

Γράμματα σε ψηφία

Αντικαταστήσαμε όλα τα γράμματα μιας λέξης με την αριθμητική τους σειρά στο αλφάβητο και προέκυψε ο αριθμός 121111121. Ποιά ήταν η αρχική λέξη;

Απάντηση

Τα μοναδικά δυνατά γράμματα είναι τα Α (ο αριθμός 1), Β (2), Λ (11), Μ (12), Φ (21) και Χ (22). Η μοναδική λέξη με νόημα που αντιστοιχεί στον δεδομένο αριθμό είναι η ΜΑΛΑΜΑ.

Νομισματικά προβλήματα

Τα ρωσικά μπρούντζινα κέρματα των 1, 2, 3 και 5 καπικιών (ανύπαρκτα στις μέρες μας λόγω πληθωρισμού) ζύγιζαν τόσα γραμμάρια όση ήταν και η ονομαστική τους αξία. Γνωρίζουμε ότι ένα από τα τέσσερα διαφορετικά κέρματα είναι κάλπικο, έχει διαφορετικό βάρος από ένα κανονικό κέρμα. Πώς μπορούμε να το ξεχωρίσουμε χρησιμοποιώντας μόνο μια ζυγαριά χωρίς σταθμά;

Απάντηση

Βάζουμε τα κέρματα αξίας 1 και 2 καπικιών στον αριστερό δίσκο της ζυγαριάς και το κέρμα των 3 στον δεξιό. Αν ισορροπήσει η ζυγαριά, κάλπικο είναι το κέρμα των 5 καπικιών. Αν όχι, τοποθετούμε τα κέρματα των 2 και 3 καπικιών στον αριστερό δίσκο και το κέρμα των 5 καπικιών στον δεξιό. Αν ισορροπήσουν, το κέρμα αξίας 1 καπικιού είναι κάλπικο. Διαφορετικά, τα κέρματα αξίας 1 και 5 καπικιών είναι γνήσια και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των δυο ζυγίσεων. Αν είναι όμοια (αν ο αριστερός δίσκος είναι βαρύτερος ή ελαφρύτερος και τις δυο φορές), τότε κάλπικο είναι το κέρμα των 2 καπικιών, επειδή παρέμεινε στον ίδιο δίσκο. Διαφορετικά αποτελέσματα (αν ο αριστερός δίσκος είναι βαρύτερος τη μια φορά και ελαφρύτερος την άλλη) φανερώνουν ότι κάλπικο είναι το κέρμα των 3 καπικιών.

Μετρήστε τους ψεύτες

Το νησί Πιανόσα έχει πληθυσμό 100 ατόμων. Μερικοί από τους κατοίκους του λένε πάντα ψέματα ενώ οι υπόλοιποι λένε πάντα την αλήθεια. Κάθε νησιώτης λατρεύει μία από τις εξής θεότητες: του Ήλιου, της Σελήνης ή της Γης. Μια μέρα ένας ανθρωπολόγος που είχε επισκεφτεί το νησί έκανε σε όλους τους κατοίκους τις επόμενες ερωτήσεις:

1. Λατρεύετε τη θεότητα του Ήλιου;
2. Λατρεύετε τη θεότητα της Σελήνης;
3. Λατρεύετε τη θεότητα της Γης;

Δόθηκαν 60 καταφατικές απαντήσεις στην πρώτη ερώτηση, 40 στη δεύτερη και 30 στην τρίτη. Πόσοι ψεύτες ζουν στο νησί;

Απάντηση

Κάθε ειλικρινής κάτοικος του νησιού απαντά καταφατικά σε μία από τις ερωτήσεις ενώ κάθε ψεύτης σε δύο. Επομένως το συνολικό πλήθος των καταφατικών απαντήσεων $60+40+30=130$ ισούται με το πλήθος των ειλικρινών κατοίκων συν το διπλάσιο του πλήθους των ψευτών. Αν απαριθμούσαμε κάθε ψεύτη μία μόνο φορά, θα παίρναμε απλώς το σύνολο του πληθυσμού, δηλαδή 100. Άρα, το πλήθος των ψευτών είναι $130-100=30$.

Φυσική τριάδα

Κάποιος υποστηρίζει ότι γνωρίζει 3 φυσικούς αριθμούς x, y, z , που ικανοποιούν την εξίσωση $28x + 30y + 31z = 365$. Έχει δίκιο;

Απάντηση

Όντως έχει δίκιο. Θα βρούμε εύκολα αριθμούς που ικανοποιούν την εξίσωση αν παρατηρήσουμε ότι 365 είναι το πλήθος των ημερών ενός (όχι δίσεκτου) έτους, ενώ 28, 30 και 31 είναι το δυνατό πλήθος ημερών ενός μήνα. Επομένως μια λύση είναι $x=1, y=4, z=7$.

Οι σβησμένοι αριθμοί

Σε κάθε τετράγωνο της σειράς της παρακάτω εικόνας υπήρχε γραμμένος ένας αριθμός τέτοιος ώστε το άθροισμα οποιασδήποτε τριάδας διαδοχικών αριθμών να είναι 15. Στη συνέχεια σβήστηκαν όλοι οι αριθμοί εκτός από 2. Ανακαλύψτε τους σβησμένους αριθμούς.

6								4		
---	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--

Απάντηση

Η απάντηση είναι 6,5,4,6,5,4,6,5,4,6,5. Έστω $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ τέσσερις διαδοχικοί αριθμοί. Τότε $\alpha + \beta + \gamma = \beta + \gamma + \delta$ και επομένως $\alpha = \delta$. Άρα η ακολουθία είναι περιοδική με περίοδο 3 δηλαδή μπορεί να γραφεί ως $\alpha, \beta, \gamma, \alpha, \beta, \gamma, \alpha, \beta, \gamma, \alpha, \beta, \gamma, \alpha, \beta$. Από τα δεδομένα του προβλήματος έχουμε $\alpha=6, \gamma=4$. Οπότε $\beta=15-6-4=5$.