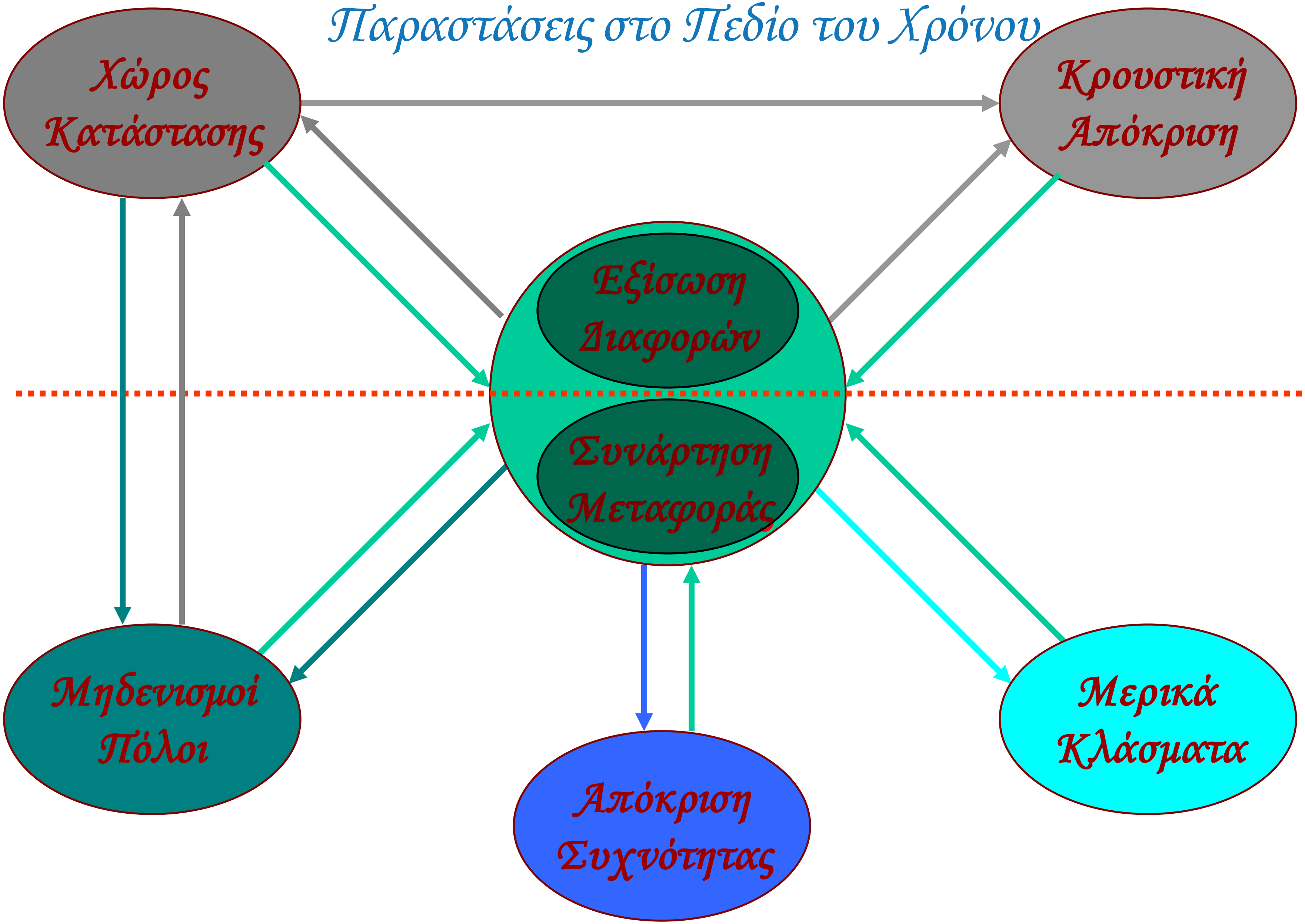
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ

ΣΗΜΑΤΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ & ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

ΧΩΡΟΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

Παραστάσεις στο Πεδίο του Χρόνου



Παραστάσεις στο Μιγαδικό Επίπεδο

Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

- Μοντέλο Πεπερασμένων Παραγώγων
- Μοντέλο Πεπερασμένων Διαφορών
- Καταστατικές Αναπαραστάσεις

Βασικά χαρακτηριστικά των αναπαραστάσεων

- Οι υπολογισμοί της εξόδου έχουν αναδρομικό χαρακτήρα
- Η μνήμη που απαιτούν είναι πεπερασμένη και σταθερή

Πλεονεκτήματα

- Επιτρέπουν την περιγραφή μη γραμμικών διαδικασιών με φυσικό τρόπο.
- Απεικονίζονται με φυσικό τρόπο σε υπολογιστικές δομές είτε υλικού είτε λογισμικού.

Γραμμικές Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

- *Περίπτωση ΓΧΑ Συστήματος Συνεχούς Χρόνου*

$$y^{(p)}(t) = \sum_{m=1}^{p-1} a_m y^{(p-1)}(t) + \sum_{m=0}^{r} b_m x^{(m-1)}(t)$$

- *Περίπτωση ΓΧΑ Συστήματος Διακριτού Χρόνου*

$$y[n] = \sum_{m=1}^{p-1} a_m y[n-m] + \sum_{m=0}^{r} b_m x[n-m]$$

Γραμμικές Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

- *Περίπτωση ΓΧΜ Συστήματος Συνεχούς Χρόνου*

$$y^{(p)}(t) = \sum_{m=1}^{p-1} a_m(t) y^{(p-1)}(t) + \sum_{m=0}^{r} b_m(t) x^{(m-1)}(t)$$

- *Περίπτωση ΓΧΜ Συστήματος Διακριτού Χρόνου*

$$y[n] = \sum_{m=1}^{p-1} a_m[n] y[n-m] + \sum_{m=0}^{r} b_m[n] x[n-m]$$

Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

- Μοντέλο Πεπερασμένων Παραγώγων

$$y^{(p)}(t) = F\left(y^{(p-1)}(t), \ldots, \; y^{(1)}(t), \; y(t), \; x(t), \ldots, \; x^{(r)}(t)\right)$$

- Μοντέλο Πεπερασμένων Διαφορών

$$y[n] = F\left(y[n-1], \ldots, \; y[n-p], \; x(n), \; x(n-1), \ldots, \; x(n-r)\right)$$

Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

- ΧΜ Μοντέλο Πεπερασμένων Παραγώγων

$$y^{(p)}(t) = F\left(y^{(p-1)}(t), \ldots, y^{(1)}(t), y(t), x(t), \ldots, x^{(r)}(t), t\right)$$

- ΧΜ Μοντέλο Πεπερασμένων Διαφορών

$$y[n] = F\left(y[n-1], \ldots, y[n-p], x(n), x(n-1), \ldots, x(n-r), n\right)$$

Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

Εξωτερική και Εσωτερική Περιγραφή Συστήματος

Υλοποίηση Συστημάτων -Χώρος Κατάστασης

Η εξωτερική περιγραφή ενός Συστήματος μπορεί να υλοποιηθεί με περισσότερους από έναν τρόπο !!!

Για παράδειγμα η εξωτερική περιγραφή του Συστήματος ...

$$y[n] = \frac{1}{2} y[n-1] + x[n] + 2x[n-1]$$

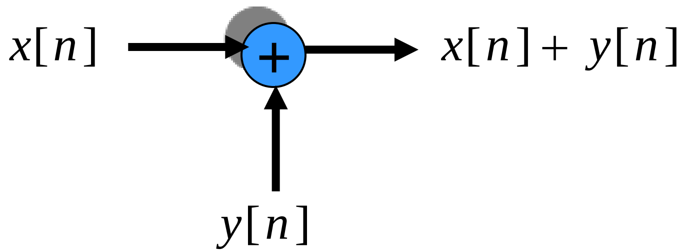
μπορεί να υλοποιηθεί με παραπάνω από έναν τρόπους ...

Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

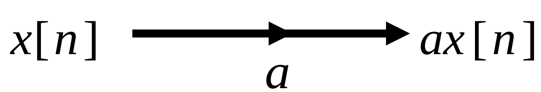
Εξωτερική και Εσωτερική Περιγραφή Συστήματος

Υλοποίηση Συστημάτων – Βασικά Δομικά Στοιχεία

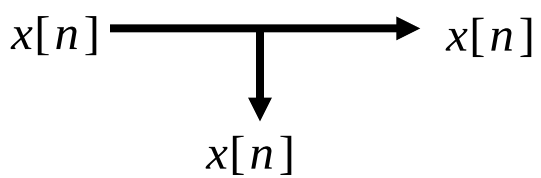
Αθροιστής:



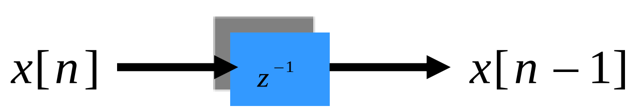
Πολλαπλασιαστής:



Διακλάδωση:



Καθυστέρηση:

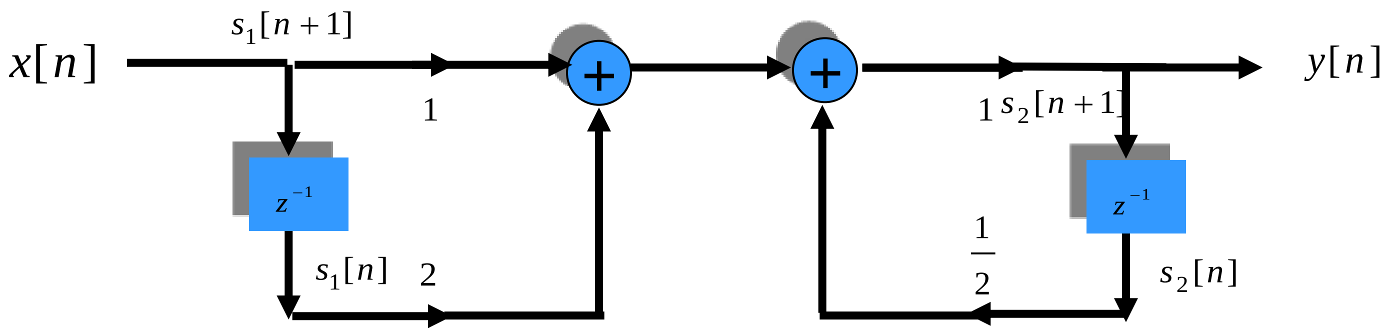


Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

Υλοποίηση Συστημάτων Χώρος Κατάστασης

$$y[n] = \frac{1}{2}y[n-1] + x[n] + 2x[n-1]$$

Ευθεία Υλοποίηση (Μορφή-Ι)

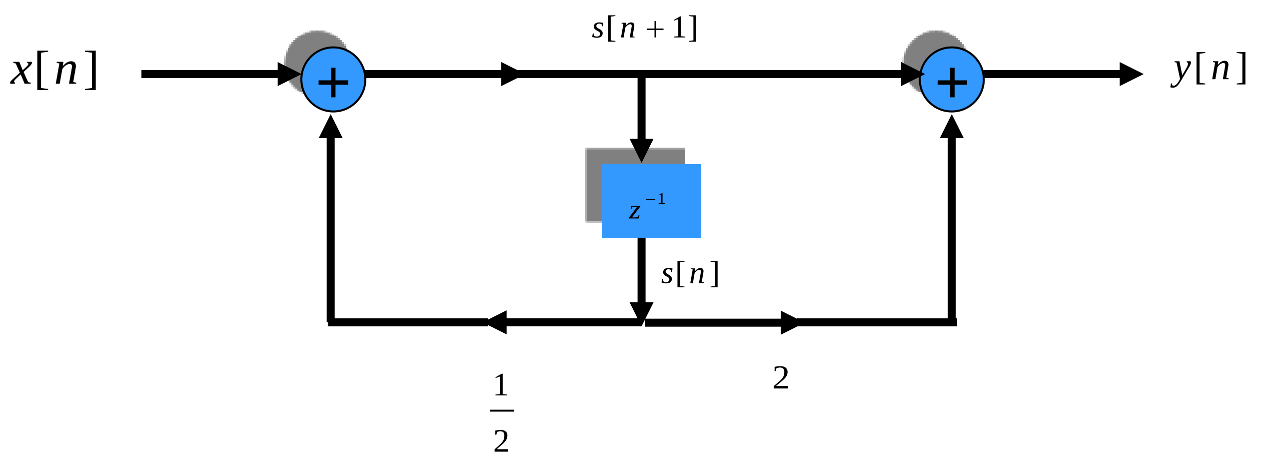


Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

Υλοποίηση Συστημάτων Χώρος Κατάστασης

$$y[n] = \frac{1}{2} y[n-1] + x[n] + 2x[n-1]$$

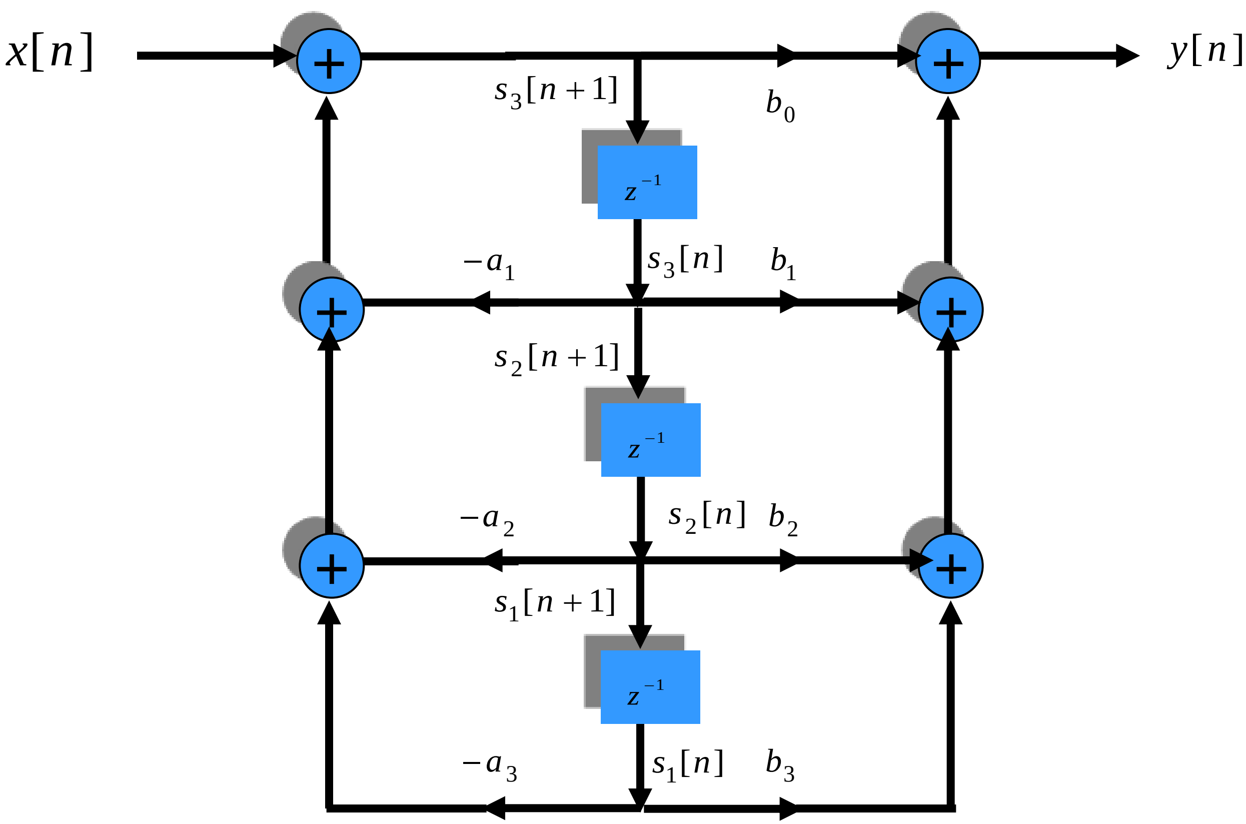
Ευθεία Υλοποίηση (Μορφή-II)



Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

Υλοποίηση Συστημάτων στο Χώρο Κατάστασης:

$$y[n] = -\sum_{m=1}^{3} a_m y[n-m] + \sum_{m=0}^{3} b_m x[n-m]$$

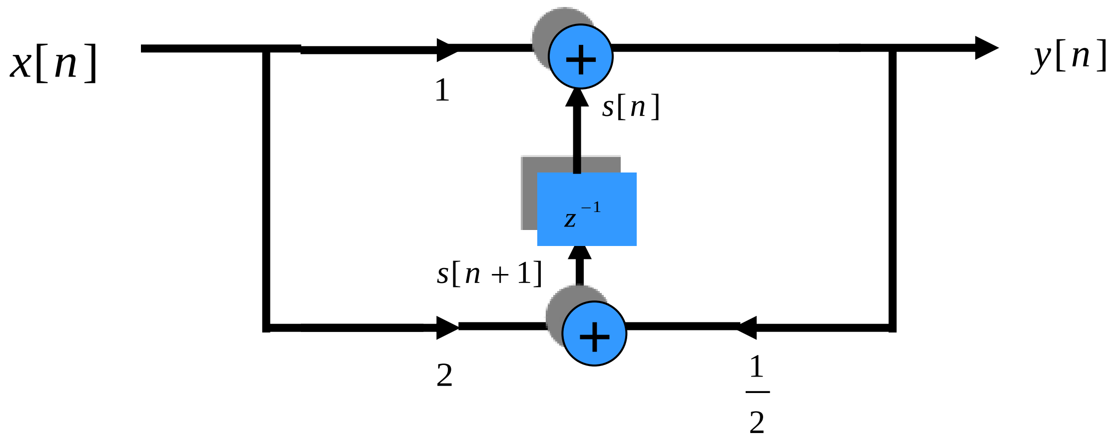


Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

Υλοποίηση Συστημάτων Χώρος Κατάστασης

$$y[n] = \frac{1}{2}y[n-1] + x[n] + 2x[n-1]$$

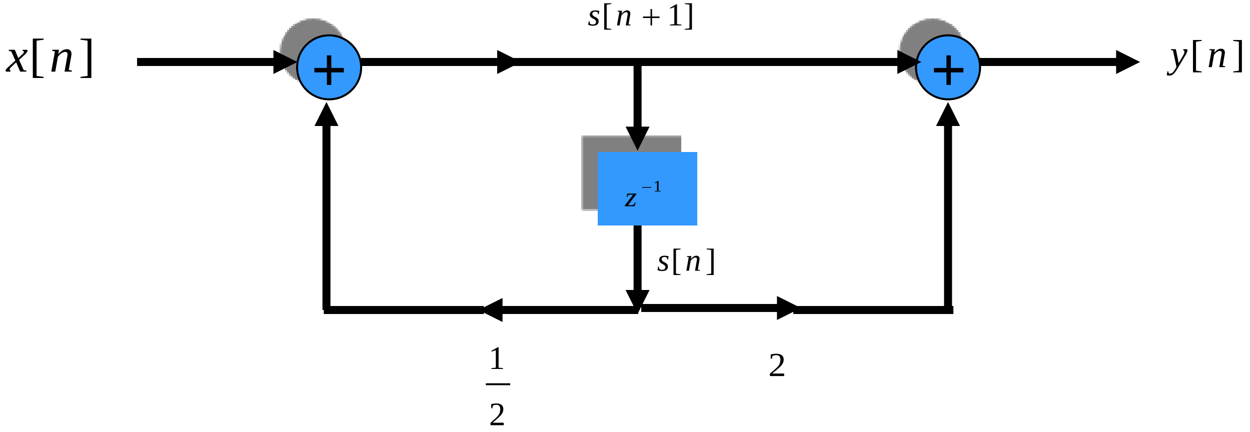
Δυϊκή Ευθείας Υλοποίησης (Μορφή-ΙΙ)

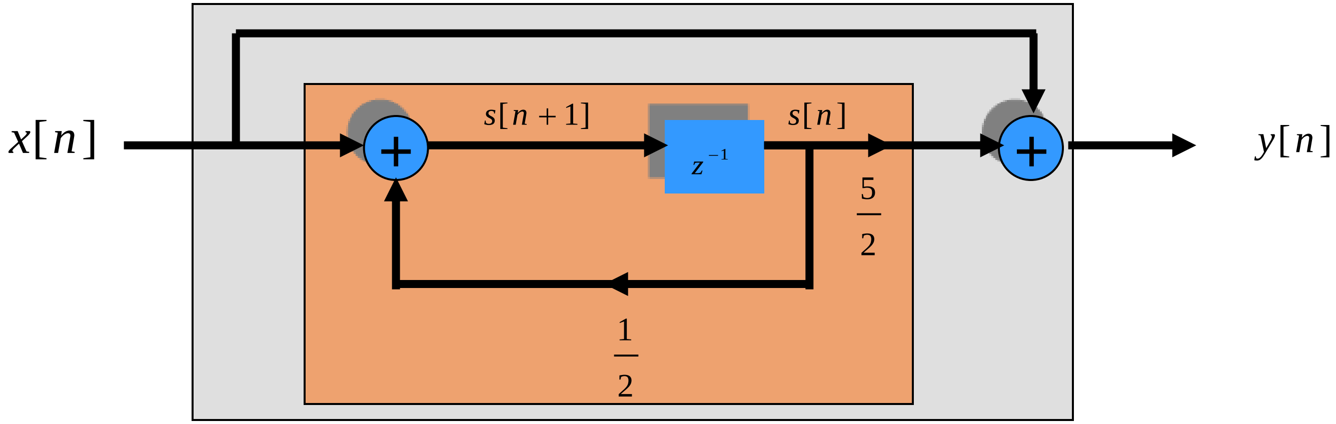


Πεπερασμένες Αναδρομικές Αναπαραστάσεις

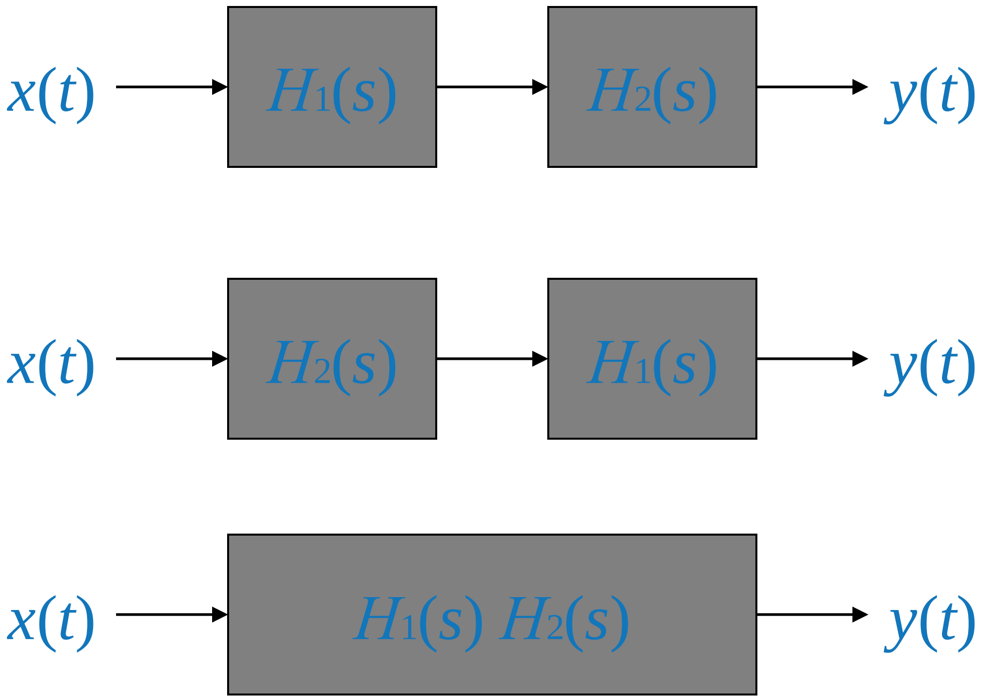
Υλοποίηση Συστημάτων Χώρος Κατάστασης !!!

$$y[n] = \frac{1}{2} y[n-1] + x[n] + 2x[n-1]$$

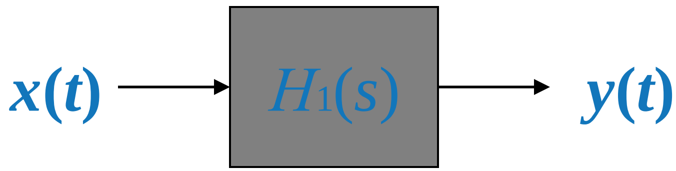




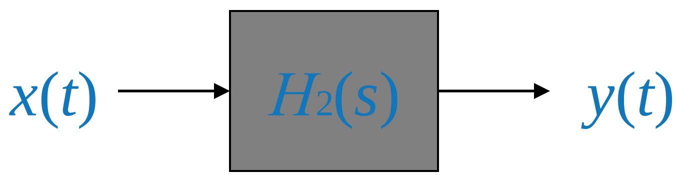
Προβλήματα Πεπερασμένων Αναπαραστάσεων
Εξωτερικές και Εσωτερικές Περιγραφές Συστημάτων



Προβλήματα Πεπερασμένων Αναπαραστάσεων Εξωτερικές και Εσωτερικές Περιγραφές Συστημάτων



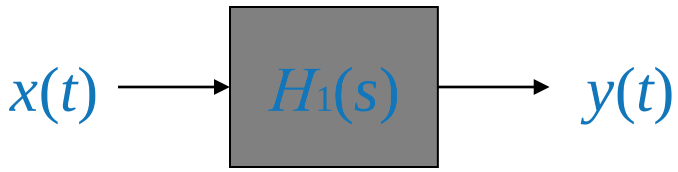
$$H_1(s): \quad y^{(1)}(t) + y(t) = x^{(1)}(t) - x(t)$$

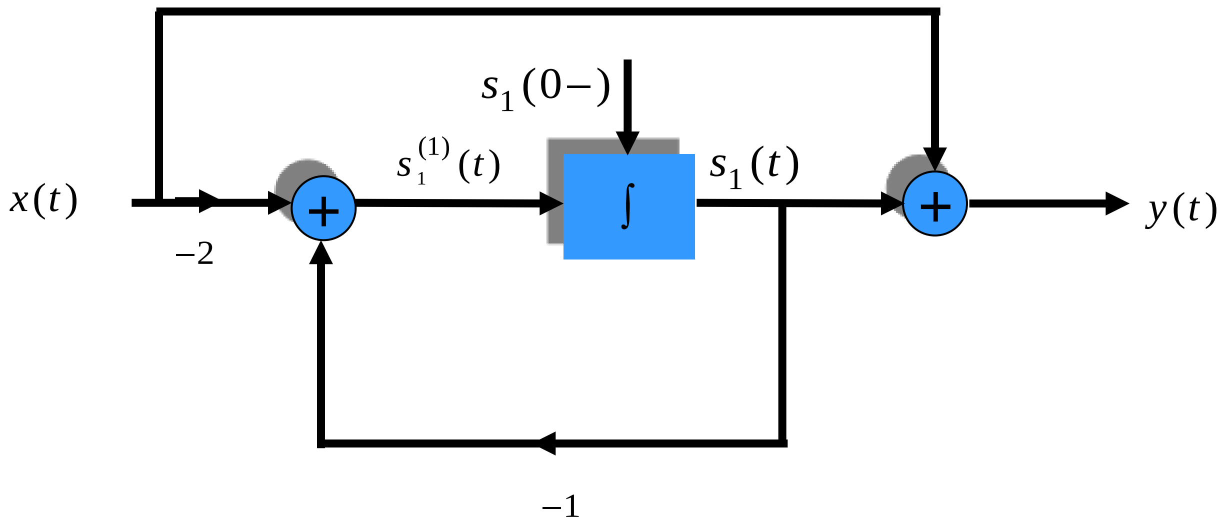


$$H_2(s): \quad y^{(1)}(t) - y(t) = x(t)$$

Προβλήματα Πεπερασμένων Αναπαραστάσεων Εξωτερικές και Εσωτερικές Περιγραφές Συστημάτων

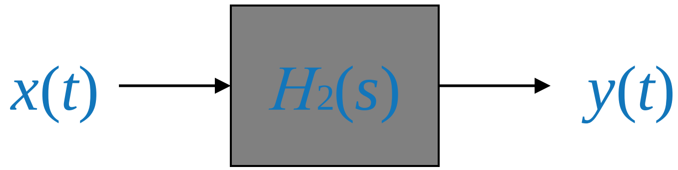
$$y^{(1)}(t) + y(t) = x^{(1)}(t) - x(t)$$

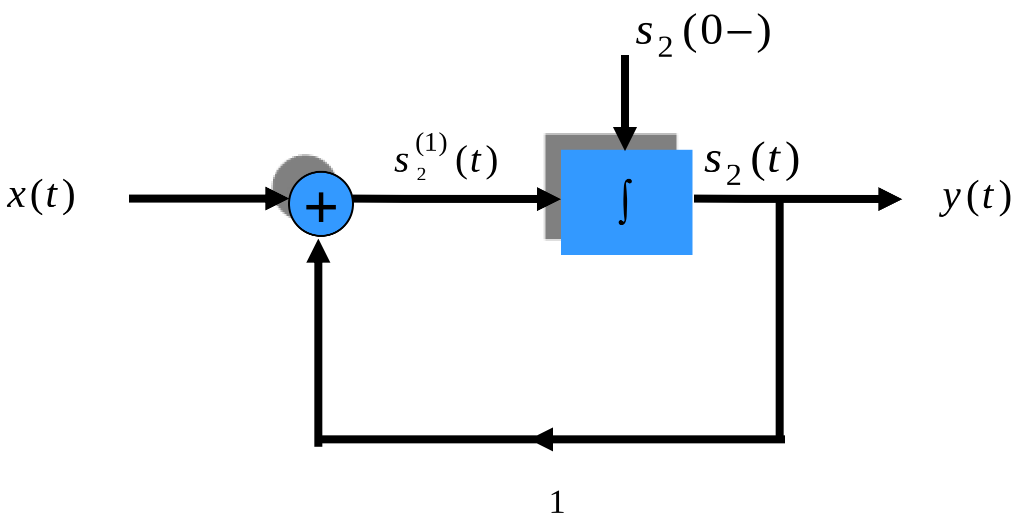




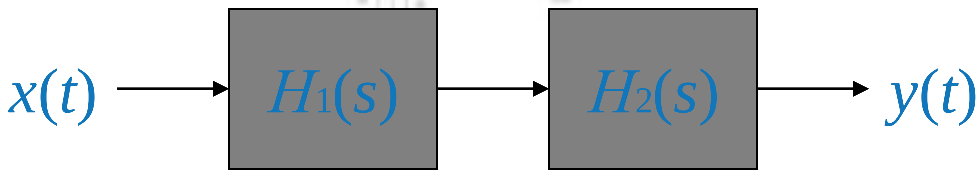
Προβλήματα Πεπερασμένων Αναπαραστάσεων Εξωτερικές και Εσωτερικές Περιγραφές Συστημάτων

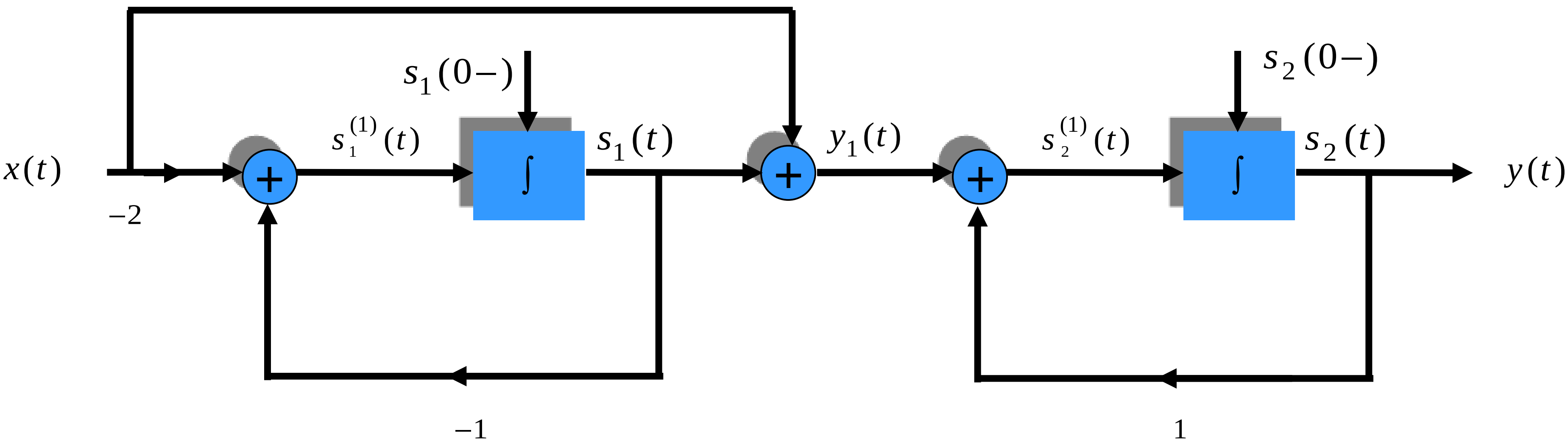
$$y^{(1)}(t) = y(t) + x(t)$$





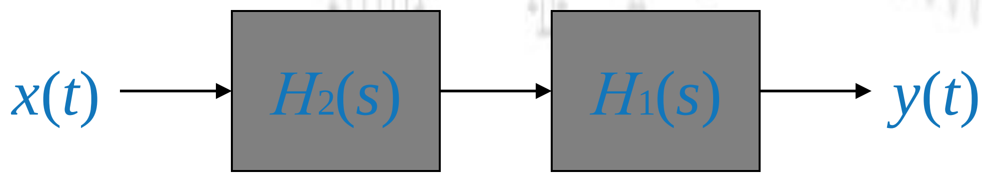
Προβλήματα Πεπερασμένων Αναπαραστάσεων
Εξωτερικές και Εσωτερικές Περιγραφές Συστημάτων

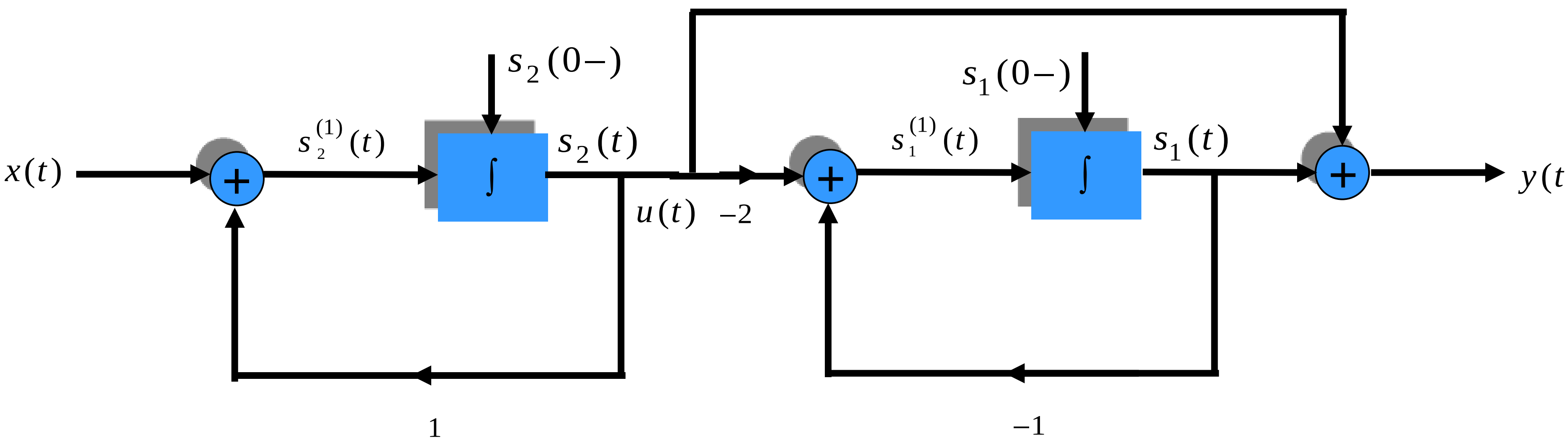




$$y(t) = \left(y(0)e^{t} + \frac{y_1(0)}{2}(e^{t} - e^{-t}) + e^{-t} * x(t) \right) u(t)$$

Προβλήματα Πεπερασμένων Αναπαραστάσεων
Εξωτερικές και Εσωτερικές Περιγραφές Συστημάτων





$$y(t) = ((y(0) + y_1(0))e^{-t} + e^{-t} * x(t))u(t)$$

Καταστατικές Αναπαραστάσεις Χρονικά Αναλλοίωτων Συστημάτων

- Συνεχούς Χρόνου

Εξίσωση Κατάστασης $$\mathbf{s}^{(1)}(t) = f(\mathbf{s}(t), x(t))$$

Εξίσωση Εξόδου $$y(t) = g(\mathbf{s}(t), x(t))$$

- Διακριτού Χρόνου

Εξίσωση Κατάστασης $$\mathbf{s}(n+1) = f(\mathbf{s}(n), x(n))$$

Εξίσωση Εξόδου $$y(n) = g(\mathbf{s}(n), x(n))$$

Καταστατικές Αναπαραστάσεις Χρονικά Μεταβαλλόμενων Συστημάτων

- Συνεχούς Χρόνου

$$\mathbf{s}^{(1)}(t) = f(\mathbf{s}(t), x(t), t)$$

$$y(t) = g(\mathbf{s}(t), x(t), t)$$

- Διακριτού Χρόνου

$$\mathbf{s}(n+1) = f(\mathbf{s}(n), x(n), n)$$

$$y(n) = g(\mathbf{s}(n), x(n), n)$$

Καταστατικές Αναπαραστάσεις-Γραμμικών ΧΑ Συστημάτων

- Συνεχούς Χρόνου

$$\mathbf{s}^{(1)}(t) = A\mathbf{s}(t) + bx(t)$$

$$y(t) = c^{t}\mathbf{s}(t) + d\ x(t)$$

- Διακριτού Χρόνου

$$\mathbf{s}(n+1) = A\mathbf{s}(n) + b\ x(n)$$

$$y(n) = c^{t}\mathbf{s}(n) + d\ x(n)$$

Καταστατικές Αναπαραστάσεις-Γραμμικών ΧΜ Συστημάτων

- Συνεχούς Χρόνου

$$\mathbf{s}^{(1)}(t) = A(t)\mathbf{s}(t) + b(t)x(t)$$

$$y(t) = c^{t}(t)\mathbf{s}(t) + d(t)\,x(t)$$

- Διακριτού Χρόνου

$$\mathbf{s}(n+1) = A(n)\mathbf{s}(n) + b(n)\,x(n)$$

$$y(n) = c^{t}(n)\mathbf{s}(n) + d\,(n)x(n)$$