Πρόβλημα 1

Μία μορφή της σιγμοειδούς συνάρτησης ορίζεται ως εξής: $\varphi(u) = \frac{1}{1+\exp(-au)}$. Η συνάρτηση αυτή κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0 και 1. Δείξτε ότι η παράγωγος $\varphi(u)$ ως προς το u δίνεται από τον παρακάτω τύπο: $\varphi'(u) = \frac{d\varphi}{du} = a\varphi(u)[1-\varphi(u)]$. Ποιά η τιμή της παραγώγου για $u = 0$;

Λύση

$\varphi(u) = \frac{1}{1+\exp(-au)}$

$\varphi'(u) = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{1+\exp(-au)}\right] \xRightarrow{*\,(1),(2),(3)} \frac{-1}{[1+ exp(-au)]^2} \cdot (-a) \cdot \exp(-au) =$

$= a \cdot \frac{1}{1+\exp(-au)} \cdot \frac{1-1+\exp(-au)}{1+\exp(-au)} \xRightarrow{(1-1+a=a)}$

$= a \cdot \frac{1}{1+\exp(-au)} \cdot \left[\frac{1+\exp(-au)}{1+\exp(-au)} - \frac{1}{1+\exp(-au)}\right] = a\varphi(u)[1-\varphi(u)]$

Για $u = 0$:

$\varphi(0) = \frac{1}{1+\exp(0)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

$\varphi'(u) = a \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{\alpha}{4}$

$$* \quad \frac{df(g(x))}{dx} = \frac{df(g(x))}{dg(x)} \cdot \frac{dg(x)}{dx} \quad (1) \quad , \quad \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2} \quad (2)$$

$$\frac{d\exp(ax)}{dx} = a \cdot \exp(ax) \quad (3)$$

Πρόβλημα 2

Βρείτε τον αριθμό των συνάψεων για τα παρακάτω δίκτυα:

1. Ένα πλήρως διασυνδεδεμένο εμπρός τροφοδότησης δίκτυο με 10 νευρώνες εισόδου, ένα επίπεδο με 4 κρυφούς νευρώνες και 2 νευρώνες εξόδου.
2. Ένα εμπρός τροφοδότησης δίκτυο με 10 νευρώνες εισόδου, ένα επίπεδο με 4 κρυφούς νευρώνες και 2 νευρώνες εξόδου, όπου κάθε νευρώνας του κρυφού

επιπέδου δέχεται είσοδο από 6 νευρώνες εισόδου και κάθε νευρώνας εξόδου δέχεται είσοδο από 3 νευρώνες του κρυφού επιπέδου.

<u>Λύση</u>

1.

Πλήρως συνδεδεμένο εμπρός τροφοδότηση δίκτυο :

α) Όλοι οι νευρώνες εισόδου τροφοδοτούν τους νευρώνες στο κρυφό επίπεδο

β) Όλοι οι νευρώνες στο κρυφό επίπεδο τροφοδοτούν όλους τους νευρώνες εξόδου

γ) Δεν υπάρχει ανάδραση

Από τα παραπάνω έχουμε:

Από (α) $10 \cdot 4 = 40$ συνάψεις

Από (β) $4 \cdot 2 = 8$ συνάψεις

Άρα έχουμε σύνολο 48 συνάψεις

2.

(α) Κάθε νευρώνας του κρυφού επιπέδου δέχεται είσοδο από 6 νευρώνες επιπέδου άρα

$4 \cdot 6 = 24$ συνάψεις

(β) Κάθε νευρώνας εξόδου δέχεται είσοδο από 3 νευρώνες κρυφού επιπέδου άρα $2 \cdot 3 =6$ συνάψεις

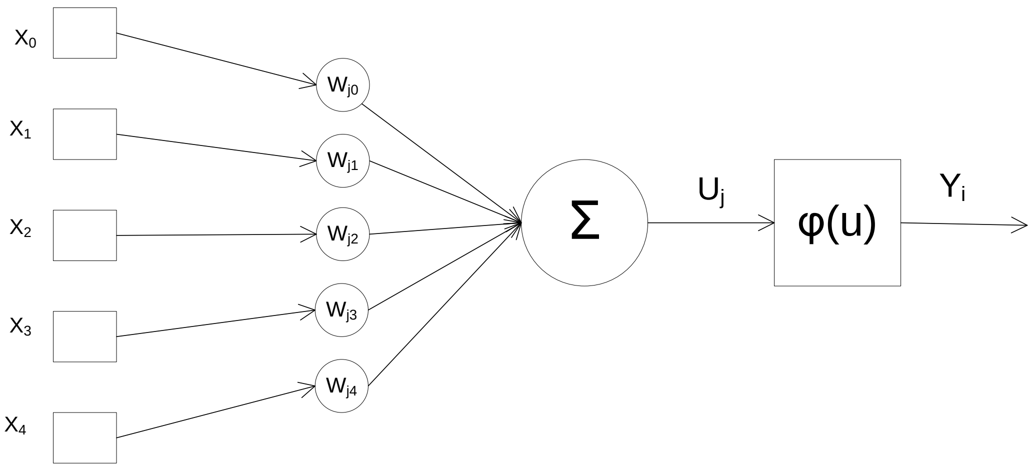
Συνεπώς, από (α) και (β) έχουμε 24+6=30 συνάψεις

Πρόβλημα 3

Ένας νευρώνας j δέχεται είσοδο από 4 άλλους νευρώνες των οποίων τα επίπεδα ενεργοποίησης είναι 10, -20, 4 και –2. τα αντίστοιχα συναπτικά βάρη του νευρώνα j είναι 0.8, 0.2, -1.0 και –0.9. Υπολογίστε την έξοδο του νευρώνα j καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:

1. Ο νευρώνας είναι γραμμικός.
2. Ο νευρώνας ακολουθεί το McCulloch-Pitts μοντέλο.
3. Ο νευρώνας έχει ως συνάρτηση ενεργοποίησης τη σιγμοειδή $\varphi(\upsilon) = \dfrac{1}{1+\exp(-\alpha\upsilon)}$.

Λύση



X0 = -1	Wj0 = 0
X1 = 10	Wj0 = 0.8
X2 = -20	Wj0 = 0.2
X3 = 4	Wj0 = -1.0
X4 = -2	Wj0 = -0.9

$$u_j = \sum_{i=0}^{4} x_i \cdot w_{ji} = (-1\cdot 0) + (10\cdot 0.8) + (-20\cdot 0.2) + (4\cdot(-1.0)) + (-2\cdot(-0.8)) = 0 + 8 - 4 - 4 + 1.8 = 1.8$$

1. Γραμμικός: φ(u) = u άρα y_i **= 1.8**

2. McCulloch – Pits: $\varphi(u) = \begin{cases} +1 & u \geq 0 \\ 0 & u < 0 \end{cases}$ άρα y_i **= 1**

3. Σιγμοειδή συνάρτηση ενεργοποίησης: $\varphi(u) = \dfrac{1}{1+\exp(-u)}$

$$\text{άρα} \quad y_i = \frac{1}{1+\exp(1.8)} = \frac{1}{1+0.165} = 0.858$$