



ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Σκοπός του μαθήματος



Η Συστηματική Περιγραφή:

- των Σημάτων και
- των Συστημάτων

Τι είναι Σήμα;

Ένα πρότυπο μεταβολών μιας ποσότητας που μπορεί να:

- επεξεργαστεί
- αποθηκευθεί
- μεταδοθεί

Τι είναι Σύστημα;

Οτιδήποτε μπορεί να:

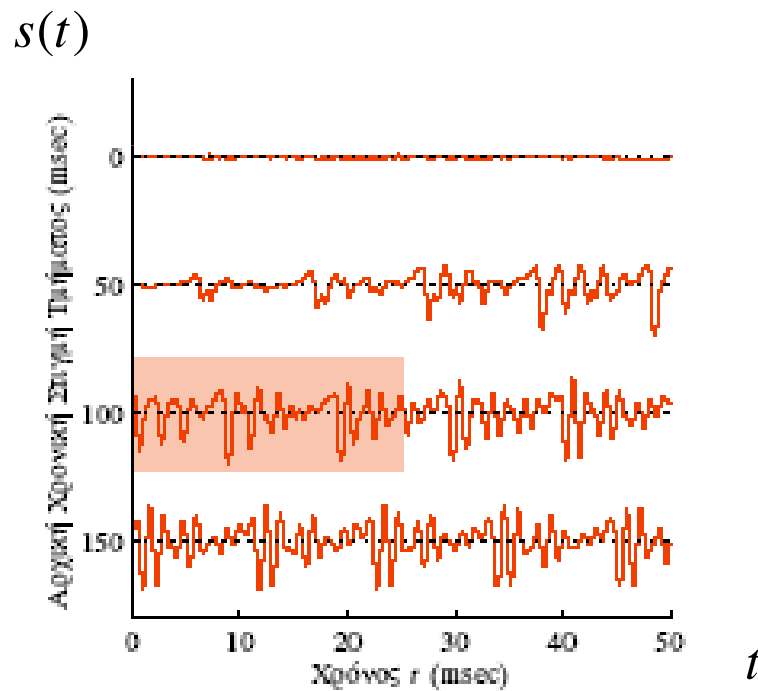
- χειριστεί
- καταγράψει
- μεταδώσει

σήματα.

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



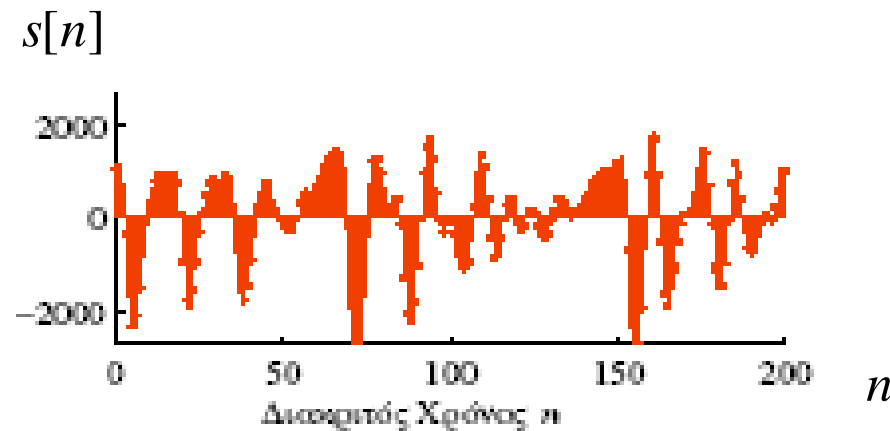
Τα σήματα ως πρότυπα μεταβολών στο Συνεχές χρόνο.



Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



Τα σήματα ως πρότυπα μεταβολών στο Διακριτό χρόνο.

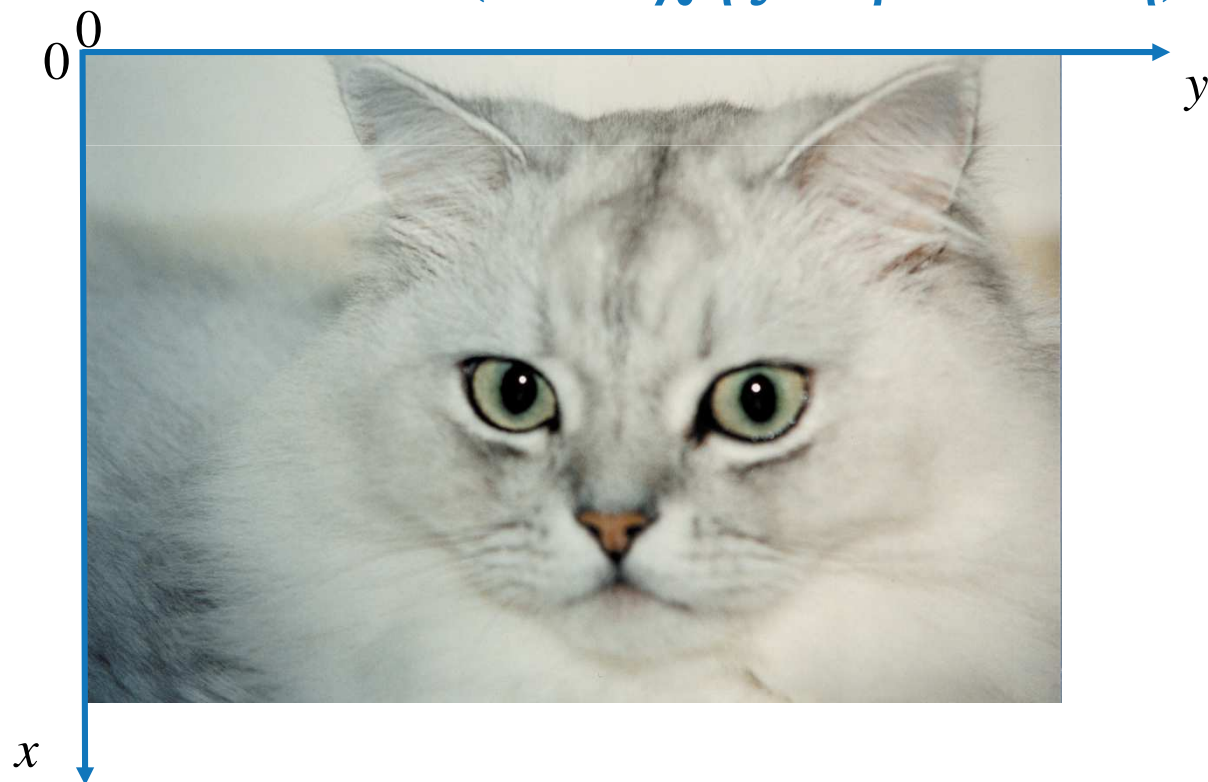


$$s[n] = s(t) |_{t=nT_s}$$

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



Τα σήματα ως πρότυπα χωρικών μεταβολών
(Συνεχής περίπτωση).

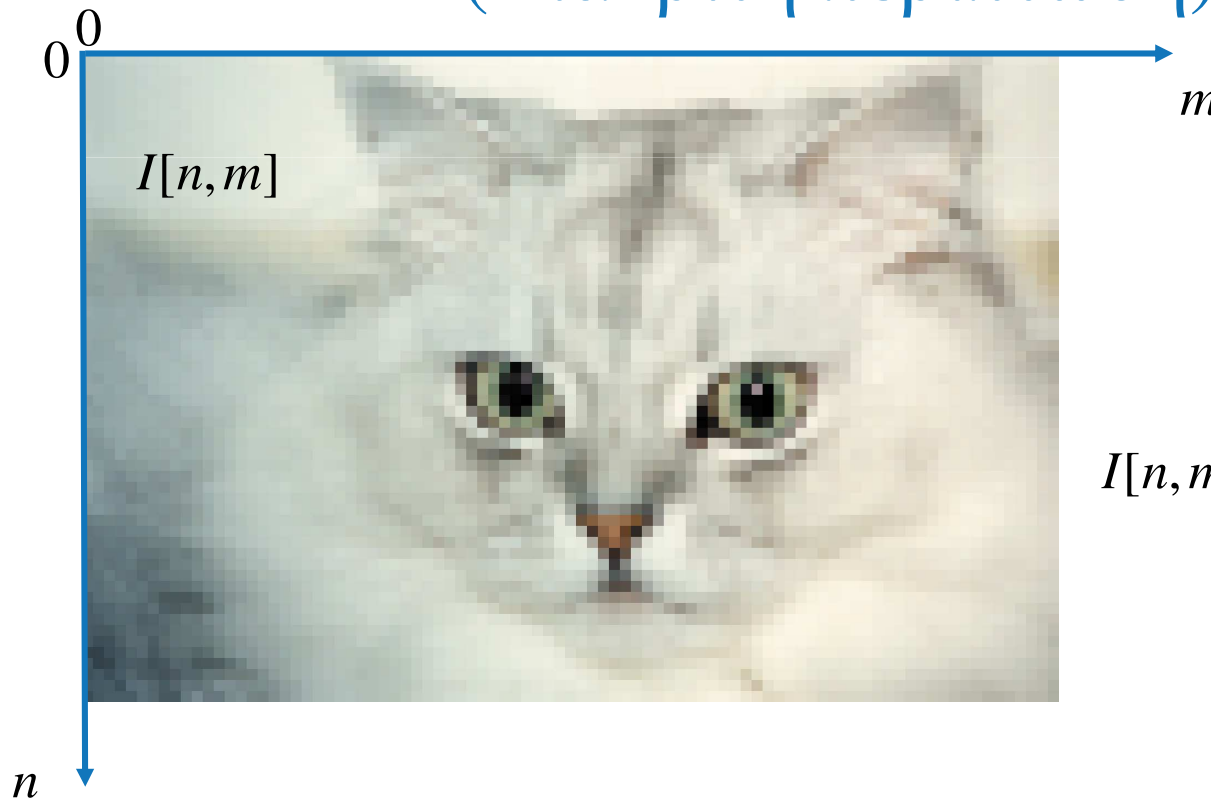


$I(x, y)$

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



Τα σήματα ως πρότυπα χωρικών μεταβολών
(Διακριτή περίπτωση).

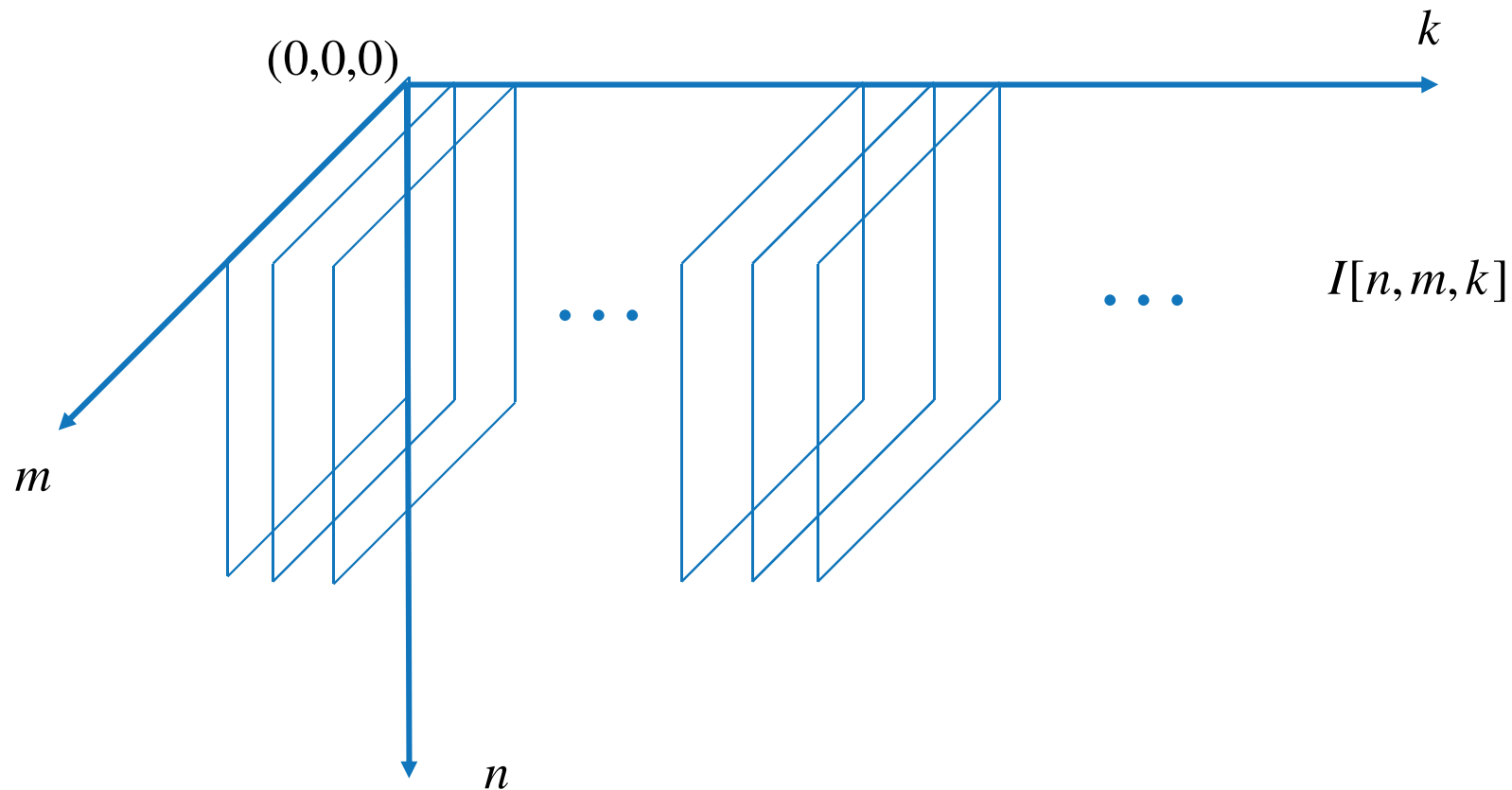


$$I[n, m] = I(x, y) |_{x=n\Delta x, y=m\Delta y}$$

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων



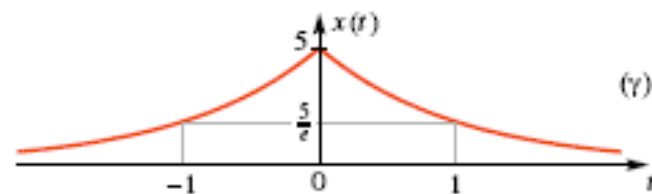
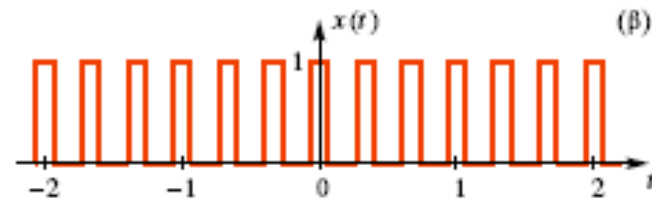
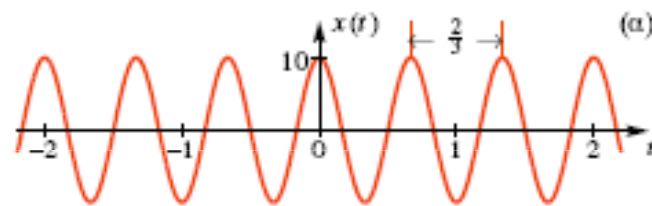
Τα σήματα ως πρότυπα χώρο-χρονικών μεταβολών.



Κατηγοριοποιήσεις Σημάτων

Κατηγοριοποίηση των σημάτων, σε σχέση με την διάρκειά τους.

- Δίπλευρα Άπειρης Διάρκειας Σήματα.

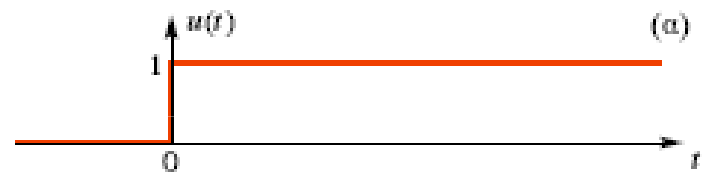


Κατηγοριοποιήσεις Σημάτων

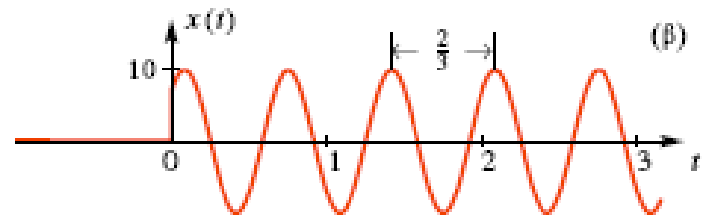


- Μονόπλευρα Άπειρης Διάρκειας Σήματα.

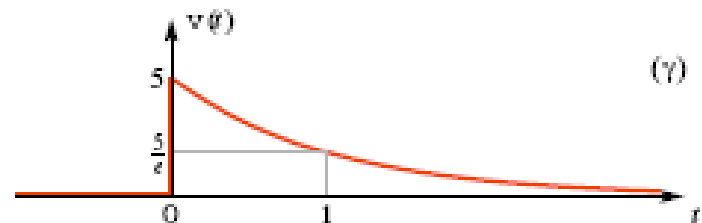
$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



$$x(t) = 10 \cos(3\pi t - \pi/4)u(t)$$

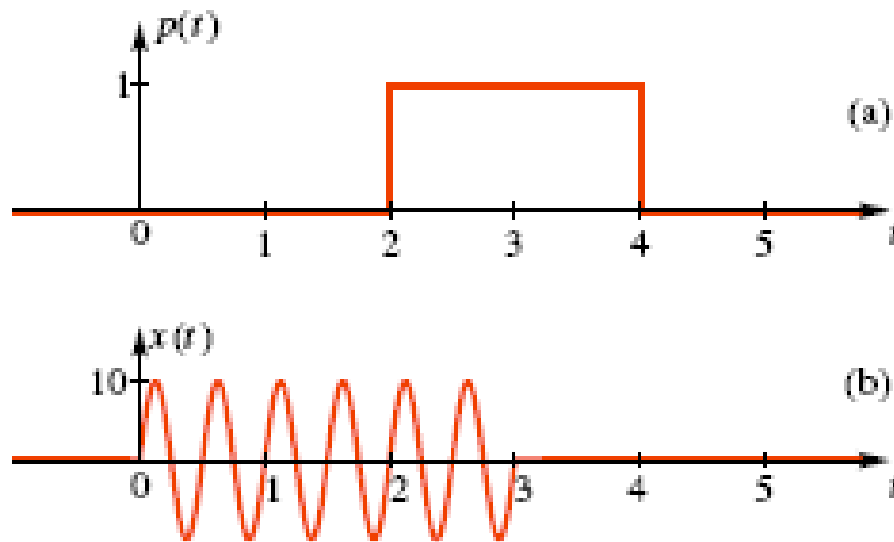


$$v(t) = 5e^{-at}u(t)$$



Κατηγοριοποιήσεις Σημάτων

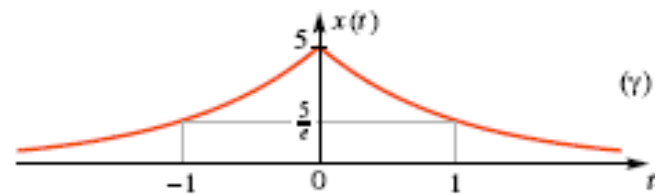
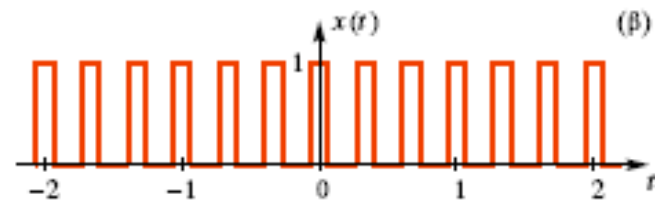
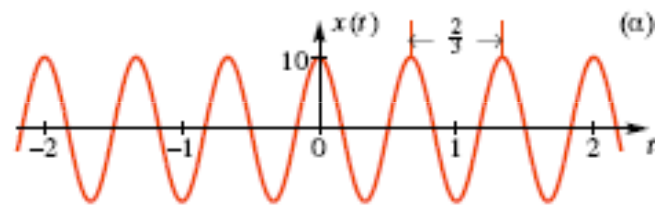
- Σήματα Πεπερασμένης Διάρκειας.



Κατηγοριοποιήσεις Σημάτων

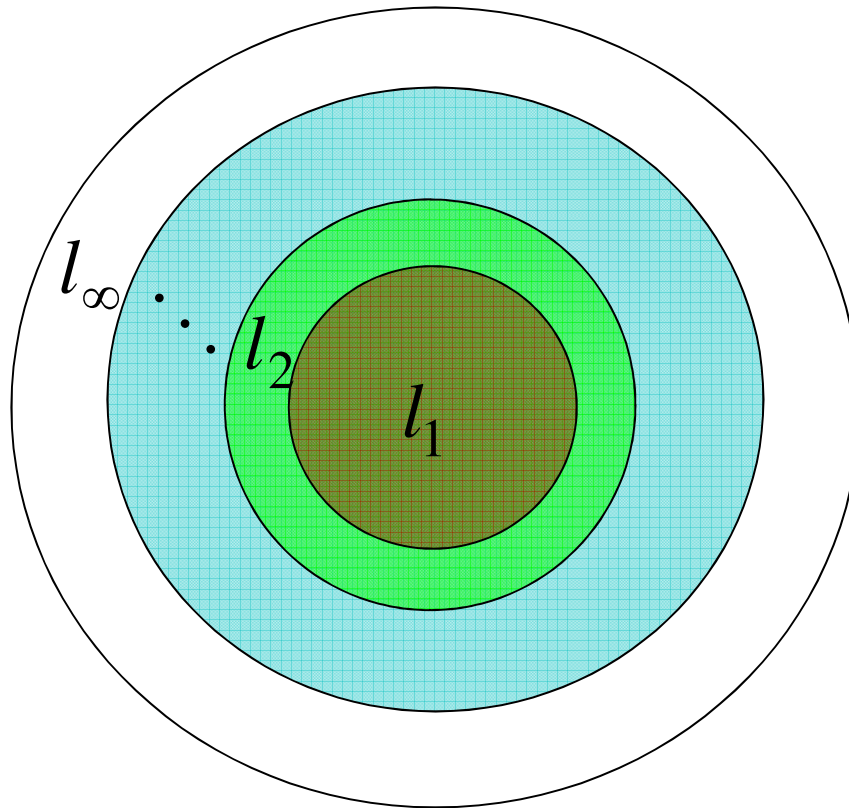
Κατηγοριοποίηση των σημάτων σε σχέση με την επαναληψιμότητα ή μη ενός προτύπου.

- Περιοδικά και Μη-περιοδικά Σήματα.



Κατηγοριοποιήσεις Σημάτων

Κατηγοριοποίηση των σημάτων διακριτού (συνεχούς) χρόνου σε σχέση με το αν υπάρχει ή μη η l_p (L_p) ($1 < p < \infty$) μετρική τους.



Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Περιγραφή Σημάτων στο Χώρο της Συχνότητας-Φάσμα Σήματος

1. Η Περίπτωση Γραμμικού Συνδυασμού Ημιτονοειδών Σημάτων (χωρίς περιορισμό στις συχνότητές τους)
2. Η Περίπτωση του Πεπερασμένου Πλήθους Αρμονικών (Σειρές Fourier)
3. Η Περίπτωση του Άπειρου **αλλά** Αριθμήσιμου Πλήθους Αρμονικών (Σειρές Fourier)
4. Η Περίπτωση του Άπειρου **μη** Αριθμήσιμου Πλήθους Αρμονικών (Μετασχηματισμός Fourier)

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Περιγραφή Σημάτων στο Χώρο της Συχνότητας-Φάσμα Σήματος

Φάσμα Γραμμικού Συνδυασμού Ημιτονοειδών Σημάτων:

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^N A_k \cos(2\pi f_k t + \phi_k)$$

Χρησιμοποιώντας την αντίστροφη σχέση του Euler για το συνημίτονο έχουμε:

$$x(t) = X_0 + \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{X_k}{2} e^{j2\pi f_k t} + \frac{X_k^*}{2} e^{-j2\pi f_k t} \right\}$$

Ονομάζουμε Φάσμα δίπλευρης επέκτασης το ακόλουθο σύνολο ζευγών:

$$\left\{ (0, X_0), \left(f_1, \frac{1}{2}X_1\right), \left(-f_1, \frac{1}{2}X_1^*\right), \dots, \left(f_k, \frac{1}{2}X_k\right), \left(-f_k, \frac{1}{2}X_k^*\right), \dots \right\}$$

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Περιγραφή Σημάτων στο Χώρο της Συχνότητας-Φάσμα Σήματος



Περιοδικά Σήματα: $x(t + T_0) = x(t)$, για κάθε t

Αν: $f_k = k f_0$ (αρμονικές συχνότητες)

Τότε το: $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^N A_k \cos(2\pi f_k t + \phi_k)$

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^N A_k \cos(2\pi k f_0 t + \phi_k)$$

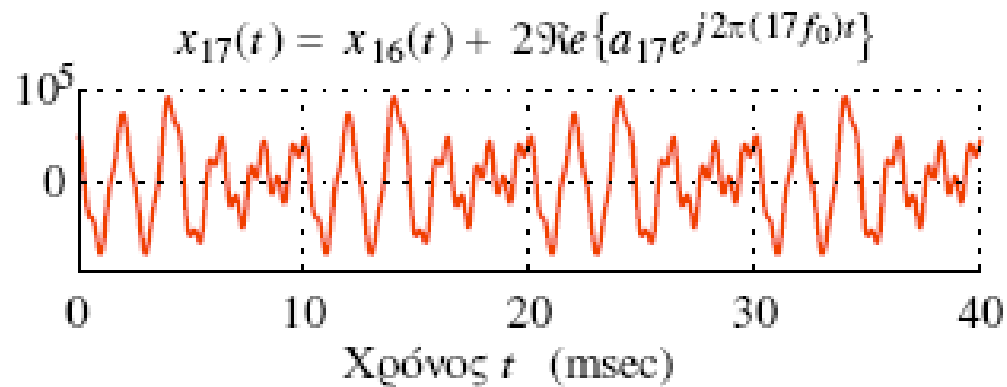
είναι ένα περιοδικό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα f_0 .

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Περιγραφή Σημάτων στο Χώρο της Συχνότητας-Φάσμα Σήματος



Παράδειγμα: Συνθετικό φωνήεν.



Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Περιγραφή Σημάτων στο Χώρο της Συχνότητας-Φάσμα Σήματος



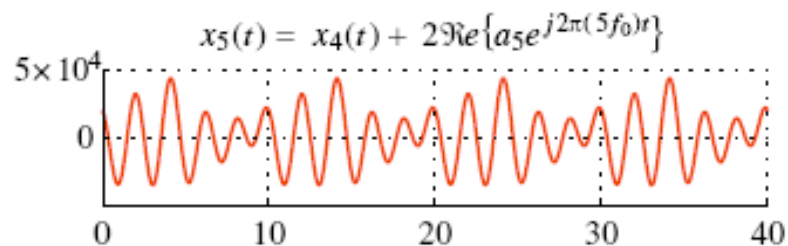
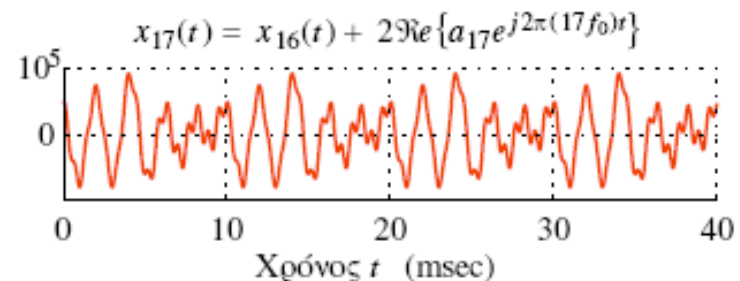
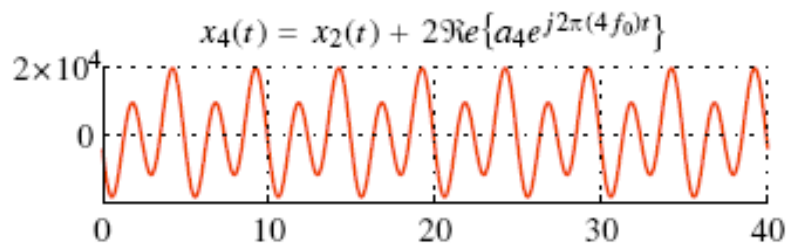
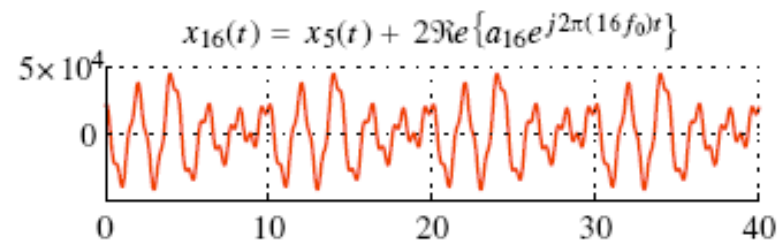
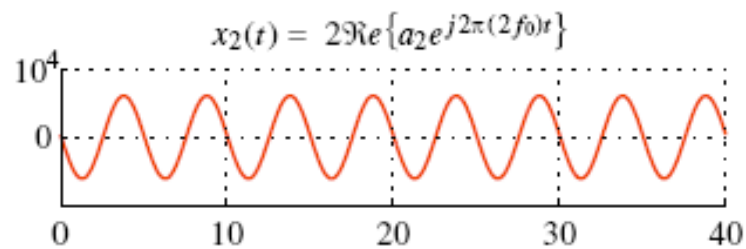
Παράδειγμα: Συνθετικό φωνήεν.

k	f_k (Hz)	a_k	Μέτρο	Φάση
1	100	0	0	0
2	200	$386 + j6101$	6113	1.508
3	300	0	0	0
4	400	$-4433 + j14024$	14708	1.877
5	500	$24000 - j4498$	24418	-0.185
6	600	0	0	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
15	1500	0	0	0
16	1600	$828 - j6760$	6811	-1.449
17	1700	$2362 + j0$	2362	0

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Περιγραφή Σημάτων στο Χώρο της Συχνότητας-Φάσμα Σήματος

Παράδειγμα: Συνθετικό φωνήεν-γραφικές παραστάσεις μερικών αθροισμάτων



Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Περιγραφή Σημάτων στο Χώρο της Συχνότητας-Φάσμα Σήματος

Περιοδικά σήματα και ΣΕΙΡΕΣ Fourier.

Κάθε περιοδικό σήμα με θεμελιώδη περίοδο T_0 μπορεί να γραφεί ως ακολούθως

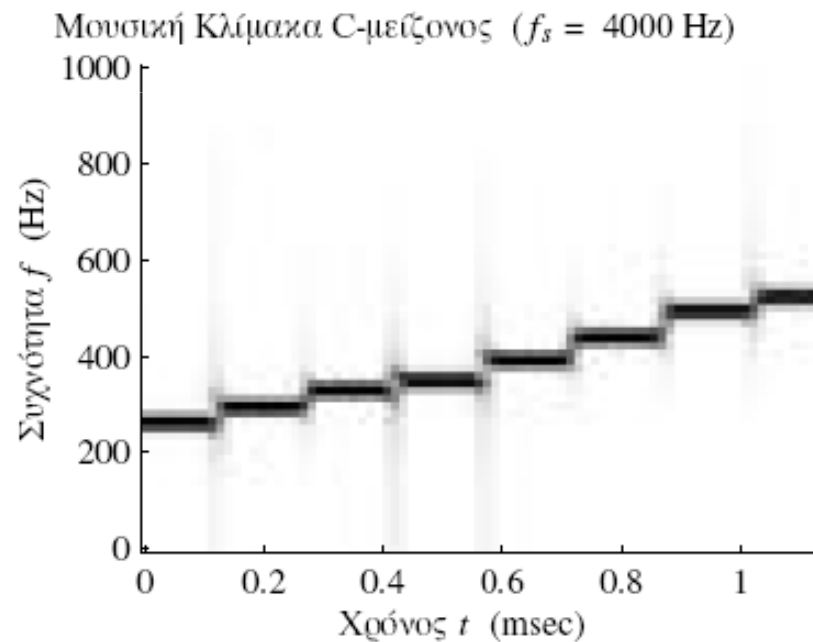
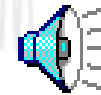
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j(2\pi/T_0)kt}$$

Το γεγονός ότι μια ασυνεχής τετραγωνική κυματομορφή μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα άπειρο αριθμό ημιτονοειδών κυμάτων ήταν ένας από τους εκπληκτικούς ισχυρισμούς στην περίφημη εργασία του Fourier το 1807. Πήρε πολλά χρόνια πριν οι μαθηματικοί καταφέρουν να βρουν μια αυστηρά τεκμηριωμένη απόδειξη που να πιστοποιεί τον ισχυρισμό του Fourier.

Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

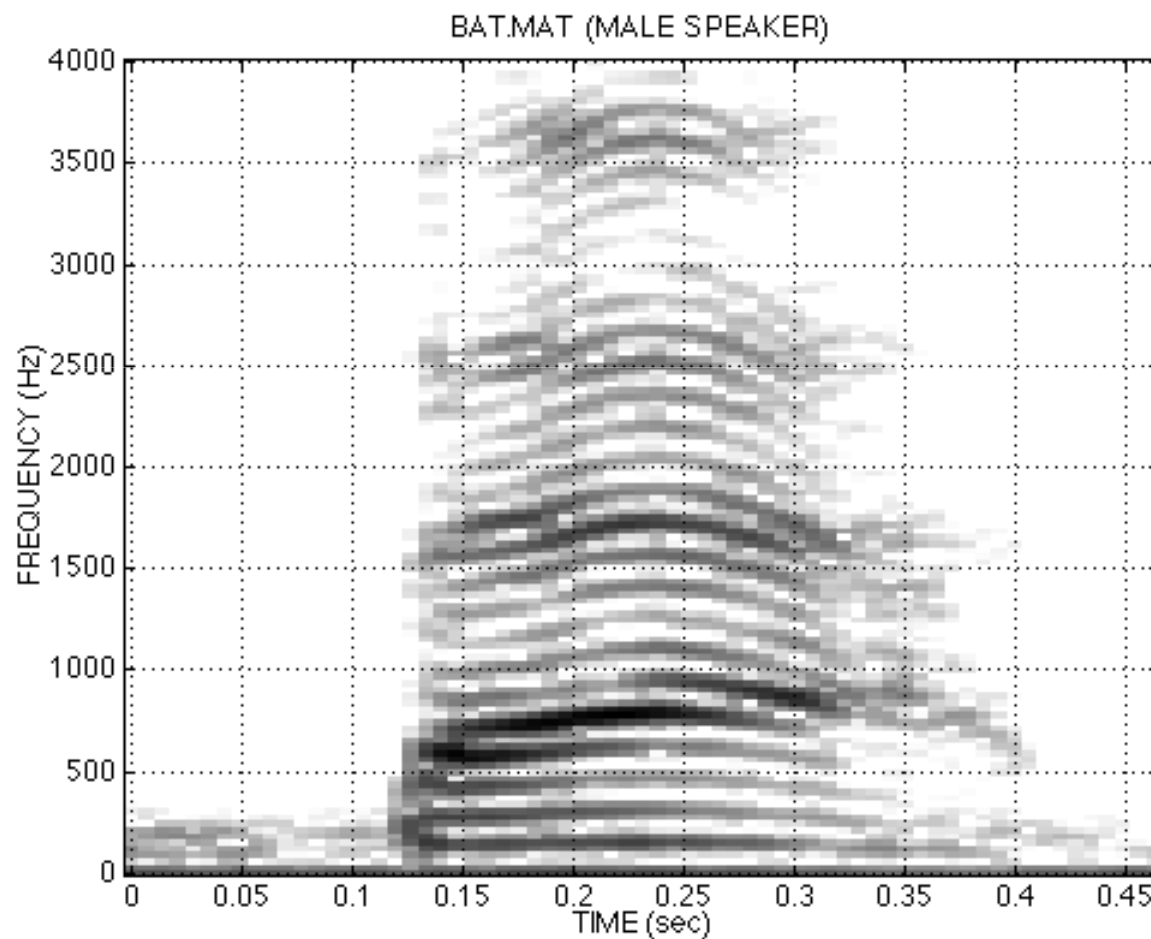
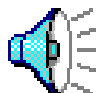
Χρόνο-Συχνотική Περιγραφή Σημάτων-Φασματογράφημα.

Μεσαία C	D	E	F	G	A	B	C
262 Hz	294	330	349	392	440	494	523



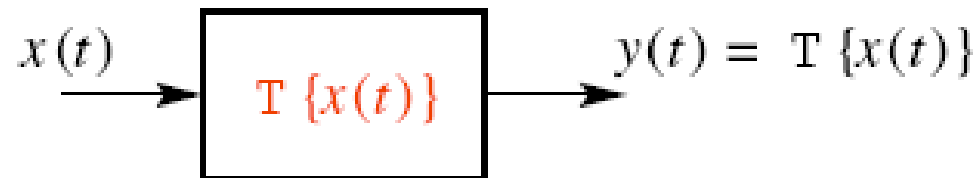
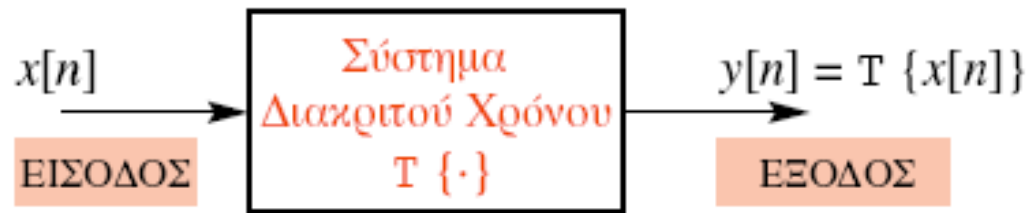
Μαθηματική Περιγραφή Σημάτων

Χρόνο-Συχνотική Περιγραφή Σημάτων-Φασματογράφημα.



Μαθηματική Περιγραφή Συστημάτων

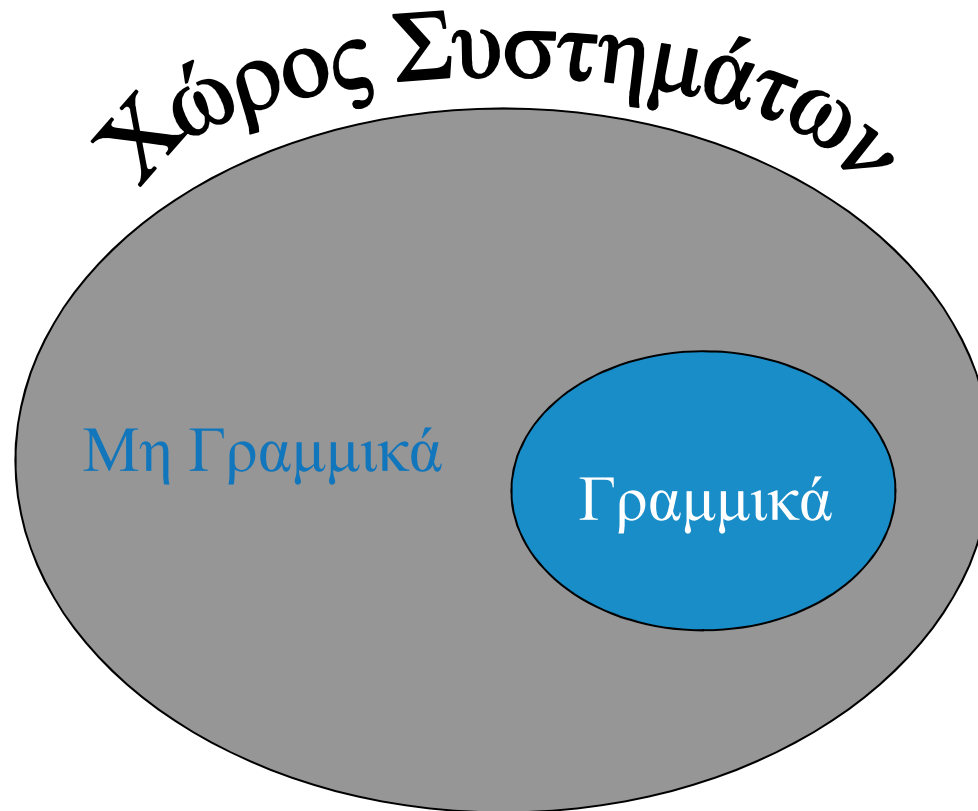
Σχηματικά διαγράμματα Συστημάτων



Μαθηματική Περιγραφή Συστημάτων



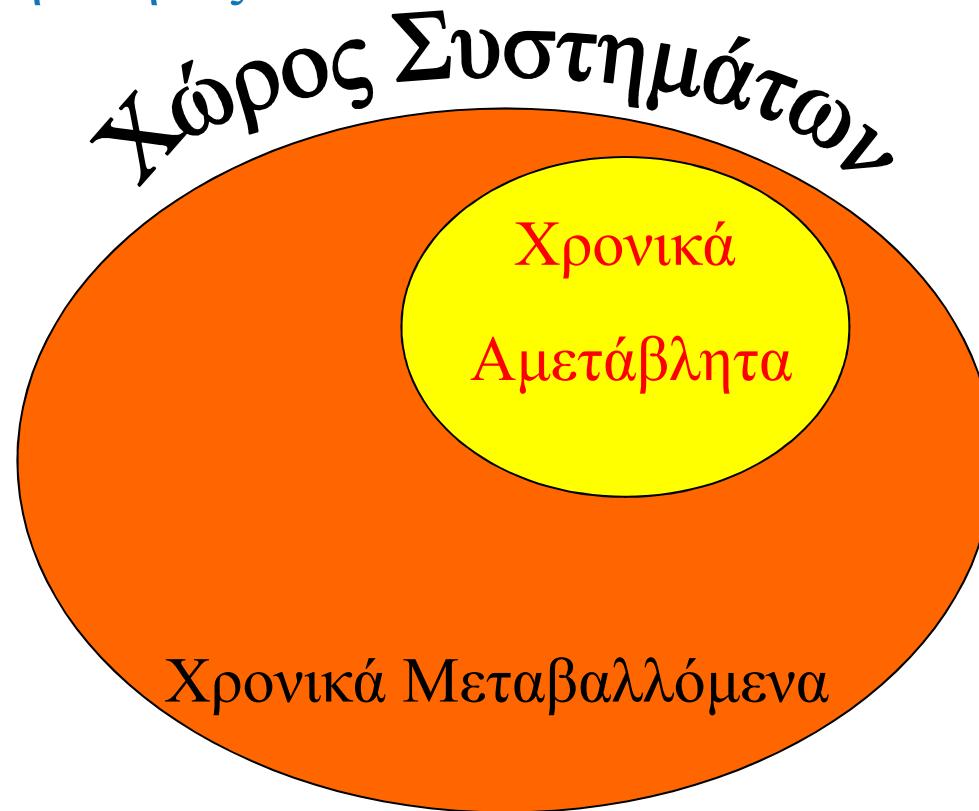
Διαμέριση του Χώρου των Συστημάτων με το τεστ Γραμμικότητας



Μαθηματική Περιγραφή Συστημάτων



Διαμέριση του Χώρου των Συστημάτων με το τεστ
Χρονο-Αμεταβλητότητας



Μαθηματική Περιγραφή Συστημάτων



Διαμέριση του Χώρου των Συστημάτων με συνδυασμό των τεστ.



Μαθηματική Περιγραφή Συστημάτων

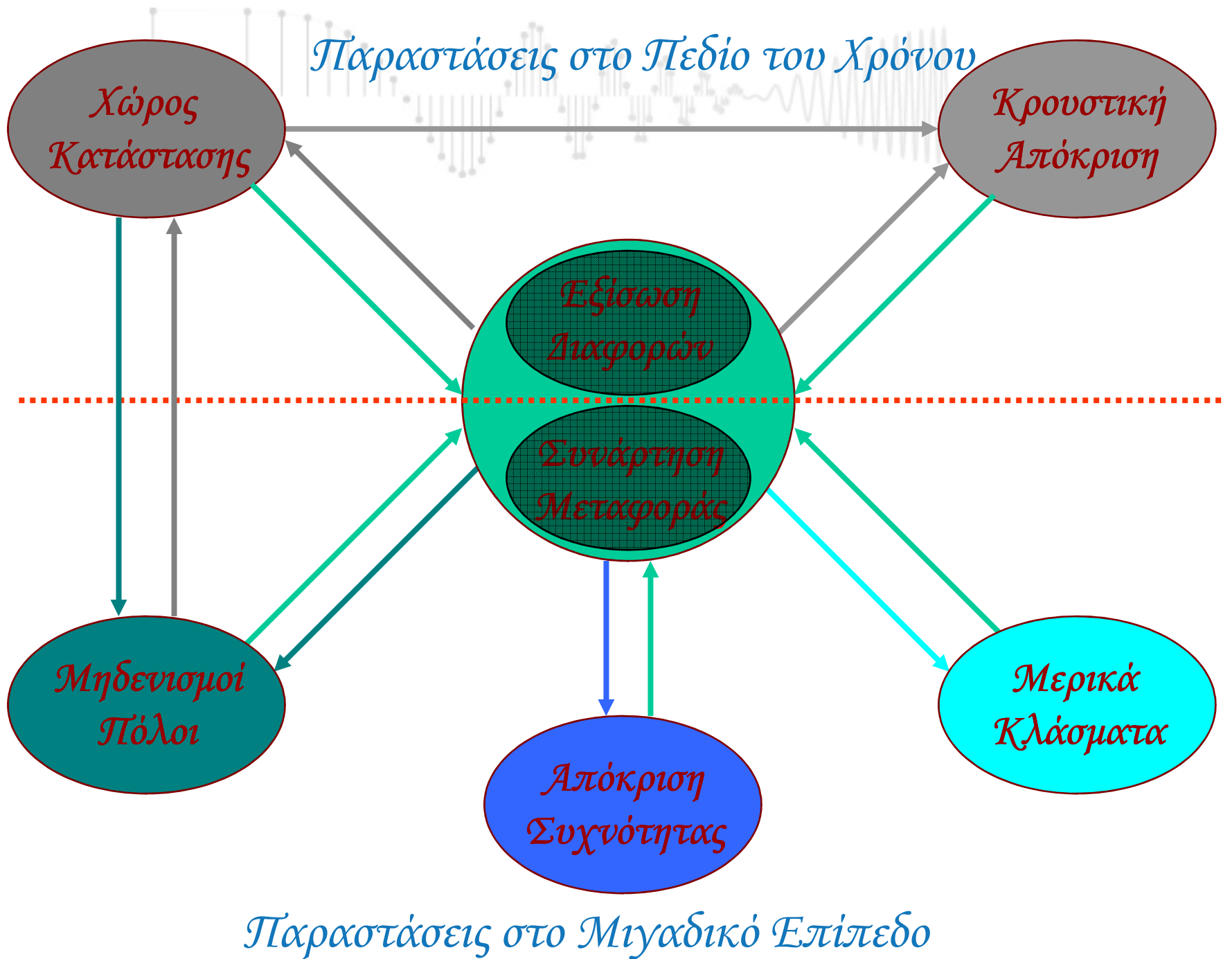


- Ιδιότητες ΓΧΑ Συστημάτων Συνεχούς Χρόνου.
- Ευστάθεια BIBO
- Αιτιατότητα
- Απόκριση των ΓΧΑ Συστημάτων σε Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα
- Συνεχούς Χρόνου Μετασχηματισμός Fourier
- Συνέλιξη και Συνεχούς Χρόνου Μετασχηματισμός Fourier
- Μετασχηματισμός *-Laplace*

Μαθηματική Περιγραφή Συστημάτων



- Ιδιότητες ΓΧΑ Συστημάτων Διακριτού Χρόνου.
- Ευστάθεια BIBO
- Αιτιατότητα
- Απόκριση των ΓΧΑ Συστημάτων σε Μιγαδικά Εκθετικά Σήματα
- Διακριτού Χρόνου Μετασχηματισμός Fourier
- Συνέλιξη και Διακριτού Χρόνου Μετασχηματισμός Fourier
- Μετασχηματισμός -Z

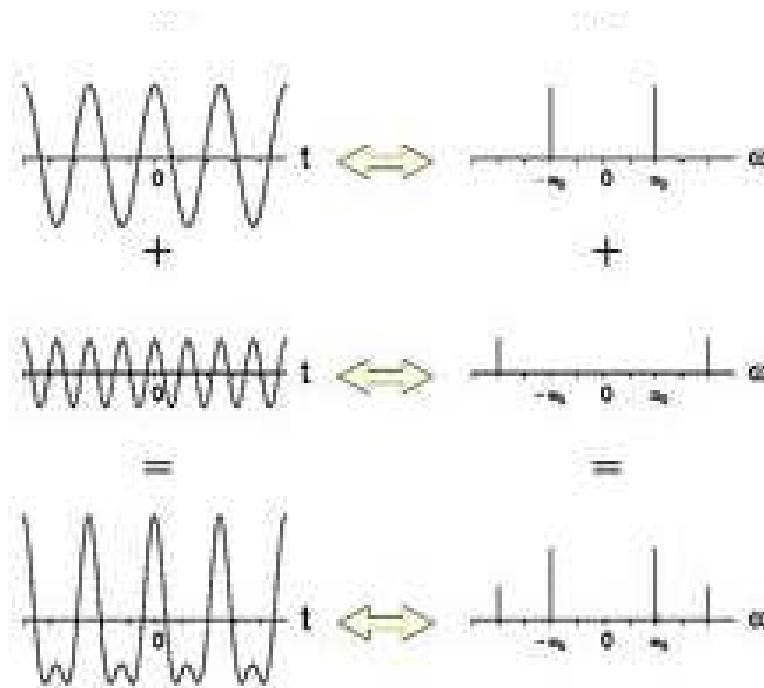




Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Μετασχηματισμός Σημάτων



Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

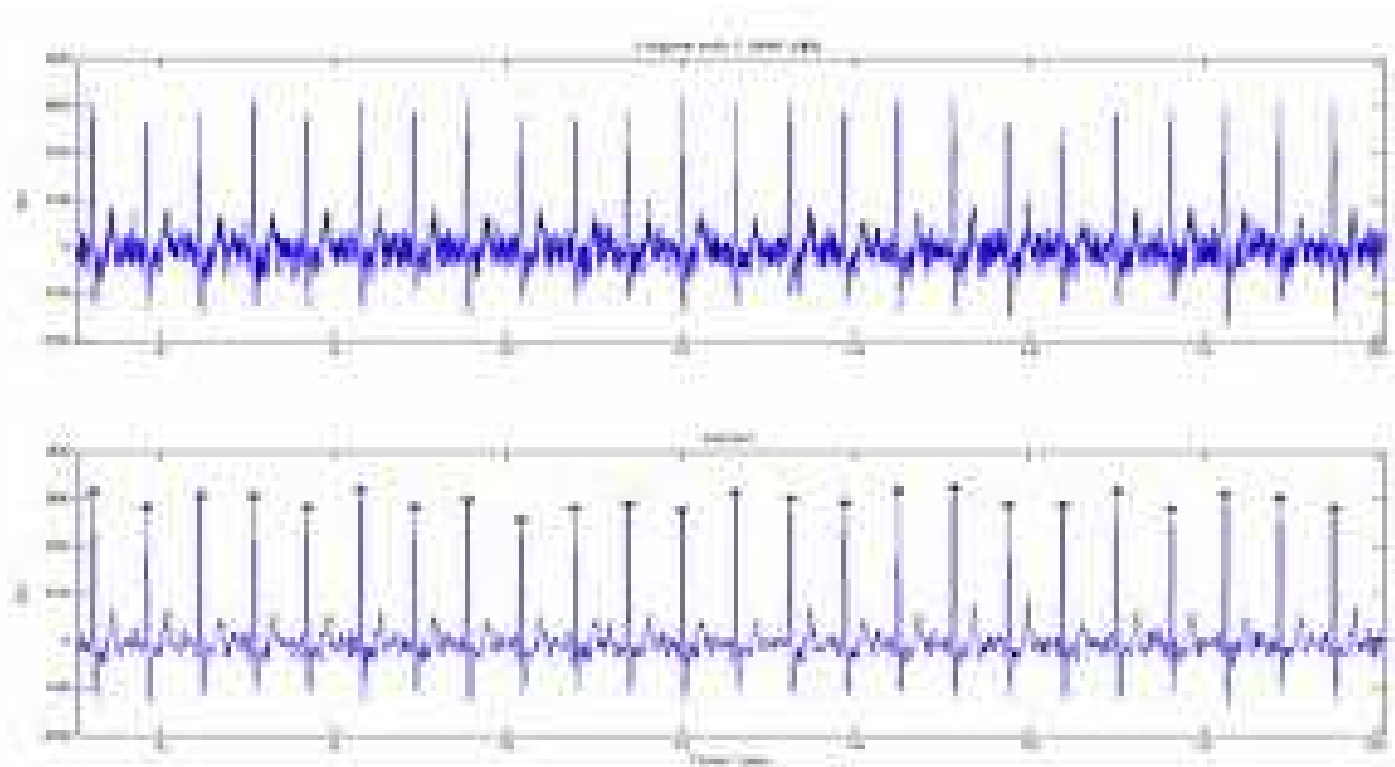
Μετασχηματισμός Σημάτων



Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Φιλτράρισμα Σημάτων

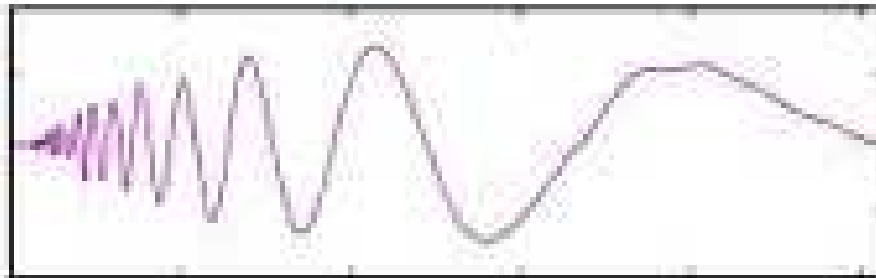
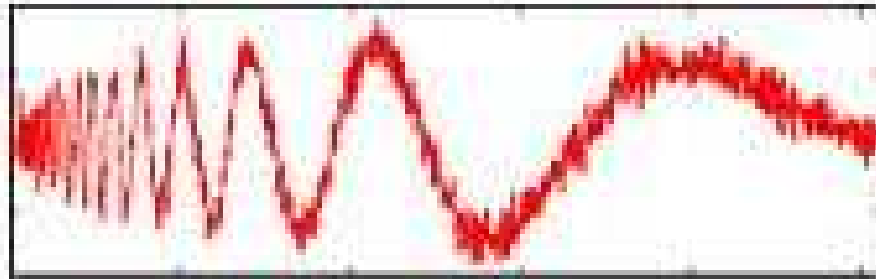
$$\text{Σήμα} = \text{Πληροφορία} + \text{Θόρυβος}$$



Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Φιλτράρισμα Σημάτων

Σήμα = Πληροφορία + Θόρυβος



Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Φιλτράρισμα Σημάτων

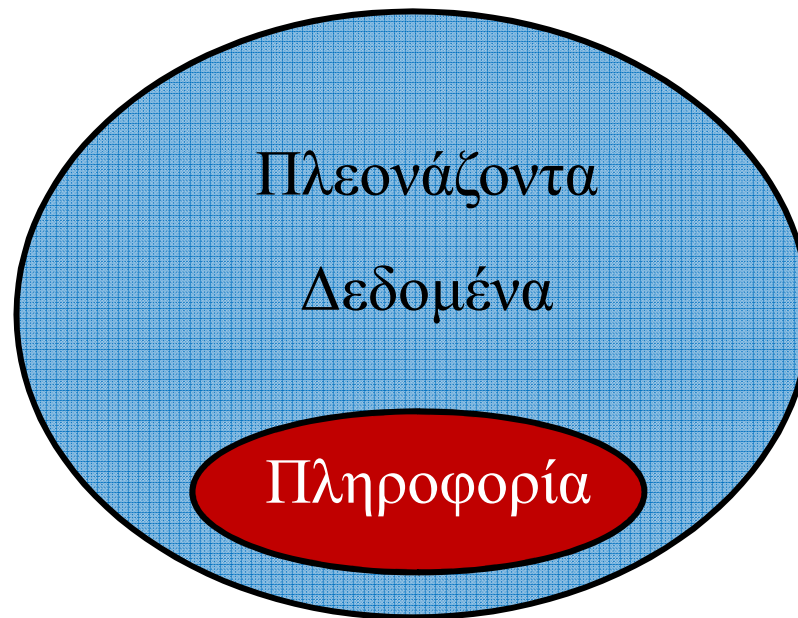
Σήμα = Πληροφορία + Θόρυβος



Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Συμπίεση Σημάτων

Δεδομένα = Πληροφορία + Πλεονάζοντα Δεδομένα



Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων



Μερικά Πρότυπα

- Mp3, mp4, ...
- JPEG, JPEG2000, ...
- MPEG-4, MPEG-7, ...

Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων



Αρχική



Συμπιεσμένη (27:1) JPEG

Μερικές Κλασσικές Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων



Αρχική



Συμπιεσμένη (27:1) JPEG2000

Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Εικονική Πραγματικότητα (Virtual Reality)



Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)



Επεξεργασία Σημάτων

ένη Πραγματικότητα (Augmented

Επauξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)



Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)



Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)



Μερικές Μοντέρνες Εφαρμογές της Επεξεργασίας Σημάτων

Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality)

