία θέση προς τα δεξιά | 111101001 1110010**1** **0** | 110001010 |
| 6 | ΛΣΖ(Κ2/Κ2ε)=10⇒ αφαίρεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2<br>κατά μία θέση προς τα δεξιά | + 001110110<br>---------------<br>001011111 11100101 0<br>000101111 1111001**0** **1** | 110001010 |
| 7 | ΛΣΖ(Κ2/Κ2ε)=01⇒ πρόσθεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2<br>κατά μία θέση προς τα δεξιά | + 110001010<br>---------------<br>110111001 11110010 1<br>111011100 1111100**1** **0** | 110001010 |
| 8 | ΛΣΖ(Κ2/Κ2ε)=10⇒ αφαίρεση<br>Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2<br>κατά μία θέση προς τα δεξιά | + 001110110<br>---------------<br>001010010 11111001 0<br>000101001 01111100 1 | 110001010 |

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο

Για να αποφύγουμε την επέκταση προσήμου μπορούμε αντί να προσθέτουμε τα μερικά γινόμενα που είναι σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο να προσθέτουμε τις τιμές τους.

Μερικό γινόμενο των τεσσάρων δυαδικών ψηφίων: $x_3x_2x_1x_0$
Εάν $x_3$=0 τότε το $0x_2x_1x_0$ δίνει την τιμή του. Εάν $x_3$=1 τότε το -1$x_2x_1x_0$ δίνει την τιμή του

Επομένως άσχετα με το εάν ένα μερικό γινόμενο $x_{v-1}x_{v-1}\ldots x_1x_0$ είναι θετικό ή αρνητικό θα μπορούσαμε να το εκφράσουμε ως το άθροισμα

$$x'_{v-1} \quad \ldots \quad x_1 \quad x_0$$

-1

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο

Έστω ότι έχουμε πολλαπλασιαστή και πολλαπλασιαστέο των τεσσάρων δυαδικών ψηφίων και ότι τα τέσσερα μερικά γινόμενα είναι τα $W = w_3w_2w_1w_0$, $X = x_3x_2x_1x_0$, $Y = y_3y_2y_1y_0$ και $Z = z_3z_2z_1z_0$. Το $Z$ είναι το μερικό γινόμενο που αντιστοιχεί στο δυαδικό ψηφίο πρόσημου του πολλαπλασιαστή και άρα πρέπει να αφαιρεθεί από τα υπόλοιπα μερικά γινόμενα, ή διαφορετικά,
πρέπει να προστεθεί σε αυτά το συμπλήρωμά του ως προς δύο, το οποίο ισούται με $\overline{z}_3\,\overline{z}_2\,\overline{z}_1\,\overline{z}_0 + 1$

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & \overline{w_3} & w_2 & w_1 & w_0 \\
 & & & -1 & & & \\
 & & \overline{x_3} & x_2 & x_1 & x_0 & \\
 & & -1 & & & & \\
 & \overline{y_3} & y_2 & y_1 & y_0 & & \\
 & -1 & & & & & \\
z_3 & \overline{z_2} & \overline{z_1} & \overline{z_0} & & & \\
-1 & & & 1 & & &
\end{array}
$$

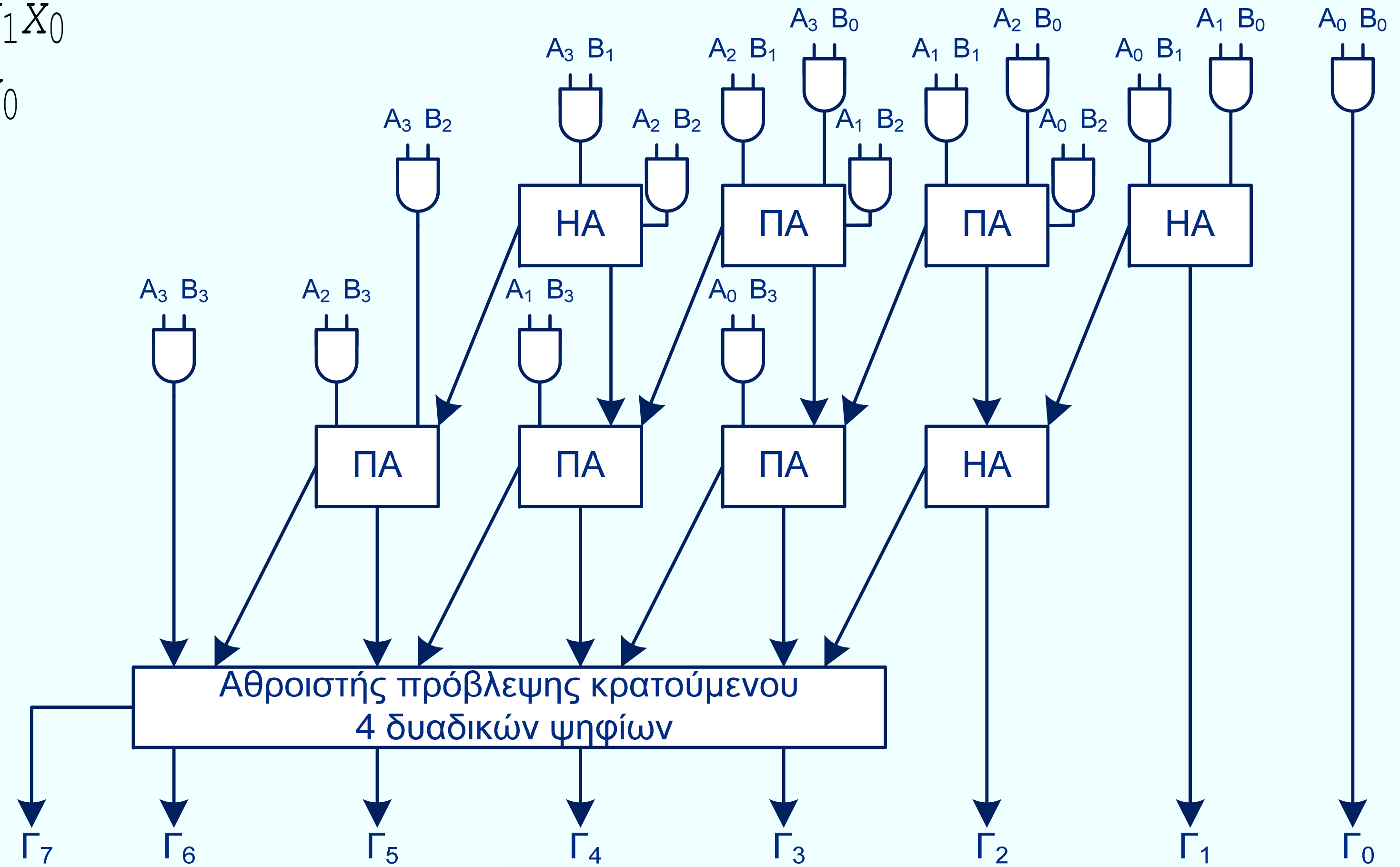
$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & \overline{w_3} & w_2 & w_1 & w_0 \\
 & & \overline{x_3} & x_2 & x_1 & x_0 & \\
 & \overline{y_3} & y_2 & y_1 & y_0 & & \\
z_3 & \overline{z_2} & \overline{z_1} & \overline{z_0} & & & \\
-1 & -1 & -1 & & & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & \overline{w_3} & w_2 & w_1 & w_0 \\
 & & \overline{x_3} & x_2 & x_1 & x_0 & \\
 & \overline{y_3} & y_2 & y_1 & y_0 & & \\
z_3 & \overline{z_2} & \overline{z_1} & \overline{z_0} & & & \\
-1 & 0 & 0 & 1 & & &
\end{array}
$$

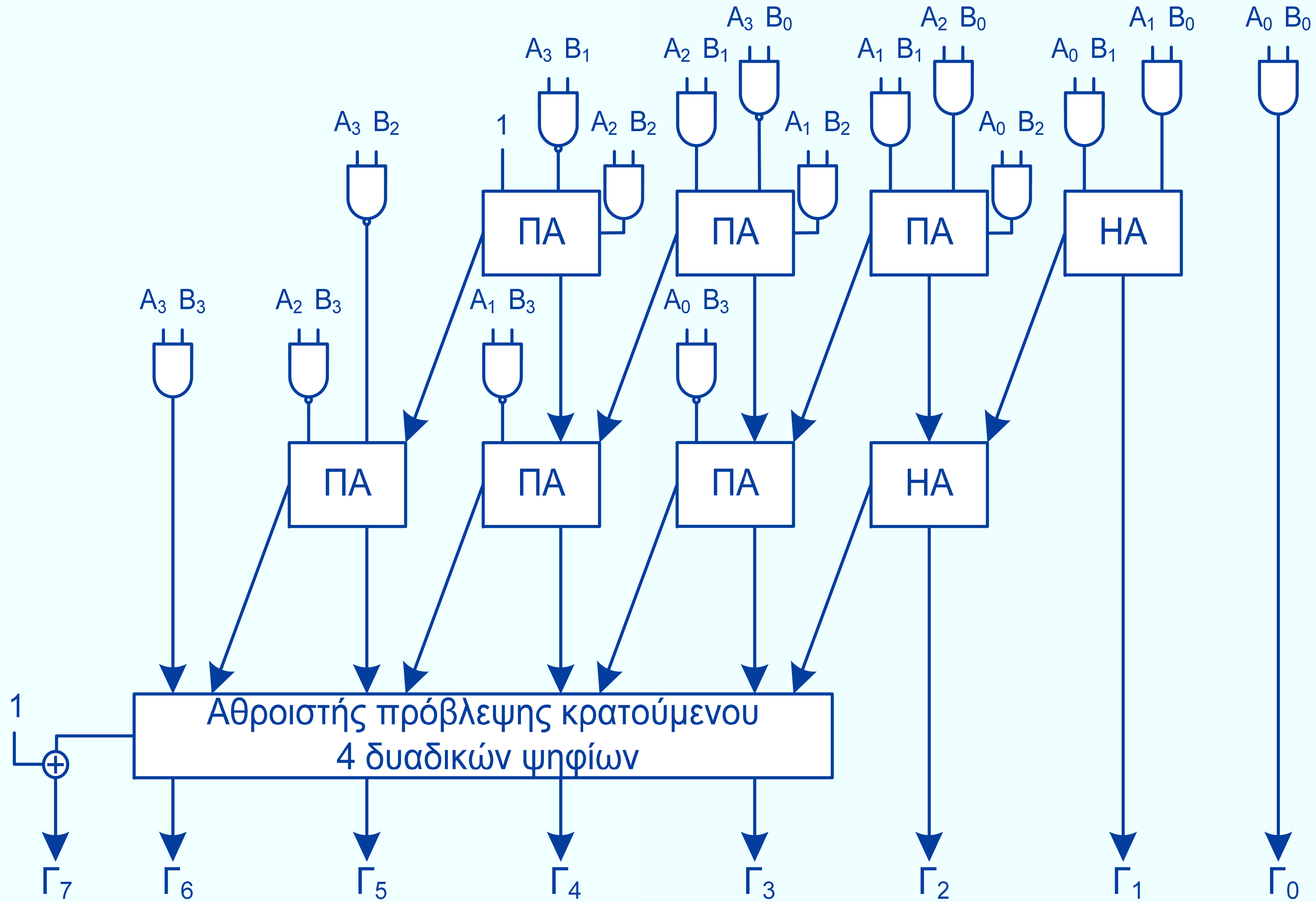
$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 1 & \overline{w_3} & w_2 & w_1 & w_0 \\
 & & \overline{x_3} & x_2 & x_1 & x_0 & \\
 & \overline{y_3} & y_2 & y_1 & y_0 & & \\
z_3 & \overline{z_2} & \overline{z_1} & \overline{z_0} & & & \\
-1 & 0 & 0 & 0 & & &
\end{array}
$$

# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο

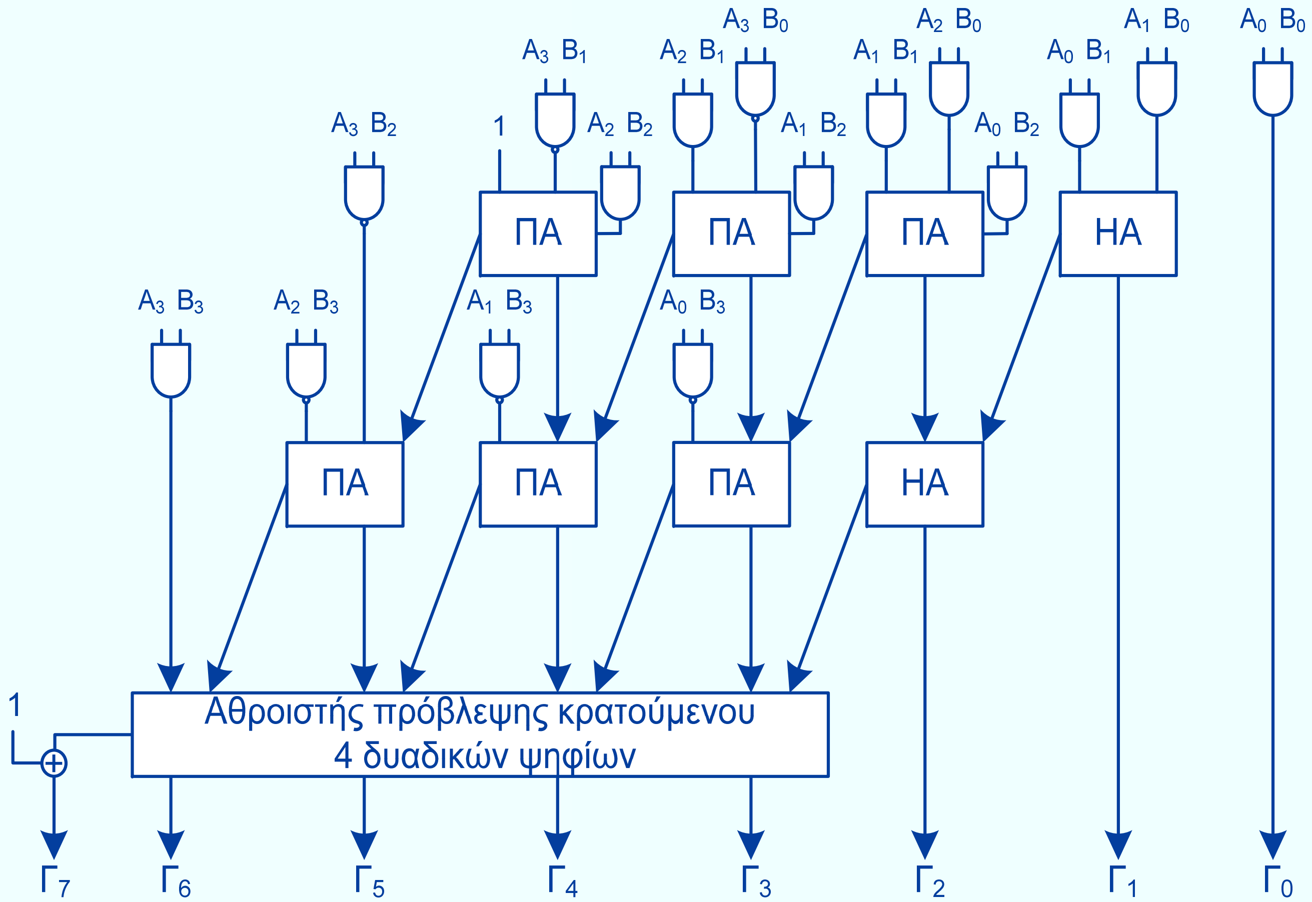
$$
\begin{array}{rrrrrrr}
 & & & 1 & \overline{w_3} & w_2 & w_1\ w_0 \\
 & & & & \overline{x_3} & x_2 & x_1\ x_0 \\
 & & & \overline{y_3} & y_2 & y_1 & y_0 \\
 & & z_3 & \overline{z_2} & \overline{z_1} & \overline{z_0} & \\
-1 & 0 & 0 & 0 & & &
\end{array}
$$



# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο



# Πολλαπλασιαστής διατήρησης κρατούμενου για αριθμούς σε παράσταση συμπληρώματος ως προς δύο




**Πλήθος μερικών γινομένων;**

# Τροποποιημένος αλγόριθμος Booth

Τριάδα

$B_{j+1}B_jB_{j-1}$

Το μερικό γινόμενο που αντιστοιχεί σε κάθε τριάδα δυαδικών ψηφίων, ισούται με το άθροισμα δύο μερικών γινομένων

$\alpha_7\alpha_6\alpha_5\alpha_4\alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_7\alpha_6\alpha_5\alpha_4\alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_0 0$

# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 1)

| Τριάδα $B_{j+1}B_jB_{j-1}$ | Μερικό γινόμενο |
|---|---|
| 0 0 0 | Δεξιότερη δυάδα: 00 → Μερικό γινόμενο = 0<br>Αριστερότερη δυάδα: 00 → Μερικό γινόμενο = 0 (x 2)<br>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = 0 |
| 0 0 1 | Δεξιότερη δυάδα: 01 → Μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος<br>Αριστερότερη δυάδα: 00 → Μερικό γινόμενο = 0 (x 2)<br>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος<br>Συμβολισμός: μΓx1 |
| 0 1 0 | Δεξιότερη δυάδα: 10 → Μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστέος<br>Αριστερότερη δυάδα: 01 → Μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος (x 2)<br>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος<br>Συμβολισμός: μΓx1 |
| 0 1 1 | Δεξιότερη δυάδα: 11 → Μερικό γινόμενο = 0<br>Αριστερότερη δυάδα: 01 → Μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος (x 2)<br>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = 2 x πολλαπλασιαστέος<br>Συμβολισμός: μΓx2 |

# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 2)

| Τριάδα $B_{j+1}B_jB_{j-1}$ | Μερικό γινόμενο |
|---|---|
| 1 0 0 | Δεξιότερη δυάδα: 00 → Μερικό γινόμενο = 0<br>Αριστερότερη δυάδα: 10 → Μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστέος (x 2)<br>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = – 2 x πολλαπλασιαστέος<br>Συμβολισμός: μΓx-2 |
| 1 0 1 | Δεξιότερη δυάδα: 01 → Μερικό γινόμενο = πολλαπλασιαστέος<br>Αριστερότερη δυάδα: 10 → Μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστέος (x 2)<br>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστέος<br>Συμβολισμός: μΓx-1 |
| 1 1 0 | Δεξιότερη δυάδα: 10 → Μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστέος<br>Αριστερότερη δυάδα: 11 → Μερικό γινόμενο = 0 (x 2)<br>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = – πολλαπλασιαστέος<br>Συμβολισμός: μΓx-1 |
| 1 1 1 | Δεξιότερη δυάδα: 11 → Μερικό γινόμενο = 0<br>Αριστερότερη δυάδα: 11 → Μερικό γινόμενο = 0 (x 2)<br>Συνδυασμένο μερικό γινόμενο = 0 |

# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 2)

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | $\overline{p}_{0,8}$ | $p_{0,7}$ | $p_{0,6}$ | $p_{0,5}$ | $p_{0,4}$ | $p_{0,3}$ | $p_{0,2}$ | $p_{0,1}$ | $p_{0,0}$ |
| | | | | | | -1 | | | | | | | | |
| | | | | $\overline{p}_{1,8}$ | $p_{1,7}$ | $p_{1,6}$ | $p_{1,5}$ | $p_{1,4}$ | $p_{1,3}$ | $p_{1,2}$ | $p_{1,1}$ | $p_{1,0}$ | | |
| | | | | -1 | | | | | | | | | | |
| | | $\overline{p}_{2,8}$ | $p_{2,7}$ | $p_{2,6}$ | $p_{2,5}$ | $p_{2,4}$ | $p_{2,3}$ | $p_{2,2}$ | $p_{2,1}$ | $p_{2,0}$ | | | | |
| | | -1 | | | | | | | | | | | | |
| $\overline{p}_{3,8}$ | $p_{3,7}$ | $p_{3,6}$ | $p_{3,5}$ | $p_{3,4}$ | $p_{3,3}$ | $p_{3,2}$ | $p_{3,1}$ | $p_{3,0}$ | | | | | | |
| -1 | | | | | | | | | | | | | | |

# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 2)

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | $\bar{p}_{0,8}$ | $p_{0,7}$ | $p_{0,6}$ | $p_{0,5}$ | $p_{0,4}$ | $p_{0,3}$ | $p_{0,2}$ | $p_{0,1}$ | $p_{0,0}$ |
| | | | | $\bar{p}_{1,8}$ | $p_{1,7}$ | $p_{1,6}$ | $p_{1,5}$ | $p_{1,4}$ | $p_{1,3}$ | $p_{1,2}$ | $p_{1,1}$ | $p_{1,0}$ | | |
| | | $\bar{p}_{2,8}$ | $p_{2,7}$ | $p_{2,6}$ | $p_{2,5}$ | $p_{2,4}$ | $p_{2,3}$ | $p_{2,2}$ | $p_{2,1}$ | $p_{2,0}$ | | | | |
| $\bar{p}_{3,8}$ | $p_{3,7}$ | $p_{3,6}$ | $p_{3,5}$ | $p_{3,4}$ | $p_{3,3}$ | $p_{3,2}$ | $p_{3,1}$ | $p_{3,0}$ | | | | | | |
| -1 | 0 | -1 | 0 | -1 | 0 | -1 | | | | | | | | |

Η τελευταία γραμμή στο παραπάνω άθροισμα είναι ισοδύναμη με

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -1 | 1 | -1 | 1 | -1 | 1 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

που με τη σειρά της είναι ισοδύναμη με

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

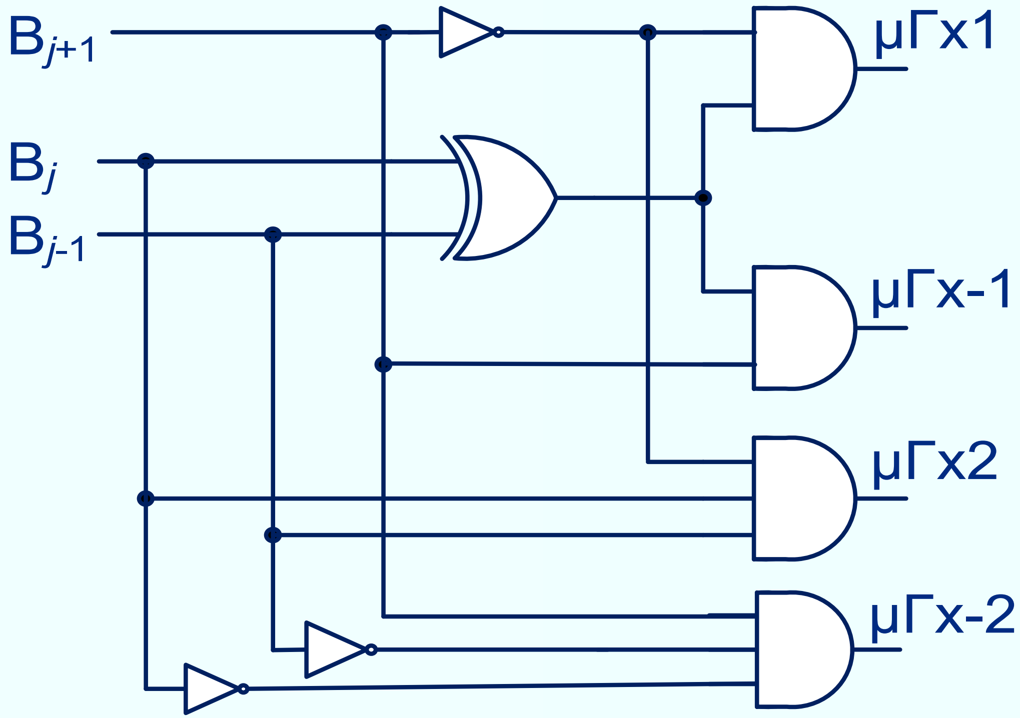
# Κανόνες τροποποιημένου αλγόριθμου Booth (διαφ. 2)

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | $\overline{p}_{0,8}$ | $p_{0,7}$ | $p_{0,6}$ | $p_{0,5}$ | $p_{0,4}$ | $p_{0,3}$ | $p_{0,2}$ | $p_{0,1}$ | $p_{0,0}$ |
| | | | | | $\overline{p}_{1,8}$ | $p_{1,7}$ | $p_{1,6}$ | $p_{1,5}$ | $p_{1,4}$ | $p_{1,3}$ | $p_{1,2}$ | $p_{1,1}$ | $p_{1,0}$ | | |
| | | | $\overline{p}_{2,8}$ | $p_{2,7}$ | $p_{2,6}$ | $p_{2,5}$ | $p_{2,4}$ | $p_{2,3}$ | $p_{2,2}$ | $p_{2,1}$ | $p_{2,0}$ | | | | |
| | $\overline{p}_{3,8}$ | $p_{3,7}$ | $p_{3,6}$ | $p_{3,5}$ | $p_{3,4}$ | $p_{3,3}$ | $p_{3,2}$ | $p_{3,1}$ | $p_{3,0}$ | | | | | | |
| -1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | | | | | | | | |

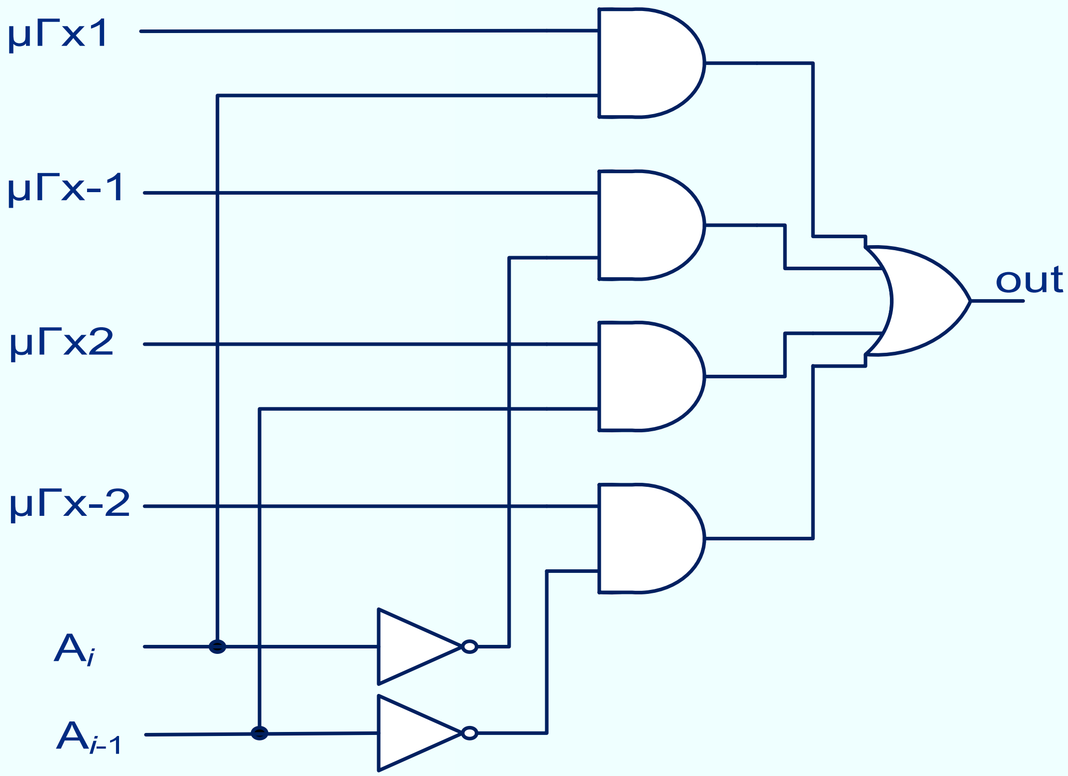
ή ισοδύναμα

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | 1 | | | | | | | | |
| | | | | | | 1 | $\overline{p}_{0,8}$ | $p_{0,7}$ | $p_{0,6}$ | $p_{0,5}$ | $p_{0,4}$ | $p_{0,3}$ | $p_{0,2}$ | $p_{0,1}$ | $p_{0,0}$ |
| | | | | 1 | $\overline{p}_{1,8}$ | $p_{1,7}$ | $p_{1,6}$ | $p_{1,5}$ | $p_{1,4}$ | $p_{1,3}$ | $p_{1,2}$ | $p_{1,1}$ | $p_{1,0}$ | | |
| | | 1 | $\overline{p}_{2,8}$ | $p_{2,7}$ | $p_{2,6}$ | $p_{2,5}$ | $p_{2,4}$ | $p_{2,3}$ | $p_{2,2}$ | $p_{2,1}$ | $p_{2,0}$ | | | | |
| $-1$ | $\overline{p}_{3,8}$ | $p_{3,7}$ | $p_{3,6}$ | $p_{3,5}$ | $p_{3,4}$ | $p_{3,3}$ | $p_{3,2}$ | $p_{3,1}$ | $p_{3,0}$ | | | | | | |

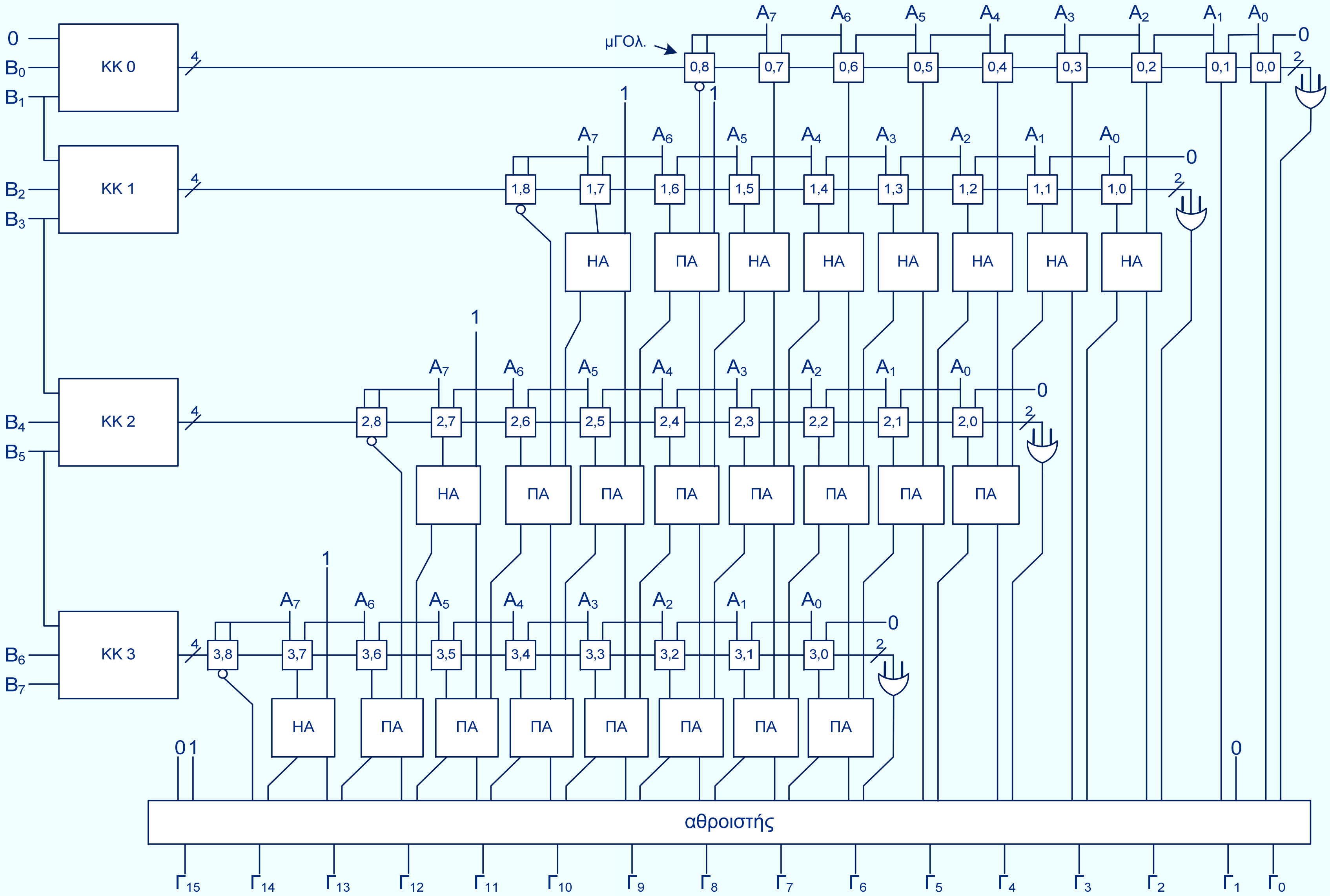
# Κύκλωμα κωδικοποίησης ΚΚ



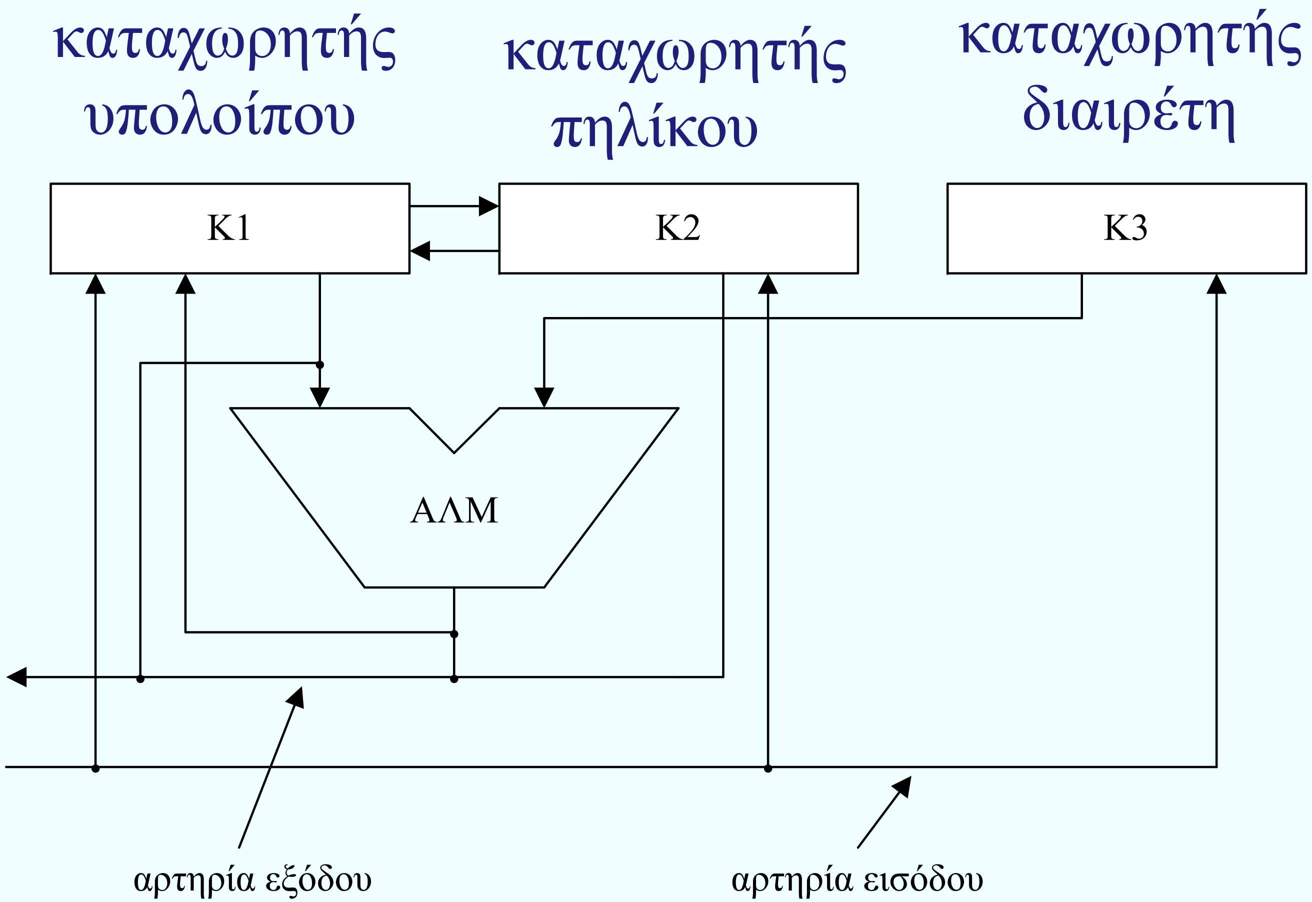
# κύκλωμα μερικού γινομένου-ολίσθησης μΓΟλ.



# Πολλαπλασιαστής των 8 δυαδικών ψηφίων που υλοποιεί τον τροποποιημένο αλγόριθμο Booth



# Αριθμητική Λογική Μονάδα με τη δυνατότητα εκτέλεσης διαίρεσης



# Διαίρεση δυαδικών αριθμών με χαρτί και μολύβι I παράδειγμα 255:8

διαιρετέος =255 διαιρέτης =8

```
 1 1 1 1 1 1 1 1 | 1 0 0 0
-1 0 0 0         |--------
 -------         | 1 1 1 1 1  πηλίκο=31
 0 1 1 1         |
   1 1 1 1       |
  -1 0 0 0
   -------
   0 1 1 1
     1 1 1 1
    -1 0 0 0
     -------
     0 1 1 1
       1 1 1 1
      -1 0 0 0
       -------
       0 1 1 1
         1 1 1 1
        -1 0 0 0
         -------
         0 1 1 1  υπόλοιπο=7
```

διαιρετέος 2×ν δυαδικών ψηφίων
διαιρέτης ν δυαδικών ψηφίων
;
πηλίκο ν+1 δυαδικών ψηφίων

διαιρετέος $< 2^{\nu} \times$διαιρέτη

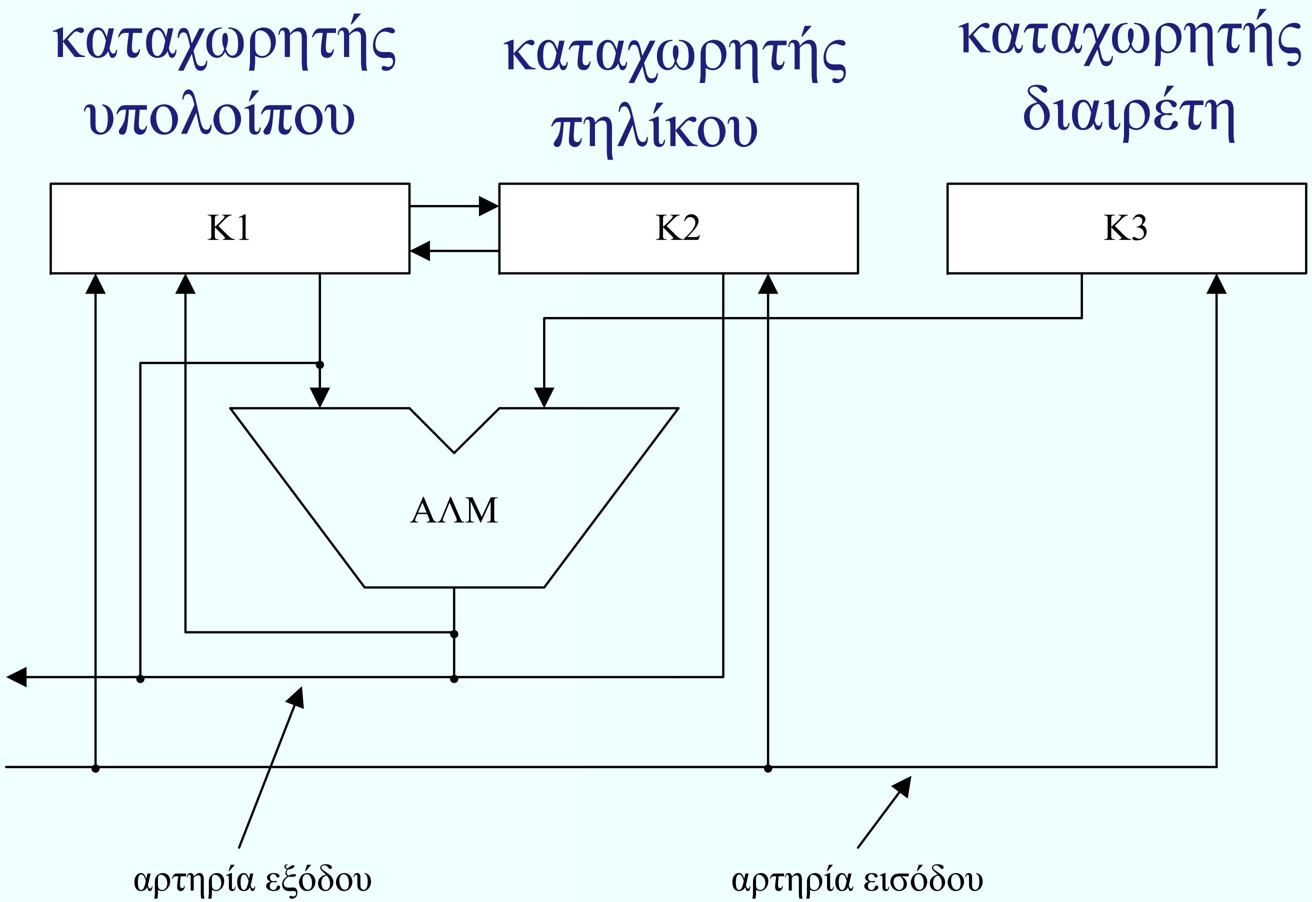
# Διαίρεση δυαδικών αριθμών με χαρτί και μολύβι II

διαιρετέος =93     διαιρέτης =9

```
0 1 0 1 1 1 0 1 | 1 0 0 1
- 1 0 0 1       |----------
-----------     | 0 1 0 1 0  πηλίκο=10
  0 0 1 0       |
    0 1 0 1     |
      1 0 1 0
    - 1 0 0 1
   -----------
      0 0 0 1
        0 0 1 1  υπόλοιπο=3
```

διαιρετέος < $2^{\nu}$×διαιρέτη

# Αριθμητική Λογική Μονάδα με τη δυνατότητα εκτέλεσης διαίρεσης



# Αλγόριθμος εκτέλεσης της πράξης της διαίρεσης μεταξύ μη προσημασμένων αριθμών

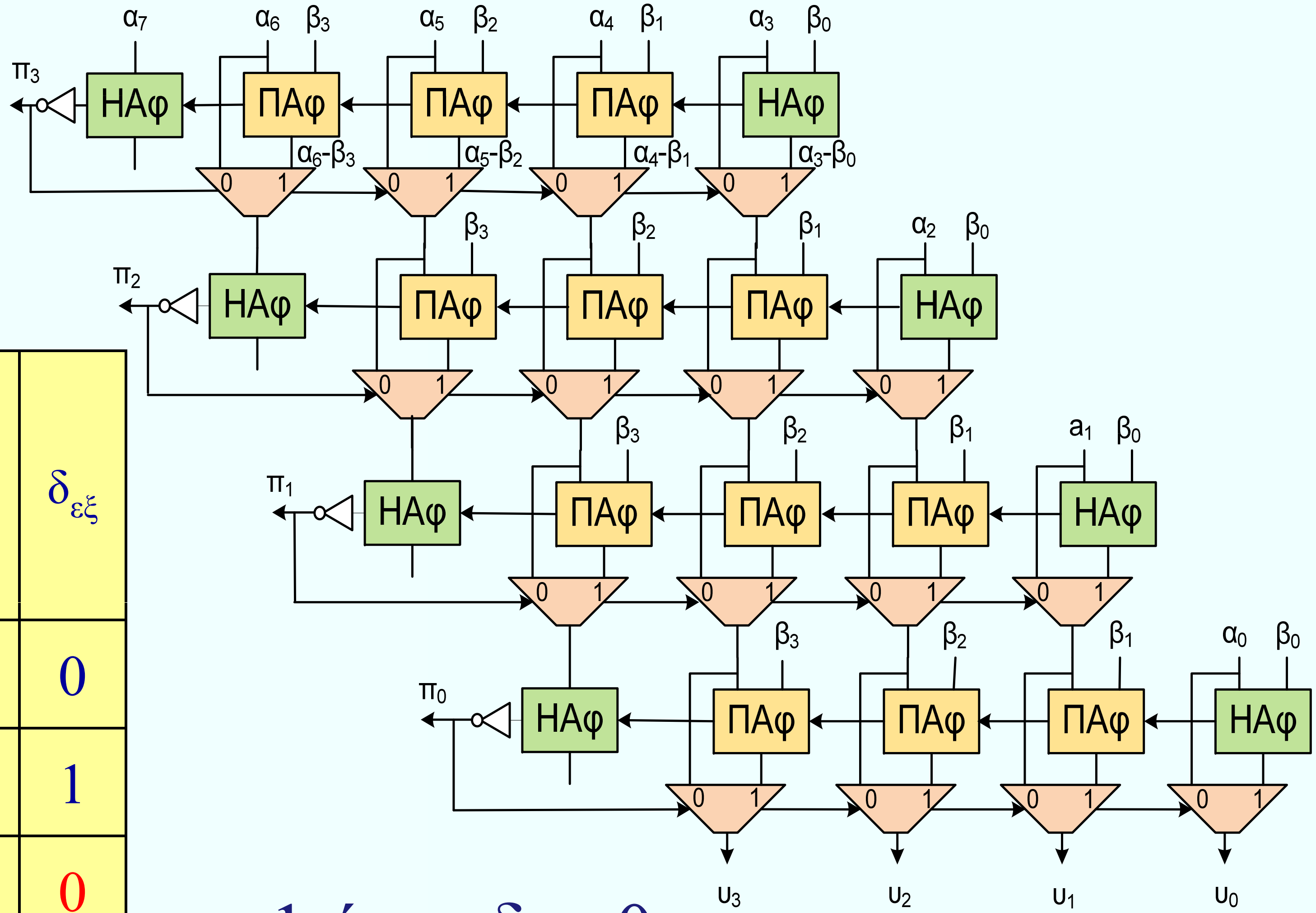
# Διαίρεση με διαδοχικές ολισθήσεις και αφαιρέσεις 75:10 (διαφ. 1)

| Επανά-<br>ληψη | λειτουργία | Κεξ K1 / K2 | K3 |
|---|---|---|---|
| 0 | Τοποθέτηση αρχικών τιμών | 0 0100 1011 | 1010 |
| 1 | Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα αριστερά<br>K1 – K3 < 0 ➔ θέσε ΛΣΨ(K1/K2) = 0<br>μη κάνεις αφαίρεση | 0 1001 011_<br>0 1001 011**0** | 1010 |
| 2 | Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα αριστερά<br>K1 – K3 > 0 ➔ θέσε ΛΣΨ(K1/K2) = 1<br>κάνε αφαίρεση | 1 0010 110_<br>1 0010 110**1**<br>-1010<br>-----------<br>0 1000 110**1** | 1010 |
| 3 | Ολίσθησε το περιεχόμενο των K1/K2 κατά μία θέση προς τα αριστερά<br>K1 – K3 > 0 ➔ θέσε ΛΣΨ(K1/K2) = 1<br>κάνε αφαίρεση | 1 0001 101_<br>1 0001 101**1**<br>- 1010<br>-----------<br>0 0111 101**1** | 1010 |

# Διαίρεση με διαδοχικές ολισθήσεις και αφαιρέσεις 75:10 διαφ. 2)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | Ολίσθησε το περιεχόμενο των Κ1/Κ2 κατά μία θέση προς τα αριστερά<br>Κ1 – Κ3 > 0 ➔ θέσε ΛΣΨ(Κ1/Κ2) = 1<br>κάνε αφαίρεση | 0 1111 011_<br>0 1111 011**1**<br>-1010<br>-----------<br>0101 011**1** | 1010 |

# Συνδυαστική μονάδα εκτέλεσης διαίρεσης




διαιρετέος < $2^{\nu} \times$διαιρέτη

| $\alpha_7$ | $\delta_{\varepsilon\iota\sigma}$ | $\alpha_7 - \delta_{\varepsilon\iota\sigma}$ | $\delta_{\varepsilon\xi}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

$\pi=1$ όταν $\delta_{\varepsilon\xi}=0$

# Πίνακας αληθείας ημιαφαιρέτη

| $\alpha_7$ | $\delta_{\varepsilon\iota\sigma}$ | $\alpha_7 - \delta_{\varepsilon\iota\sigma}$ | $\delta_{\varepsilon\xi}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

$$\delta_{\varepsilon\xi} = \alpha_7' \cdot \delta_{\varepsilon\iota\sigma}$$

$\pi=1$ όταν $\delta_{\varepsilon\xi}=0$

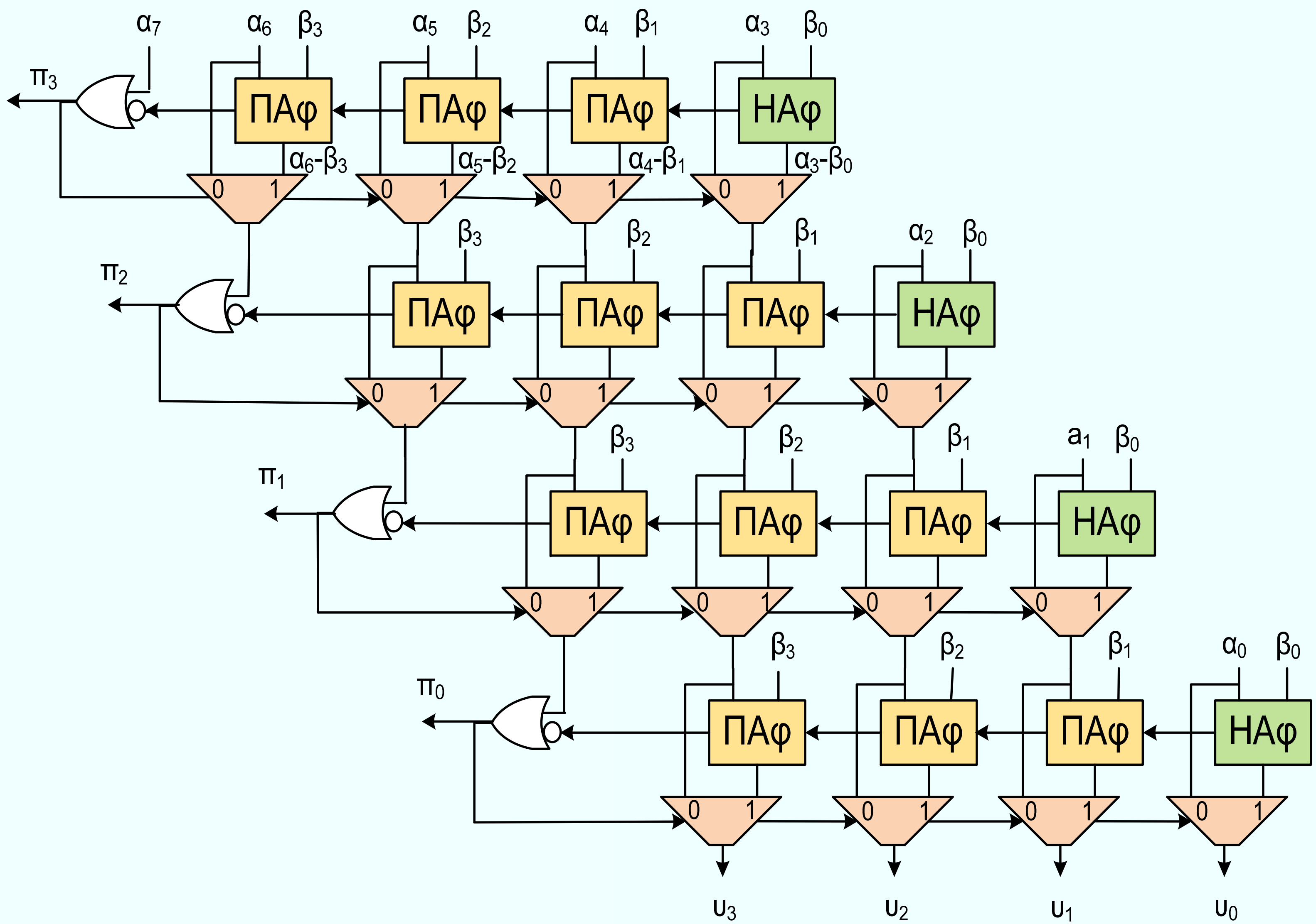
# Πίνακας αληθείας ημιαφαιρέτη

$$\delta_{\varepsilon\xi} = \alpha_7' \cdot \delta_{\varepsilon\iota\sigma}$$

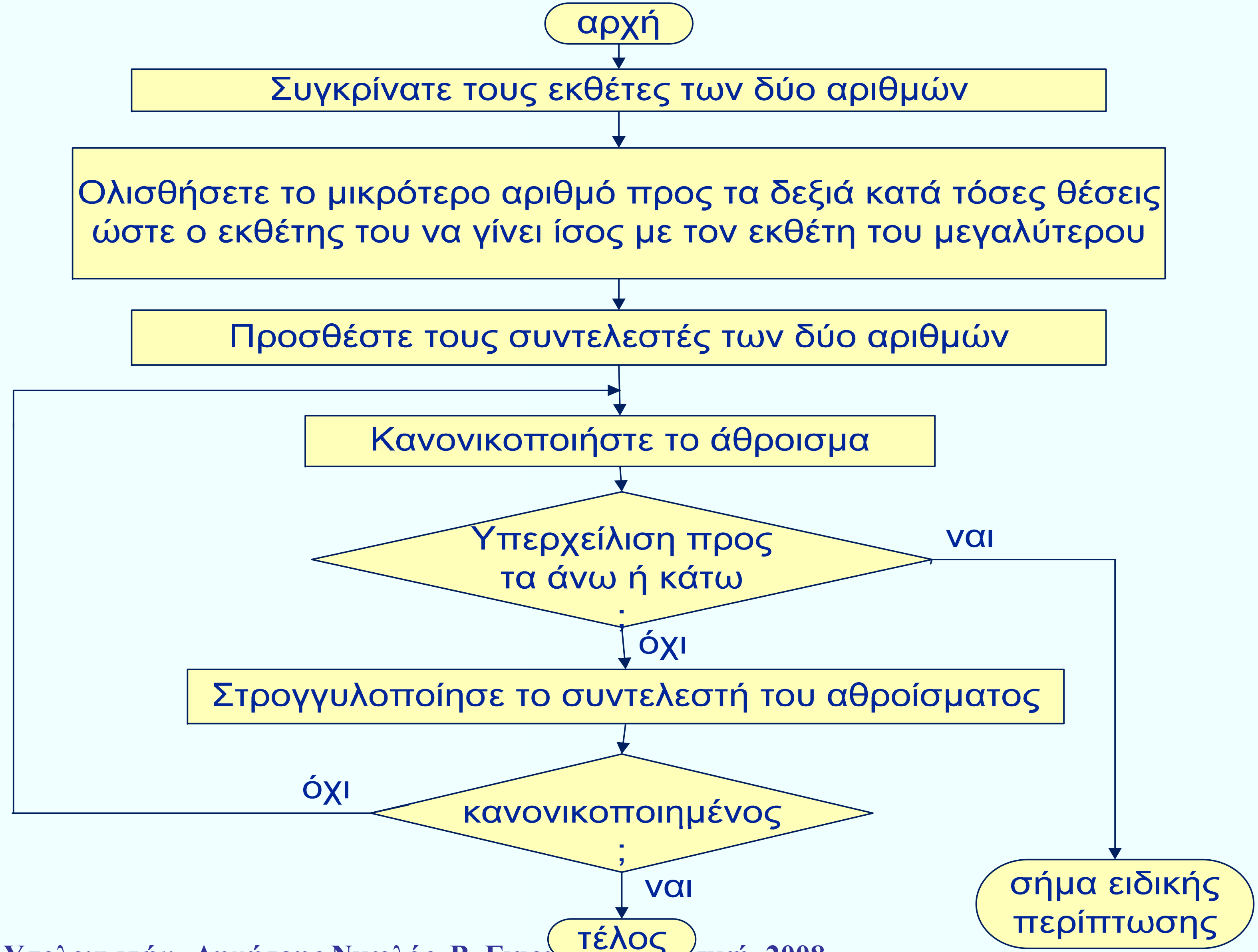
$\pi$=1 όταν $\delta_{\varepsilon\xi}$=0 επομένως:

$$\pi = \delta_{\varepsilon\xi}' = (\alpha_7' \cdot \delta_{\varepsilon\iota\sigma})' = \alpha_7 + \delta_{\varepsilon\iota\sigma}'$$

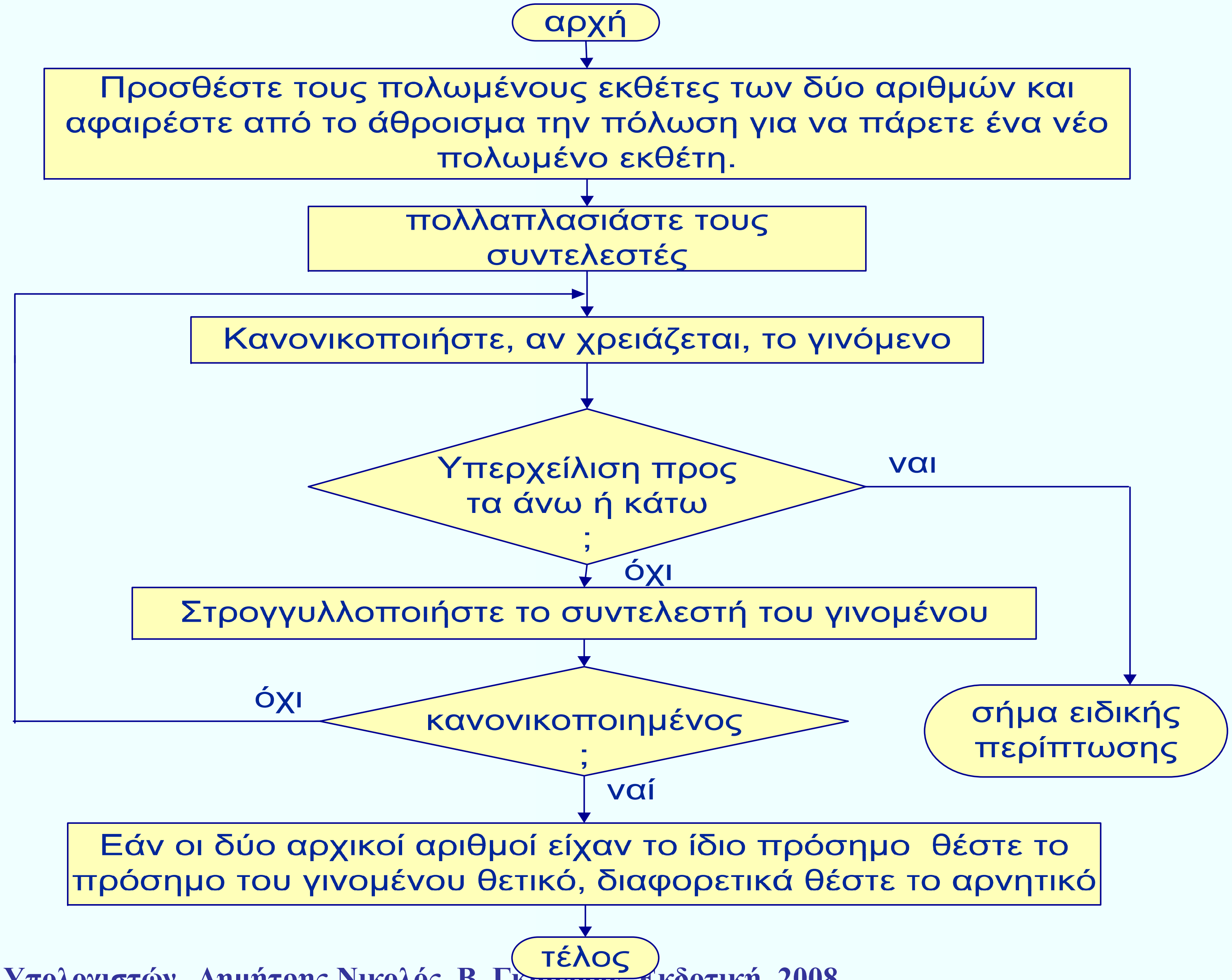
# Συνδυαστική μονάδα εκτέλεσης διαίρεσης



# Αλγόριθμος εκτέλεσης πρόσθεσης μεταξύ αριθμών κινητής υποδιαστολής



# Αλγόριθμος εκτέλεσης πολλαπλασιασμού μεταξύ αριθμών κινητής υποδιαστολής



# Ακρίβεια αποτελέσματος και σφάλματα I

- Με ένα πεπερασμένο πλήθος δυαδικών ψηφίων μπορούμε να παραστήσουμε ένα πεπερασμένο πλήθος αριθμών. Επομένως υπάρχουν αριθμοί που δεν μπορούν να παρασταθούν ακριβώς (σφάλμα αναπαράστασης, representation error)
- Από αριθμούς με ακριβή αναπαράσταση μπορεί να προκύψει μη ακριβές αποτέλεσμα, π.χ. γινόμενο δύο αριθμών κινητής υποδιαστολής με συντελεστή των 48 δυαδικών ψηφίων που πρέπει να στρογγυλοποιηθεί σε 24 δυαδικά ψηφία (σφάλμα υπολογισμού, computation error)
  - Ακόμη και ένα πολύ μικρό σφάλμα ανά αριθμητική πράξη μπορεί να καταλήξει μετά από εκατομμύρια πράξεις σε ανακριβές ή και πλήρως εσφαλμένο αποτέλεσμα

# Ακρίβεια αποτελέσματος και σφάλματα II

- Ένας τρόπος περιορισμού της συσσώρευσης σφαλμάτων είναι η χρησιμοποίηση περισσότερων δυαδικών ψηφίων για την αποθήκευση των ενδιάμεσων αποτελεσμάτων
  - π.χ. υπολογισμός του 1/3 σε κομπιουτεράκι (calculator) των 10 δεκαδικών ψηφίων που εσωτερικά χρησιμοποιεί 11 δεκαδικά ψηφία για την αποθήκευση των ενδιάμεσων αποτελεσμάτων.

Εσωτερικά 10 δεκαδικά ψηφία:

$A=0.333333333\times3=0.999999999$

Εσωτερικά 11 δεκαδικά ψηφία:

$0.3333333333\times3=0.9999999999$

Στρογγυλοποίηση ➔ A=1

# Παραβίαση των νόμων της άλγεβρας ?

$$(X+Y)+Z = X+(Y+Z) \ ?$$

προβλήματα συμβαίνουν όταν προσθέτουμε δύο μεγάλους αριθμούς, αντίθετου πρόσημου, με ένα μικρό αριθμό

# Παραβίαση των νόμων της άλγεβρας ?

$Y = 2^0 \times 1{,}11000000$ $X = 2^{10} \times 1{,}00000100$ $Z = -2^{10} \times 1{,}00000100$

<u>α. Y+(X+Z)</u>

$X+Z = 2^{10} \times 1{,}00000100 - 2^{10} \times 1{,}00000100 = 2^{10} \times 0{,}00000000 =$

$= 2^0 \times 0{,}00000000$

$Y+(X+Z) = 2^0 \times 1{,}11000000 + 2^0 \times 0{,}0000000 =$

$= 2^0 \times 1{,}11000000 = Y$

<u>β. (Y+X)+Z</u>

$Y+X = 2^0 \times 1{,}11000000 + 2^{10} \times 1{,}00000100 =$

$= 2^{10} \times 0{,}000000000111000000 + 2^{10} \times 1{,}00000100 =$

$= 2^{10} \times 1{,}00000100$

$(Y+X)+Z = 2^{10} \times 1{,}00000100 - 2^{10} \times 1{,}00000100 =$

$= 2^{10} \times 0{,}00000000 = 2^0 \times 0{,}00000000 = 0$

# Μονάδα Ελέγχου

**Κύκλος εντολής**

1. Φέρνει στην ΚΜΕ την εντολή που είναι αποθηκευμένη στη θέση μνήμης που δείχνει ο μετρητής προγράμματος.
2. Αλλάζει το περιεχόμενο του μετρητή προγράμματος ώστε να δείχνει τη θέση μνήμης που περιέχει την επόμενη εντολή του προγράμματος.
3. Αναλύει την εντολή και ελέγχει εάν η εντολή χρειάζεται δεδομένα από τη μνήμη και εάν ναι προσδιορίζει τη διεύθυνση που είναι αποθηκευμένα.
4. Φέρνει τα δεδομένα σε κάποιους από τους καταχωρητές της.
5. Εκτελεί την εντολή.
6. Αποθηκεύει τα αποτελέσματα.
7. Πηγαίνει στο βήμα 1 για να αρχίσει την εκτέλεση της επόμενης εντολής.

# Υπευθυνότητα της μονάδας ελέγχου

- Επιλογή της σειράς εκτέλεσης των εντολών
  - » *Χρήση μετρητή προγράμματος*
  - » *Αλλαγή της σειράς εκτέλεσης των εντολών*
    - Εκτέλεση εντολής άλματος ή διακλάδωσης
    - Εκτέλεση εντολής κλήσης υποπρογράμματος
    - Συμβάν ειδικής περίπτωσης (exception)
    - Λήψη σήματος διακοπής (interrupt)
- Παραγωγή σημάτων ελέγχου για την εκτέλεση της εντολής

# Βήμα του κύκλου εντολής

Κάθε βήμα του κύκλου εντολής αναλύεται σε επί μέρους βήματα που καλούνται μικρολειτουργίες

# Περιγραφή της Μονάδας Ελέγχου

Ο πλέον χρήσιμος τρόπος περιγραφής της συμπεριφοράς της Μονάδας ελέγχου είναι τα διαγράμματα καταστάσεων

Το διάγραμμα καταστάσεων περιγράφει:

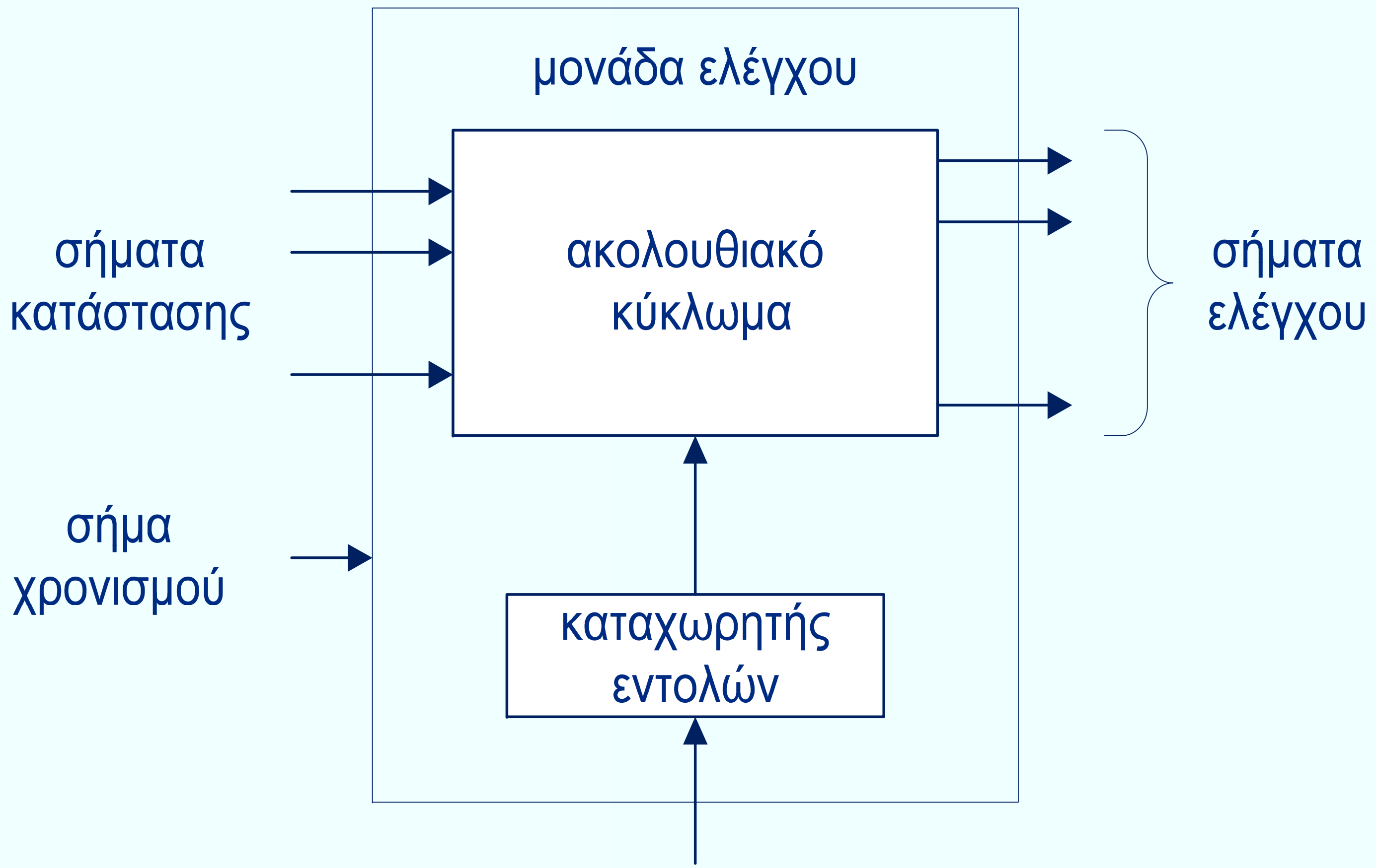
- τις μικρολειτουργίες που πρέπει να εκτελεστούν και
- τη σειρά με την οποία πρέπει να εκτελεστούν

# Σχεδίαση Μονάδας Ελέγχου

Κατά την σχεδίαση της
Μονάδας Επεξεργασίας Δεδομένων
πρέπει να αναγνωριστούν τα  σημεία στα οποία πρέπει να εφαρμοστούν τα σήματα ελέγχου

Σε κάθε μικρολειτουργία αντιστοιχεί ένα σύνολο γραμμών ελέγχου που πρέπει να πάρουν συγκεκριμένες τιμές για να εκτελεστεί η μικρολειτουργία

# Μονάδα ελέγχου



# Υλοποίηση της μονάδα ελέγχου

- Ως κλασικό ακολουθιακό κύκλωμα
- Με την τεχνική του μικροπρογραμματισμού

# Υλοποίηση της μονάδα ελέγχου ως κλασικό ακολουθιακό κύκλωμα

Οι σχεδιαστικές αποφάσεις επηρεάζουν:

- Ποσότητα απαιτούμενου υλικού
- Ταχύτητα λειτουργίας
- Χρονική διάρκεια που απαιτείται για τον σχεδιασμό της
- Ευκολία επιβεβαίωσης ορθού σχεδιασμού
- Κόστος

# Κωδικοποίηση καταστάσεων

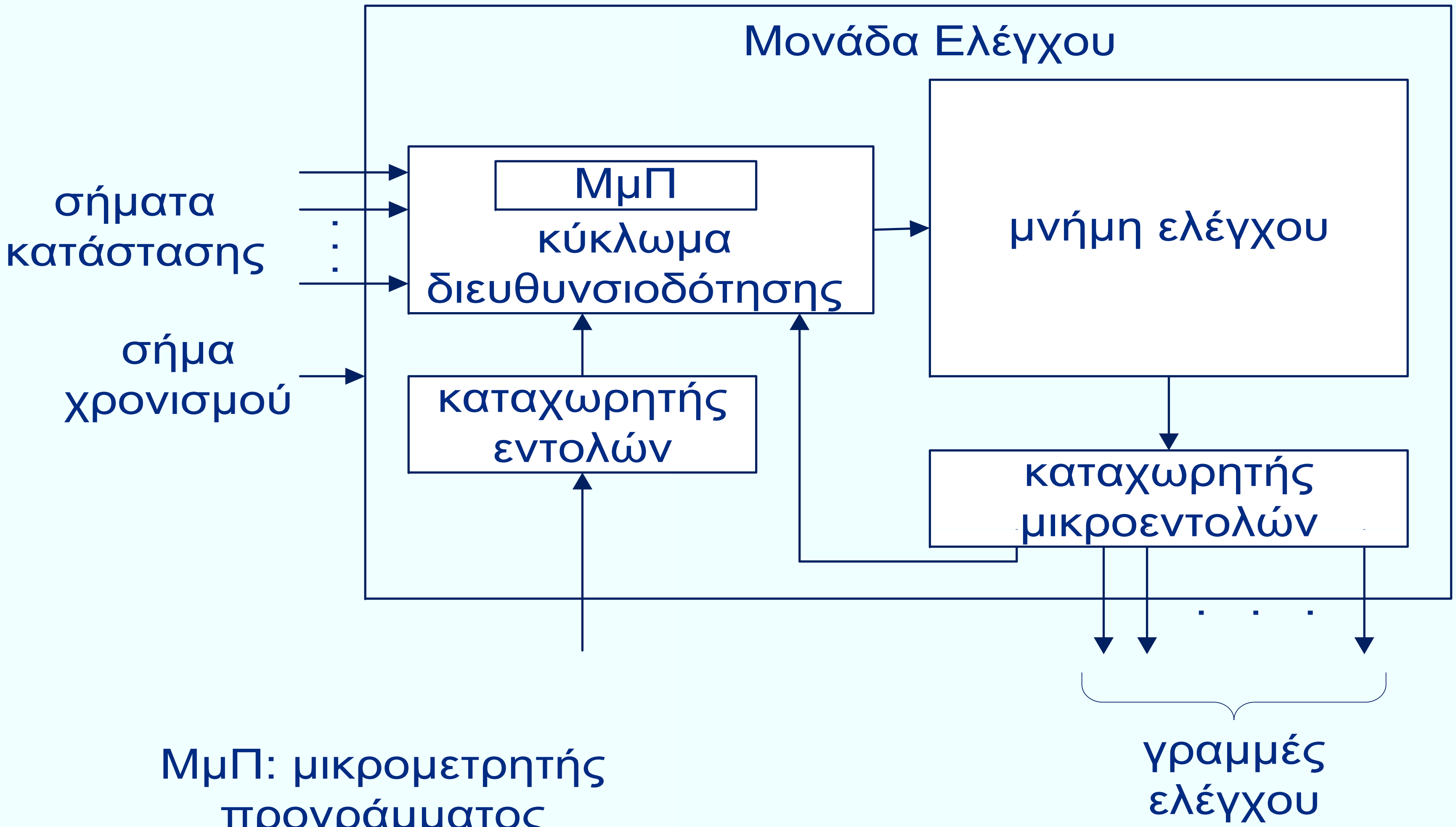
- Ελαχιστοποίηση στοιχείων μνήμης (flip-flops)
- Κωδικοποίηση ενός ενεργού σήματος (one-hot encoding)
  - » *Χρησιμοποίηση σημαντικά μεγαλύτερου αριθμού από flip-flops*
  - » *Σχετικά μικρή αύξηση του απαιτούμενου υλικού*
  - » *Γρηγορότερη μονάδα ελέγχου*

# Μικροπρογραμματισμός

- Μικροπρογραμματισμένη μονάδα ελέγχου
- Μνήμη ελέγχου
- Μικροεντολή
- Μικροπρόγραμμα

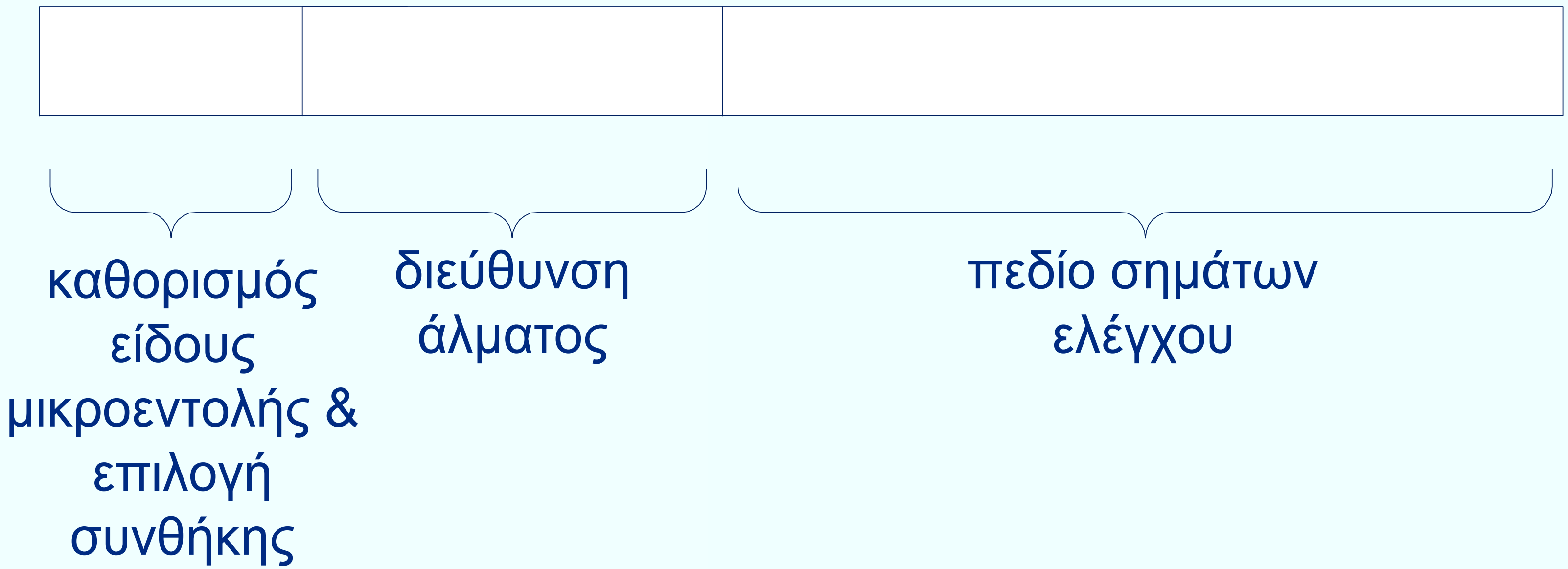
- Μικροπρογραμματιζόμενη μονάδα ελέγχου

# Δομή μιας μικροπρογραμματισμένης μονάδας ελέγχου




ΜμΠ: μικρομετρητής προγράμματος

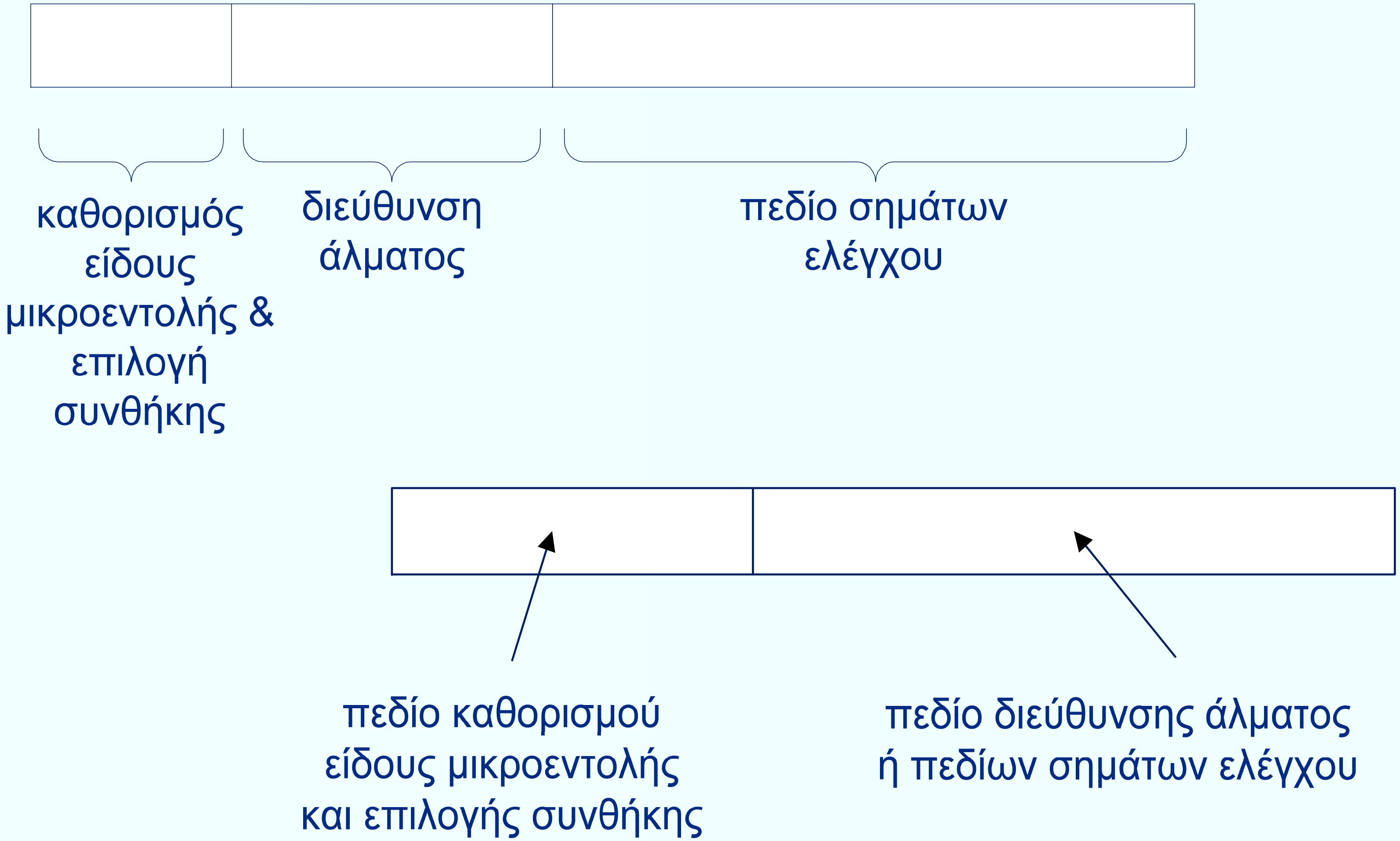
# Γενική μορφή μικροεντολής



# Τεχνικές μείωσης της απαιτούμενης χωρητικότητας της μνήμης ελέγχου

- Χρησιμοποίηση περισσότερων της μίας μορφής μικροεντολών
- Οργάνωση δύο επιπέδων, νανοπρογραμματισμός
- Κωδικοποίηση των σημάτων ελέγχου

# Μορφή μικροεντολής για μείωση της χωρητικότητας της μνήμης ελέγχου



# Παράδειγμα

Θεωρήστε:

5 μικροεντολές άλματος υπό συνθήκη

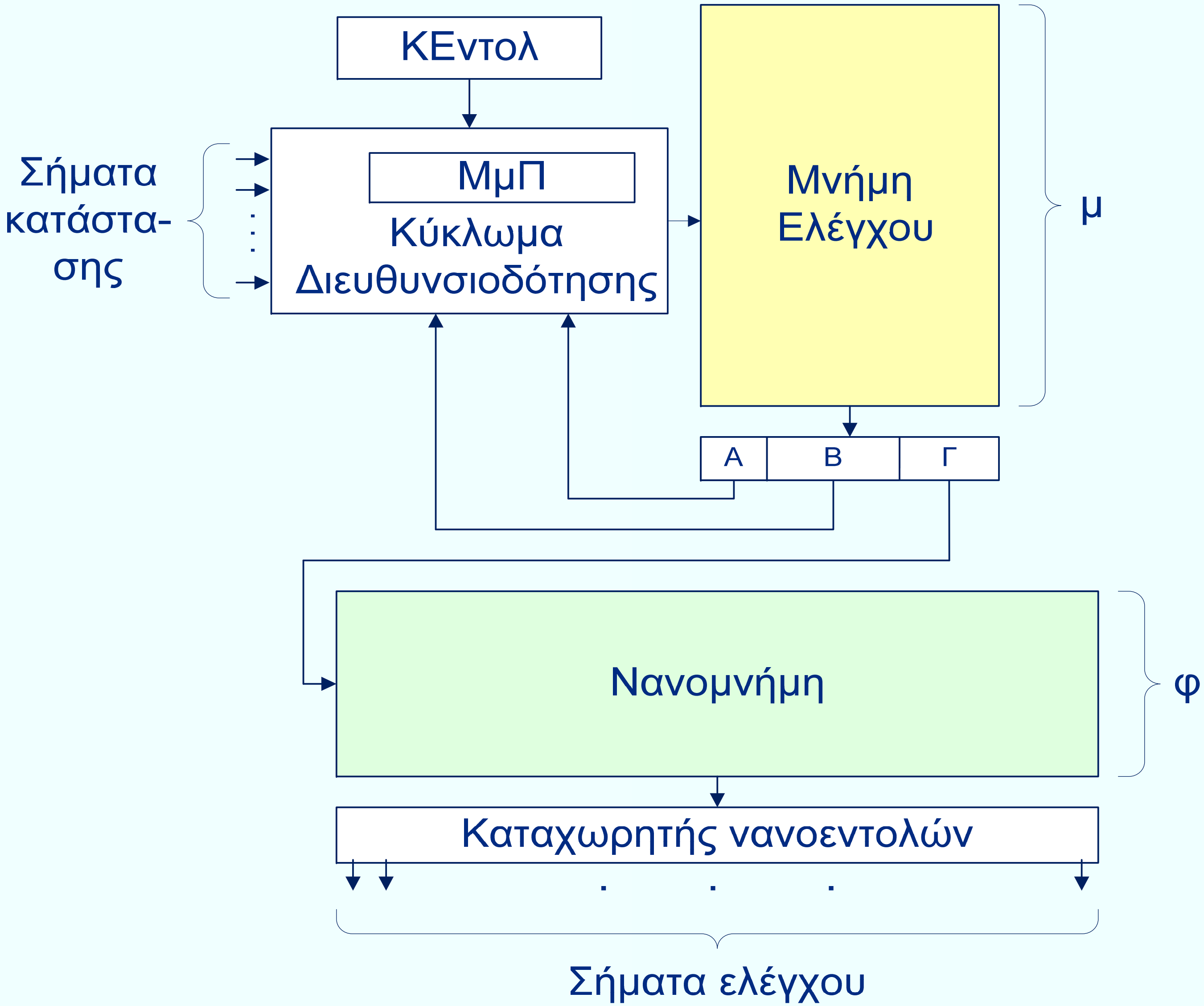
1 μικροεντολή άλματος χωρίς συνθήκη

80 σήματα ελέγχου σε κάθε άλλου είδους μικροεντολή

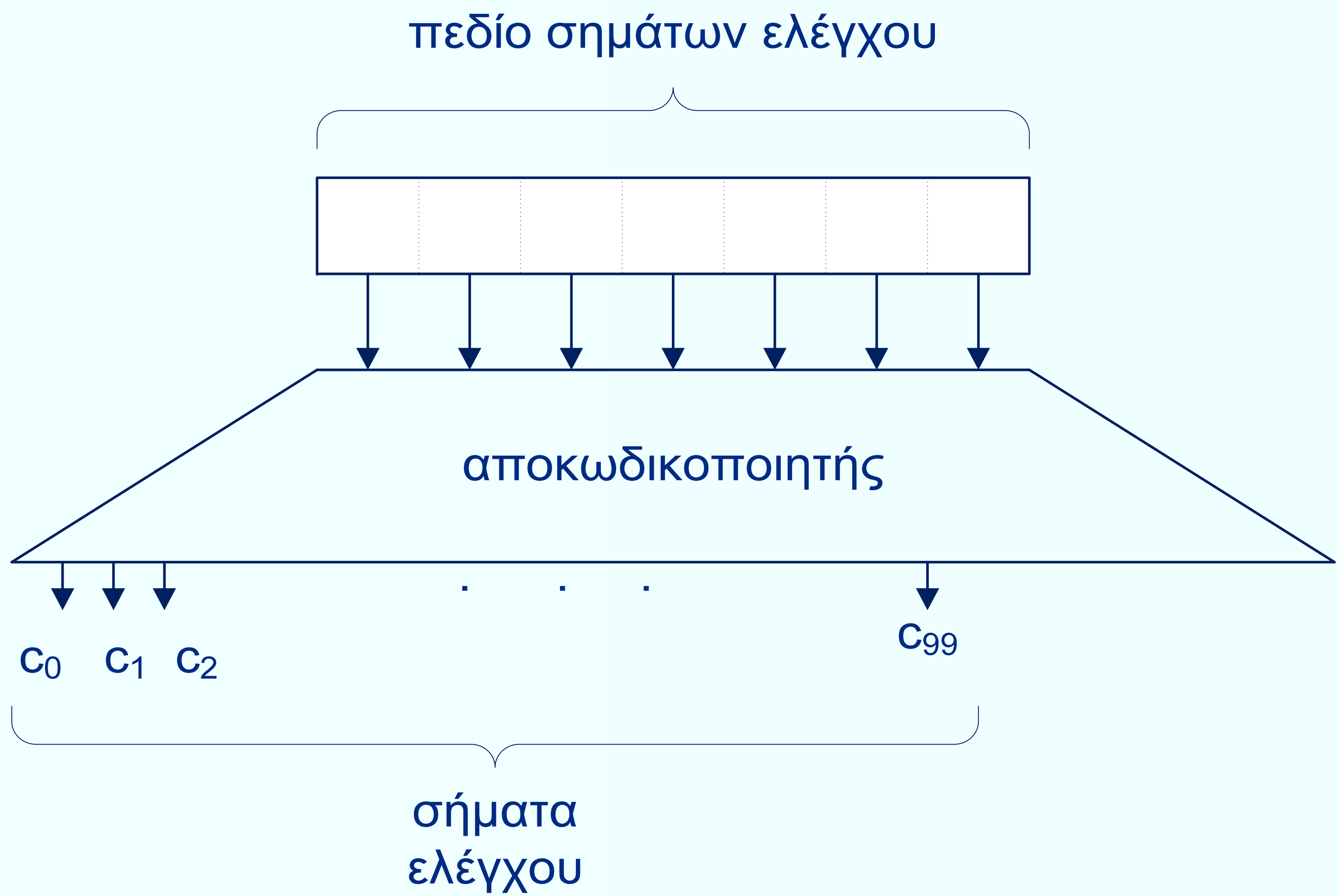

α) Μικροεντολή σημάτων ελέγχου


β) Μικροεντολή άλματος

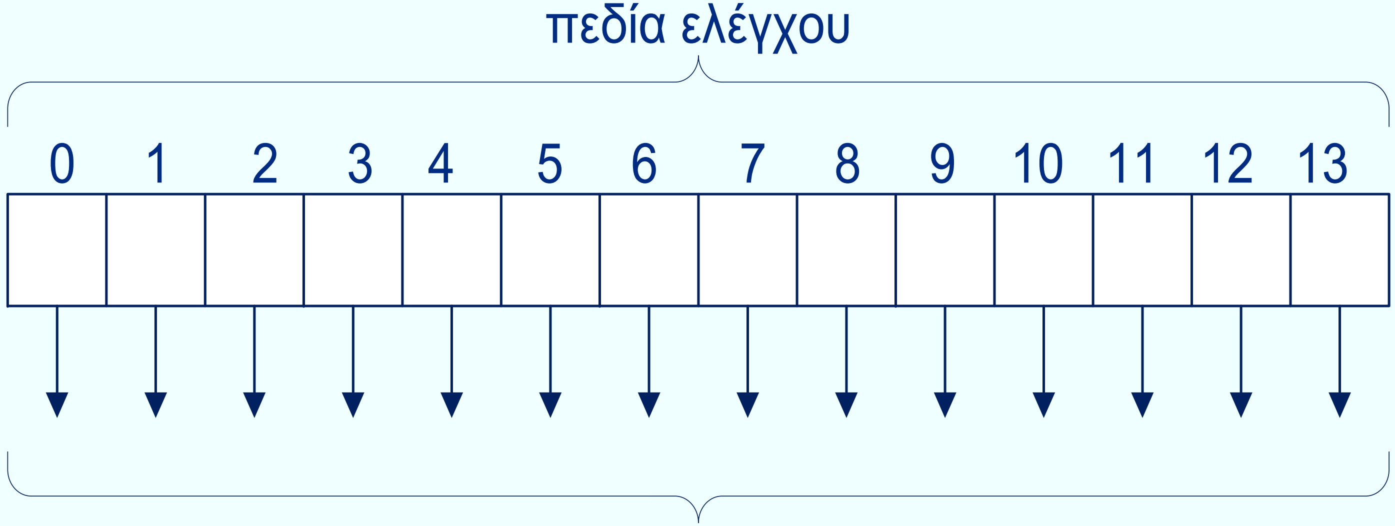
# Δομή της μνήμης ελέγχου με οργάνωση δύο επιπέδων



# Σήματα ελέγχου πλήρως κωδικοποιημένα σε ένα πεδίο



# Πεδία ελέγχου χωρίς κωδικοποίηση



# Πεδία ελέγχου με μερική κωδικοποίηση