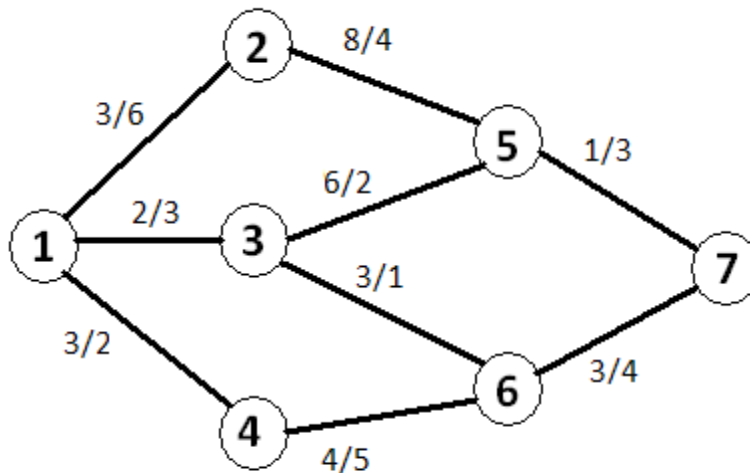


Δυναμικός Προγραμματισμός

Πρόβλημα

Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται ένα TSP 8 πόλεων. Για κάθε ζεύγος πόλεων δίνονται δύο αριθμοί που χωρίζονται με κάθετο. Ο πρώτος αριθμός παρουσιάζει την απόσταση από τα αριστερά στα δεξιά (\rightarrow), ενώ ο δεύτερος την απόσταση από τα δεξιά στα αριστερά (\leftarrow).



Να υπολογιστεί μέσω χρήσης του δυναμικού προγραμματισμού η βέλτιστη διαδρομή από την 1 στην πόλη 7.

Λύση:

Στάδιο n:

$$g(7, \{\}) = 1$$

(Σημείωση: το $g(7, \{\})$ είναι απλά το ελάχιστο κόστος για να πας από κάποια γειτονική πόλη στην πόλη 7.)

Στάδιο n-1:

$$g(5,\{7\}) = L(5,7) + g(7,\{\}) = 1 + 1 = 2$$

$$g(6,\{7\}) = L(6,7) + g(7,\{\}) = 3 + 1 = 4$$

(Σημείωση: τώρα απλά βρήκαμε όλες τις πιθανές ακμές που εισέρχονται στην πόλη 7 και προσθέσαμε το κόστος τους με το $g(7,\{\})$.)

Στάδιο n-2:

$$g(2,\{5,7\}) = L(2,5) + g(5,\{7\}) = 8 + 2 = 10$$

$$g(3,\{5,7\}) = L(3,5) + g(5,\{7\}) = 6 + 2 = 8$$

$$g(3,\{6,7\}) = L(3,6) + g(6,\{7\}) = 3 + 4 = 7$$

$$g(4,\{6,7\}) = L(4,6) + g(6,\{7\}) = 4 + 4 = 8$$

(Σημείωση: σε κάθε στάδιο (i) υπολογίζουμε τα νέα g με βάση τα g του προηγούμενου σταδίου (i+1) προσθέτοντάς τα με το κόστος των ακμών με τα οποία επεκτείνουμε την διαδρομή μας.)

Στάδιο n-3:

$$g(1,\{2,5,7\}) = L(1,2) + g(2,\{5,7\}) = 3 + 10 = 13 \quad \checkmark$$

$$g(1,\{3,5,7\}) = L(1,3) + g(3,\{5,7\}) = 2 + 8 = 10 \quad \checkmark$$

$$g(6,\{3,5,7\}) = L(6,3) + g(3,\{5,7\}) = 1 + 8 = 9$$

$$g(1,\{3,6,7\}) = L(1,3) + g(3,\{6,7\}) = 2 + 7 = 9 \quad \checkmark$$

$$g(5,\{3,6,7\}) = L(5,4) + g(3,\{6,7\}) = 2 + 7 = 9$$

$$g(1,\{4,6,7\}) = L(1,4) + g(4,\{6,7\}) = 3 + 8 = 11 \quad \checkmark$$

(Σημείωση: τα g με τα \checkmark είναι διαδρομές που δεν χρειάζονται περαιτέρω επέκταση καθώς είναι λύσεις αφού ξεκινάνε από την πόλη 1 και καταλήγουν στην πόλη 7.)

Στάδιο n-4:

$$g(4,\{6,3,5,7\}) = L(4,6) + g(6,\{3,5,7\}) = 4 + 9 = 13$$

$$g(2,\{5,3,6,7\}) = L(2,5) + g(5,\{3,6,7\}) = 8 + 9 = 17$$

(Σημείωση: προσοχή στην σειρά αναγραφής παίζει μεγάλη σημασία στο να βρεθεί το σωστό αποτέλεσμα, καθώς αντιπροσωπεύει την σειρά με την οποία περάσαμε από τις πόλεις.)

Στάδιο n-5:

$$g(1,\{4,6,3,5,7\}) = L(1,4) + g(4,\{6,3,5,7\}) = 3 + 13 = 16 \quad \checkmark$$

$$g(1,\{2,5,3,6,7\}) = L(1,2) + g(2,\{5,3,6,7\}) = 3 + 17 = 20 \quad \checkmark$$

Δεν υπάρχουν άλλες πιθανές διαδρομές από το 1 στο 7 οπότε έχουμε τελειώσει, οι πιθανές διαδρομές ακολουθούν παρακάτω:

1->2->5->7

1->3->5->7

1->3->6->7

1->4->6->7

1->4->6->3->5->7

1->2->5->3->6->7

Συγκρίνουμε τα g των αντίστοιχων μονοπάτιων και βρίσκουμε το g με την μικρότερη τιμή.

Το βέλτιστο μονοπάτι από το 1 στο 7 είναι το 1->3->6->7.

Το αρχείο φτιάχτηκε τον Δεκέμβριο του 2012.

Για τυχόν λάθη ή απορίες στείλτε mail στο:

arnaoutis@ceid.upatras.gr