

Επιστημονικός Υπολογισμός I

1η Εργαστηριακή Άσκηση

Ημερομηνία επιστροφής για πλήρη βαθμό: **02 Νοεμβρίου 2014** Ώρα: **11:59**
Δεν θα δοθεί καμία παράταση!!

Προσοχή: Μπορείτε να συζητήσετε την άσκηση με συναδέλφους σας αλλιά αν διαπιστωθεί αντιγραφή, θα **μηδενιστεί** ο βαθμός σας. Δείτε και τις οδηγίες που αναφέρονται στους κανόνες βαθμολογίας!

Ερώτημα 1 - Εισαγωγικά

Στο ερώτημα αυτό ζητούμενη είναι η περιγραφή των παρακάτω χαρακτηριστικών του υπολογιστικού συστήματος το οποίο χρησιμοποιήσατε για την υλοποίηση της εργαστηριακής άσκησης.

- (i) Τύπος και συχνότητα λειτουργίας επεξεργαστή, μέγεθος και αριθμός επιπέδων κρυφής μνήμης. Αν υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία, μπορείτε να καταγράψετε και το είδος της πολιτικής εγγραφής στην κρυφή μνήμη (write back ή write through) καθώς και τις ταχύτητες πρόσβασης στα διάφορα επίπεδα μνήμης¹.
- (ii) Έκδοση του MATLAB που χρησιμοποιήσατε.
- (iii) Τη διακριτότητα του χρονομετρητή τον οποίο θα χρησιμοποιήσετε μέσω των εντολών `tic`, `toc`, όπως αυτό υποδείχθηκε στις διαλέξεις.
- (iv) Το αποτέλεσμα της εντολής `bench` για τη διάσπαση μητρώων LU.

Προσοχή: Από εδώ και στο εξής (για τις επόμενες ασκήσεις) θα είναι απαραίτητο να παρουσιάζετε τα παραπάνω στοιχεία σε κάθε αναφορά σας.

Ερώτημα 2 - Χρονομέτρηση Συναρτήσεων

Ζητούμενο του ερωτήματος είναι η αξιολόγηση της επίδοσης συναρτήσεων οι οποίες υλοποιούνται εσωτερικά στο MATLAB.

- (i) Σε μία παράγραφο εξηγήστε ποιες βασικές πράξεις γραμμικής άλγεβρας υλοποιούν οι συναρτήσεις του MATLAB: `lu`, `qr`, `svd`, `det`, `rank`.
- (ii) Για τυχαία μητρώα $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ και $b \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ όπου $n = 2.^{[7 : 10]}$ να μετρήσετε το χρόνο εκτέλεσης για την συνάρτηση `lu(A)` και για την πράξη $A*b$
 - (α) Με την χρήση των συναρτήσεων `tic`, `toc` και εκτελώντας κάθε πράξη μόνο μία φορά.
 - (β) Με την χρήση των συναρτήσεων `tic`, `toc` όπως αυτό υποδείχθηκε στις διαλέξεις, με αξιόπιστο τρόπο εξηγώντας καθαρά την επιλογή σας.
 - (γ) Με την χρήση της συνάρτησης `timeit`.²

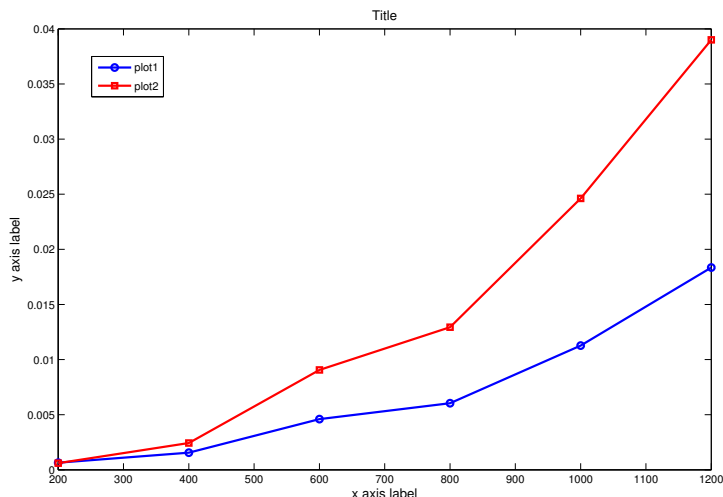
(Υπόδειξη: για τα τυχαία μητρώα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε οποιαδήποτε συνάρτηση παραγωγής τυχαίων αριθμών από τις `rand` και `randn`).

- (iii) Για καθέναν από τους παραπάνω τρόπους να οπτικοποιήσετε τα αποτελέσματά σας για τις διάφορες πράξεις σε κοινή γραφική παράσταση (δηλαδή θα πρέπει να παράγετε 3 γραφικές παραστάσεις $n \times t$ (σε sec) με δύο καμπύλες η κάθε μία). Τέλος να σχολιάσετε τα αποτελέσματά σας.

¹ Για χρήστες Windows μπορείτε να κατεβάσετε ειδικά προγράμματα όπως το `cpuz` από τη διεύθυνση <http://www.cpuid.com/> το οποίο θα σας δώσει τις πληροφορίες που είναι ζητούμενες. Για χρήστες Linux μπορείτε να βρείτε τις ζητούμενες πληροφορίες μέσω των εντολών `cat /proc/meminfo` και `cat /proc/cpuinfo`.

² Για χρήστες MATLAB έκδοσης μικρότερης της R2013b η συνάρτηση μπορεί να βρεθεί στο σύνδεσμο <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/18798-timeit-benchmarking-function>

Τρόπος παρουσίασης γραφικών παραστάσεων: Κάθε σετ χρονομετρήσεων συνδέεται με διαφορετικό είδος γραμμής (χρώμα και στυλ). Πέραν της καμπύλης θα πρέπει να σημειώνετε με διακριτικό σημάδι (διαφορετικό για κάθε καμπύλη) κάθε μέτρηση. Επιπλέον θα πρέπει να δώσετε τίτλο στη γραφική παράσταση, στους άξονες καθώς και σε κάθε καμπύλη που παρουσιάζεται, όπως μπορεί να φανεί στην εικόνα που ακολουθεί.



Σχήμα 1: Τρόπος παρουσίασης γραφικών παραστάσεων

Ερώτημα 3 - Αξιολόγηση Ενδογενών Συναρτήσεων

Θέλουμε να χρονομετρήσουμε την πράξη επίλυσης συστήματος εξισώσεων $Ax = b$ όπου $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $b \in \mathbb{R}^{n \times 1}$. Η επίλυση στη Matlab μπορεί να γίνει με τον τελεστή `\` ή τη συνάρτηση `mldivide`.

- (α) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `timeit` να χρονομετρήσετε την συνάρτηση `mldivide` για τους παρακάτω τύπους μητρώων και μεγέθους $n = 2.^{[7 : 10]}$
 - i. Για τυχαία μητρώα A
 - ii. Για μητρώα που είναι κάτω τριγωνικά.
 - iii. Για ψυχολογικά κάτω τριγωνικά μητρώα. Δηλαδή έχει γίνει τυχαία αντιμετάθεση των στηλών ενός κάτω τριγωνικού μητρώου πχ. με την συνάρτηση `randperm`.
- (β) Παρουσιάστε τα αποτελέσματα σε μία κοινή γραφική παράσταση.
- (γ) Μπορείτε να εξηγήσετε διαφορές στους χρόνους για τους διαφορετικούς τύπους μητρώων;
- (δ) Οι ειδικές μορφές μητρώων επηρεάζουν τους χρόνους βασικών αλγεβρικών πράξεων; Δοκιμάστε να συγκρίνετε τους χρόνους εκτέλεσης για τις πράξεις $I \cdot A$, $A \cdot A$ όπου $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ είναι το ταυτοτικό μητρώο και $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ τυχαίο μητρώο.

Ερώτημα 4 - Σύγκριση Υλοποιήσεων

Στο ερώτημα αυτό, σας ζητάτε να σχεδιάσετε και να αξιολογήσετε τόσο από πλευράς χρόνου όσο και από πλευράς πράξεων διαφορετικούς τρόπους υλοποίησης του ίδιου υπολογιστικού προβλήματος. Στο συγκριμένο ερώτημα καλείστε να λύσετε με δύο τρόπους ένα απλό πρόβλημα από την περιοχή της γραμμικής άλγεβρας και να αξιολογήσετε την απόδοσή τους με κριτήριο τον χρόνο εκτέλεσης αυτών.

1. Υπολογίστε θεωρητικά το απαιτούμενο πλήθος πράξεων κινητής υποδιαστολής συναρτήσει των n και p για τον υπολογισμό του γινομένου

$$\prod_{k=1}^p (I - uv^T)$$

όπου $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ είναι το ταυτοτικό μητρώο, $u \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ και $v \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ τυχαία διανύσματα. Θεωρούμε ότι οι υπολογισμοί γίνονται από αριστερά προς τα δεξιά και τηρείται η προτεραιότητα των πράξεων.

2. Αν θέλουμε υπολογίσουμε μόνο μία στήλη του αποτελέσματος ο αριθμός των απαιτούμενων πράξεων μπορεί να μειωθεί. Για να επιλέξουμε τη k στήλη ενός μητρώου πολλαπλασιάζουμε από δεξιά με το διάνυσμα e_k , (Όπου e_k είναι k -οστή στήλη του ταυτοτικού μητρώου.) Εκμεταλλευόμενοι το γεγονός αυτό μπορείτε να υπολογίσετε τον αριθμό των πράξεων με σειρά από δεξιά προς ταριστερά.
 3. Υλοποιήστε συνάρτηση με όνομα `my_func` η οποία υλοποιεί τον παραπάνω υπολογισμό. Η συνάρτηση θα δέχεται ως ορίσματα με την σειρά τις παραμέτρους p , τα διανύσματα εισόδου u, v και την τιμή `col` που υποδηλώνει τον αριθμό της στήλης που θέλουμε να υπολογίσουμε. Αν παραλείψουμε την παράμετρο `col` τότε η συνάρτηση θα πρέπει να επιστρέφει το πλήρες αποτέλεσμα και όχι μόνο συγκεκριμένη στήλη.
- (Υπόδειξη: Η συνάρτηση `my_func` στη περίπτωση που δέχεται το όρισμα `col` θα πρέπει να το εκμεταλλεύεται και να επιταχύνει τους υπολογισμούς όπως περιγράφηκε στο ερώτημα 4.2
4. Για $n = 2.^[8 : 11]$ και τυχαία διανύσματα u και v χρονομετρήστε δύο περιπτώσεις μία χρησιμοποιώντας το όρισμα `col` και μία χωρίς αυτό.

(α') Σχεδιάστε σε κοινό γράφημα τις μετρήσεις.

(β') Σχεδιάστε σε κοινό γράφημα τα $Mflop/s$.

Τρόπος Παράδοσης Εργασίας

Παραδοτέα: Αναφορά (σε μορφή pdf) και κώδικας της άσκησης συμπιεσμένα σε αρχείο zip με ονομασία **AM_prb1_2014** π.χ. **3948_prb1_2014**.

Παράδοση & Αποστολή: Το συμπιεσμένο αρχείο παραδίδεται μέσω της πλατφόρμας e-class ενώ υποχρεούστε να παραδώσετε και εκτυπωμένη αναφορά.

Ιδιαίτερη έμφαση θα δοθεί στον τρόπο παρουσίασης της εργασίας και των αποτελεσμάτων. Για τη συγγραφή της αναφοράς μπορείτε εκτός των γνωστών εργαλείων να πειραματιστείτε και με άλλα όπως το L^AT_EX ή το εργαλείο του MATLAB publish.