

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι
ΜΗΧΑΝΙΚΗ-ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ-ΚΥΜΑΤΙΚΗ

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

Γενικό Τμήμα Πολυτεχνικής Σχολής

Πανεπιστήμιο Πατρών

2011

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΜΕΡΟΣ Α. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	
1. ΣΦΑΛΜΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ	1
2. ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ	3
3. ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ	3
ΜΕΡΟΣ Β. ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ	
1. ΧΡΗΣΗ ΔΙΑΣΤΗΜΟΜΕΤΡΟΥ	8
2. ΜΕΤΡΟ ΣΤΡΕΨΕΩΣ ΥΛΙΚΟΥ	12
3. ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ	15
4. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΟΥ ΞΕΩΔΟΥΣ ΥΓΡΟΥ	18
5. ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΚΛΗΡΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΚΑΙ ΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΟΣ	21
6. ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΚΥΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ	23
7. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΛΑΝΘΑΝΟΥΣΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΕΞΑΕΡΩΣΗΣ ΤΟΥ ΝΕΡΟΥ	26
8. ΑΠΛΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ	29
9. ΜΕΛΕΤΗ ΣΤΑΣΙΜΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΣΕ ΧΟΡΔΗ	31
10. ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΠΤΩΣΗΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ	33

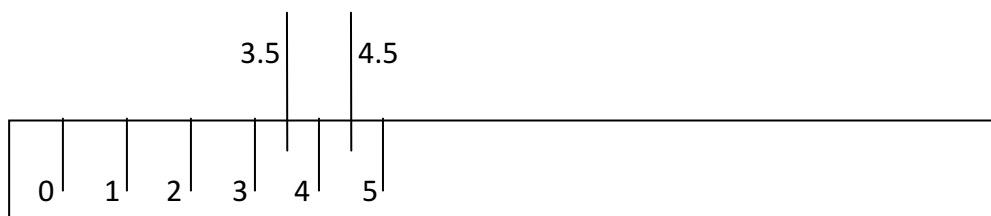
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

ΜΕΡΟΣ Α. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

1. ΣΦΑΛΜΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ:

α) Μια μοναδική μέτρηση. Όταν στο εργαστήριο μετρούμε μια ποσότητα, π.χ. ένα μήκος 2.4 cm (σημείωση: Στις παρούσες σημειώσεις χρησιμοποιείται η τελεία ως υποδιαστολή, π.χ. 3.14), πρέπει ταυτόχρονα να προσδιορίζουμε και το λεγόμενο "σφάλμα" της, π.χ. ± 0.2 cm, το οποίο μας δείχνει ενδεικτικά την διακύμανση γύρω από την μετρήσιμη τιμή. Πως προκύπτει όμως αυτή η διακύμανση; Γιατί η μετρήσιμη τιμή να μην είναι ακριβώς 2.4 cm; Μερικά παραδείγματα θα διαφωτίσουν την ιδέα του σφάλματος:

Παράδειγμα 1. Χρησιμοποιούμε ένα απλό χάρακα για να μετρήσουμε κάποιο μήκος. Ως γνωστόν η ελάχιστη υποδιαίρεση του χάρακα είναι το 1 mm. Παρακάτω απεικονίζονται τα 5 πρώτα mm του χάρακα σε μεγέθυνση (στο χάρακα αριθμούνται μόνο τα cm αλλά εδώ αριθμούμε τα mm για ευκολία). Εάν το μετρήσιμο μήκος είναι ακριβώς 4 mm γράφουμε 4 mm. Εάν όμως το μήκος είναι 4.1 mm και επειδή ο χάρακας δεν μας δίνει καλύτερη ακρίβεια από 1 mm, το γράφουμε και πάλι 4 mm. Ομοίως για το 4.2, το 4.3, το 4.4 και οριακά μέχρι και το 4.5. Από 4.6 και πάνω το μάτι μας το βλέπει το μήκος ως 5 cm. Με την ίδια λογική, ότι είναι από 3.5 έως και 4.0 το γράφουμε και πάλι 4 mm. Έτσι εάν μια μέτρηση είναι 4 mm πρέπει να γράψουμε 4 ± 0.5 mm που σημαίνει ότι το μήκος που μετρήσαμε μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή μέσα στο εύρος από 3.5 έως και 4.5 cm. Το σφάλμα μας είναι δηλαδή ± 0.5 το οποίο είναι στην ουσία το μισό της ακρίβειας του οργάνου. Αυτό δεν είναι πάντοτε ο κανόνας όπως φαίνεται και στο επόμενο παράδειγμα.



Παράδειγμα 2. Σε πολλές τσιμεντένιες όχθες ποταμών υπάρχουν διαβαθμίσεις για την μέτρηση του βάθους του νερού. Έστω ότι η κλίμακα αυτή έχει ακρίβεια 0.2 m. Το νερό όμως έχει πάντα κυματισμό και έτσι όταν γράφουμε μια τιμή π.χ. 5.2 m πρέπει να συμπεριλάβουμε στο σφάλμα και το εύρος της κυμάτωσης. Έτσι π.χ. θα μπορούσαμε να γράψουμε 5.2 ± 0.4 m για μια ημέρα όπου το κύμα φτάνει σε ύψος τα 0.4 m. Έτσι εδώ το σφάλμα είναι μεγαλύτερο από το μισό της ακρίβειας της κλίμακας.

Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω παραδείγματα, το σφάλμα είναι μια εκτίμηση του χρήστη. Μπορεί κάλλιστα να μειωθεί εάν επαναληφθεί η ίδια μέτρηση πολλές φορές. Σε αυτή την περίπτωση, το σφάλμα υπολογίζεται από τις μετρήσεις, χρησιμοποιώντας τον τύπο της λεγόμενης "τυπικής απόκλισης" από την στατιστική. Το σφάλμα επίσης υπολογίζεται από την θεωρία διάδοσης σφαλμάτων για ποσότητες που δεν μετρώνται άμεσα αλλά υπολογίζονται από κάποια σχέση. Αυτές οι δυο περιπτώσεις εξετάζονται παρακάτω.

β) Πλήθος N μετρήσεων. Εάν γίνουν N μετρήσεις μιας μη μεταβαλλόμενης ποσότητας τότε το αντίστοιχο σφάλμα είναι πολύ μικρότερο από το μισό της ακρίβειας του οργάνου (αυτός είναι και ο λόγος που παίρνουμε πολλές μετρήσεις) και το σφάλμα δίνεται από την λεγόμενη "τυπική απόκλιση της μέσης τιμής" σ στη Στατιστική

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$	(1)
---	-----

όπου το $i = 1, 2, 3 \dots N$ αριθμεί τις διαφορετικές μετρήσεις και \bar{x} είναι ο μέσος όρος των μετρήσεων.

Παράδειγμα 3. Ένας φοιτητής μέτρησε τρεις φορές (σε άσχετες μεταξύ τους στιγμές) την περίοδο περιστροφής ενός περιστρεφόμενου δίσκου παλαιού πικ-άπ με ένα χρονόμετρο χειρός και βρήκε τις εξής τιμές: 1.32 , 1.33 και 1.35 sec. Παρόλο που το χρονόμετρο του φοιτητή έχει ακρίβεια 0.01 sec το σφάλμα της κάθε μέτρησης ισούται με 0.1 sec που είναι ο χρόνος αντίδρασης του. Ο μέσος όρος των μετρήσεών του είναι $\bar{x} = (1.32 + 1.33 + 1.35)/3 = 1.33$ sec. Εδώ υπάρχουν $N = 3$ μετρήσεις και $i = 1, 2, 3$. Από την Εξ. (1) έχουμε για την τυπική απόκλιση

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{3 \times (3 - 1)}} \sqrt{(1.32 - 1.33)^2 + (1.33 - 1.33)^2 + (1.35 - 1.33)^2} = 0.0088$$

Το σφάλμα το γράφουμε πάντα με ένα ψηφίο (δες παρακάτω για σημαντικά ψηφία) και στρογγυλοποίηση και έτσι το σφάλμα σε αυτό το παράδειγμα ισούται με 0.009 sec

γ) Σφάλμα υπολογιζόμενης ποσότητας – Θεωρία Διάδοσης Σφαλμάτων. Στο εργαστήριο συναντούμε δυο ειδών ποσότητες, αυτές που μετρούμε απευθείας με κάποιο όργανο π.χ. το μήκος x με μετροταινία, τον χρόνο t με χρονόμετρο κτλ., και αυτές τις οποίες υπολογίζουμε όπως π.χ. η ταχύτητα $v = x/t$. Το ερώτημα είναι ποιο είναι το σφάλμα της ταχύτητας εάν γνωρίζουμε το σφάλμα του μήκους και του χρόνου ξεχωριστά; Την απάντηση σε αυτό μας την δίνει η λεγόμενη "Θεωρία Διάδοση Σφαλμάτων" σύμφωνα με την οποία το σφάλμα "διαδίδεται" από το μήκος και τον χρόνο στην ταχύτητα. Γενικά η θεωρία αυτή μας λέει πως εάν μια υπολογιζόμενη ποσότητα A είναι συνάρτηση N μετρήσιμων ποσοτήτων $x_1, x_2 \dots x_N$, δηλαδή $A = f(x_1, x_2 \dots x_N)$, και με αντίστοιχα σφάλματα $\delta x_1, \delta x_2 \dots \delta x_N$, Τότε το σφάλμα δA της A δίνεται από την έκφραση:

$\delta A = \sqrt{(f_{x1} \delta x_1)^2 + (f_{x2} \delta x_2)^2 + \dots + (f_{xN} \delta x_N)^2}$	(2)
---	-----

όπου f_{x_n} είναι η μερική παράγωγος της f ως προς την μεταβλητή x_n .

Παράδειγμα 4. Ένας φοιτητής θέλει να μετρήσει την ταχύτητα ενός οχήματος που εκτελεί ομαλή κίνηση. Μετράει ένα διάστημα $x = 4.2 \pm 0.2$ cm το οποίο το κινητό χρειάζεται χρόνο $t = 2.0 \pm 0.1$ sec για να το καλύψει. Η ταχύτητα v ισούται με $4.2/2.0 = 2.1$ cm/s. Για το σφάλμα της κάνουμε χρήση της Εξ. (2) σκεφτόμενοι ως εξής: Η ταχύτητα εξαρτάται από δυο μεταβλητές, το x και το t , έχουμε δηλαδή $v = f(x, t) = x/t$ και επομένως στην (2) χρειαζόμαστε τις μερικές παραγώγους $f_x = 1/t$ και $f_t = -x/t^2$. Χρησιμοποιώντας τα νούμερα της εκφώνησης έχουμε $f_x = 1/2.0 = 0.5$ sec⁻¹ και $f_t = -x/t^2 = -4.2/4 = -1.05$ cm/sec² και τα αντίστοιχα σφάλματα είναι $\delta_x = 0.2$ cm και $\delta_t = 0.1$ sec. Έτσι η Εξ. (2) δίνει για το σφάλμα της ταχύτητας

$$\delta v = \sqrt{(0.5 \times 0.2)^2 + (-1.05 \times 0.1)^2} = 0.145 \text{ cm/s}$$

Όπως όμως προαναφέρθηκε, το σφάλμα το γράφουμε πάντοτε με ένα ψηφίο και έτσι η ταχύτητα μαζί με το σφάλμα της πρέπει να γραφτεί ως 2.1 ± 0.1 cm/s

2. ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ: Όλα τα ψηφία ενός αριθμού που προκύπτουν από μια μέτρηση λέγονται σημαντικά ψηφία. Έτσι π.χ. ο 6.57 έχει τρία σημαντικά ψηφία (προσοχή μην τα μπερδεύετε με τα δεκαδικά ψηφία που εδώ είναι δυο). Τα μηδενικά δεν προσμετρώνται ως σημαντικά όταν απλά χρησιμοποιούνται για την συμπλήρωση του αριθμού ώστε να έχει την επιθυμητή τάξη μεγέθους. Έτσι πχ. στον αριθμό 0.00836 καταλαβαίνουμε ότι έχουμε τρία σημαντικά ψηφία, το 8, το 3 και το 6.

Οι τιμές στο εργαστήριο ξεκινούν από τις μετρήσεις. Εκεί γράφουμε όλα τα ψηφία που μας δίνει η μέτρηση. Πολλές φορές χρειάζεται να κάνουμε πράξεις μεταξύ των αριθμών. Πχ. $1.3 \times 0.1234 = 0.16042$. Πόσα ψηφία πρέπει να κρατήσουμε; Απάντηση. Όσα ψηφία έχει ο αριθμός με τα λιγότερα ψηφία, εδώ δυο. Έτσι γράφουμε 0.16 και όχι 0.16042. Ομοίως το 12000 έχει δυο ψηφία. Εάν το πολλαπλασιάσουμε με 2.14 παίρνουμε 25680 αλλά πρέπει να γράψουμε 26000 (με στρογγυλοποίηση).

3. ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ: Εάν έχουμε ένα σύνολο τιμών x-y και μας ζητηθεί να τις τοποθετήσουμε επάνω σε γραφική παράσταση, ακολουθούμε τους εξής κανόνες:

- Βρίσκουμε τα μέγιστα και ελάχιστα των τιμών και τα φέρνουμε σε κοντινές στρογγυλοποιημένες τιμές. Πχ εάν οι τιμές του x είναι από 8.17 μέχρι και 24.3 θα επιλέξουμε ένα εύρος από 8 έως και 26.
- Οι υποδιαιρέσεις στους άξονες δεν χρειάζεται απαραίτητα να ξεκινάνε από το 0.
- Χωρίζουμε το εύρος σε εύκολες υποδιαιρέσεις με βάση το 1, 2 ή το 5. Πχ. στο παραπάνω εύρος 8-24 θα πάρουμε υποδιαιρέσεις ανά 2 (ίσως και ανά 4 εάν δεν μας βγαίνει ανά 2 αλλά ποτέ ανά 3).
- Στους άξονες γράφουμε μόνο τις υποδιαιρέσεις και όχι τις τιμές (οι τιμές φαίνονται στους πίνακες μετρήσεων). Έτσι στον x άξονα του παραπάνω παραδείγματος θα γράψουμε τις υποδιαιρέσεις 2, 4, 6, ..., 24, 26, την ποσότητα (π.χ. χρόνος), τις μονάδες (π.χ. sec) και τίποτε άλλο.
- Εκμεταλλευόμαστε στο μέγιστο το χαρτί μιλιμετρέ απλώνοντας όσο μπορούμε το εύρος των υποδιαιρέσεων.
- Απεικονίζουμε το κάθε σημείο επάνω στο μιλιμετρέ χαρτί με μια απλή κουκίδα. Πολλές φορές μπορεί να χρειαστεί να θυσιάσουμε μέρος της ακρίβειας του αριθμού στην προσπάθεια να φέρουμε την κουκίδα με το μάτι όσο πλησιέστερα γίνεται στην θέση της.

ζ) Δεν ενώνουμε ποτέ τα σημεία μεταξύ τους. Φέρουμε σε όλα τα δεδομένα (και όχι ανά ζεύγη) ή μια ευθεία γραμμή ή μια καμπύλη προσπαθώντας να είμαστε όσο πιο κοντά γίνεται στην πλειονότητα των σημείων.

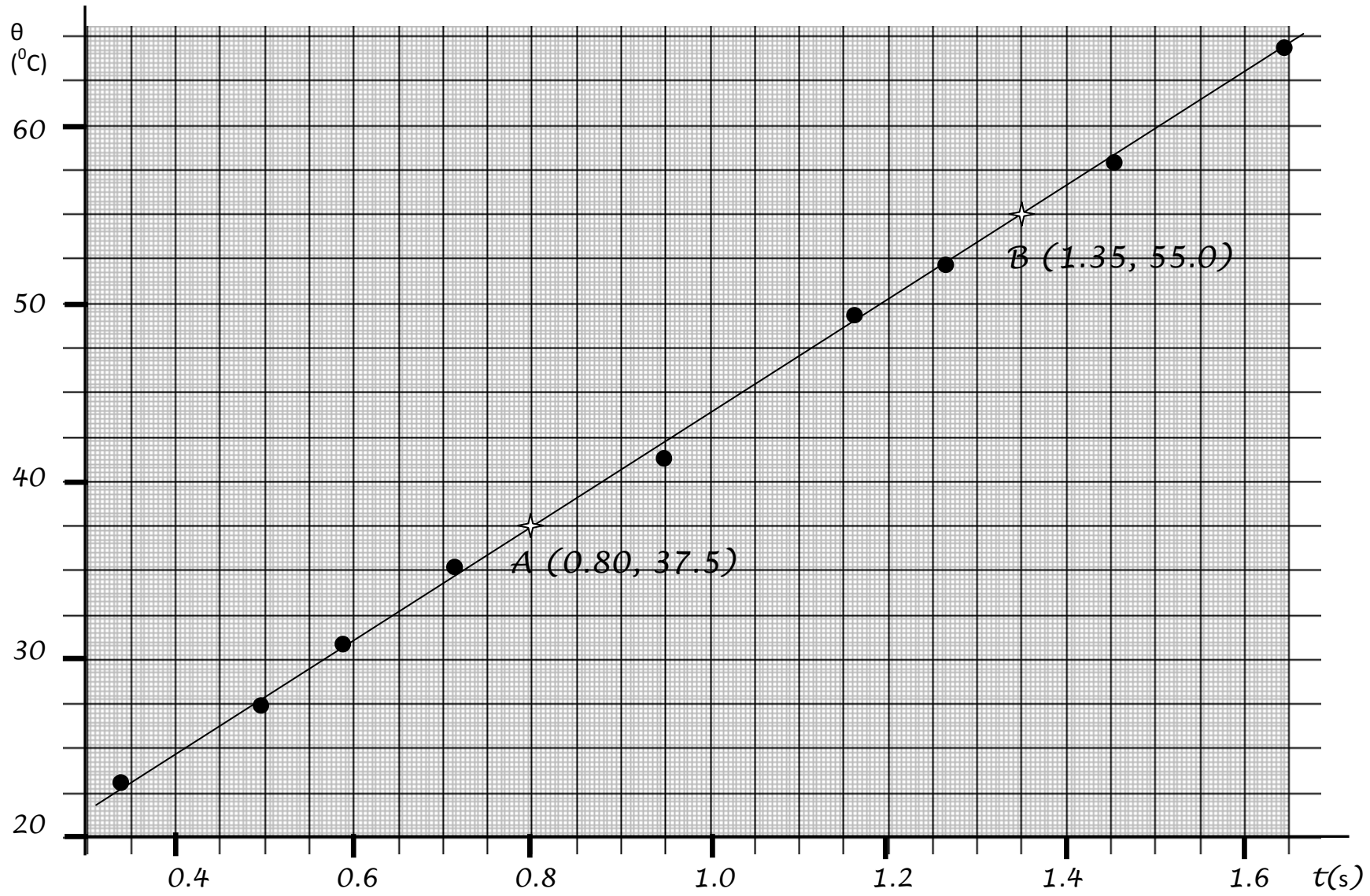
η) Εάν έχουμε την περίπτωση ευθείας, υπολογίζουμε την κλίση της από την $\lambda = \Delta y / \Delta x$ όπου Δy η κατακόρυφη και Δx η οριζόντια απομάκρυνση δυο σημείων επάνω στην ευθεία και όχι δυο πειραματικών σημείων. Αντίθετα με τα Μαθηματικά, στη Φυσική η κλίση έχει μονάδες αφού είναι ένα πηλίκο δυο μεγεθών που έχουν μονάδες.
Παράδειγμα 5: Να γίνει η γραφική παράσταση των παρακάτω μετρήσεων

t(sec)	$\theta(^{\circ}\text{C})$
0,32	23,2
0,45	27,4
0,58	31,2
0,72	35,4
0,95	42,8
1,18	49,4
1,26	52,1
1,45	58,2
1,65	64,2

Στην επόμενη σελίδα φαίνεται μια καλή γραφική παράσταση. Τα σημεία καταλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος της σελίδας και έτσι η γραφική παράσταση είναι αρκετά ευκρινής. Για να το πετύχουμε αυτό, ξεκινάμε από το 20 στον κατακόρυφο άξονα και από το 0.3 στον οριζόντιο. Όπως είναι προφανές, τα δεδομένα τείνουν σε μια ευθεία, συν-πλην κάποιο μικρή διακύμανση που είναι πάντοτε παρούσα σε κάθε μέτρηση. Έτσι σε αυτή την περίπτωση φέρουμε την καλύτερη δυνατή ευθεία όπως στο σχήμα, έτσι ώστε ο ίδιος αριθμός σημείων να είναι από πάνω από την ευθεία με τον αριθμό των σημείων που είναι από κάτω της (κατά το δυνατόν). Για να υπολογίσουμε την κλίση λ , επιλέγουμε δυο σημεία επάνω στην ευθεία όπως τα A(0.80, 37.5) και B(1.35, 55.0) και όχι δυο πειραματικά σημεία. Έτσι έχουμε $\Delta x = 1.35 - 0.80 = 0.55 \text{ sec}$ ενώ $\Delta y = 55.0 - 37.5 = 17.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Προσέξτε ότι η ακρίβεια των Δy και Δx είναι η ίδια με την ακρίβεια των δεδομένων στον παραπάνω πίνακα. Επίσης αυτοί οι αριθμοί έχουν μονάδες. Η κλίση ισούται με

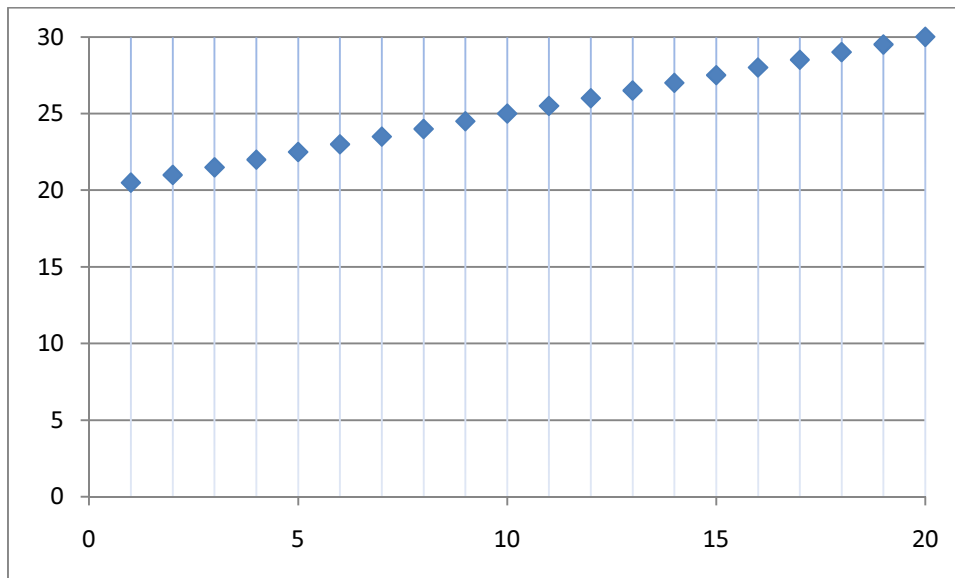
$$\lambda = \Delta y / \Delta x = 17.5 \text{ }^{\circ}\text{C} / 0.55 \text{ sec} = \mathbf{31.8 \text{ }^{\circ}\text{C sec}^{-1}}$$

(η διαίρεση δίνει 31.818181... αλλά όπως προαναφέρθηκε κρατάμε τρία ψηφία επειδή όλα τα δεδομένα μας έχουν τρία σημαντικά ψηφία και άρα και οι μεταξύ τους πράξεις πρέπει να είναι με τρία ψηφία)

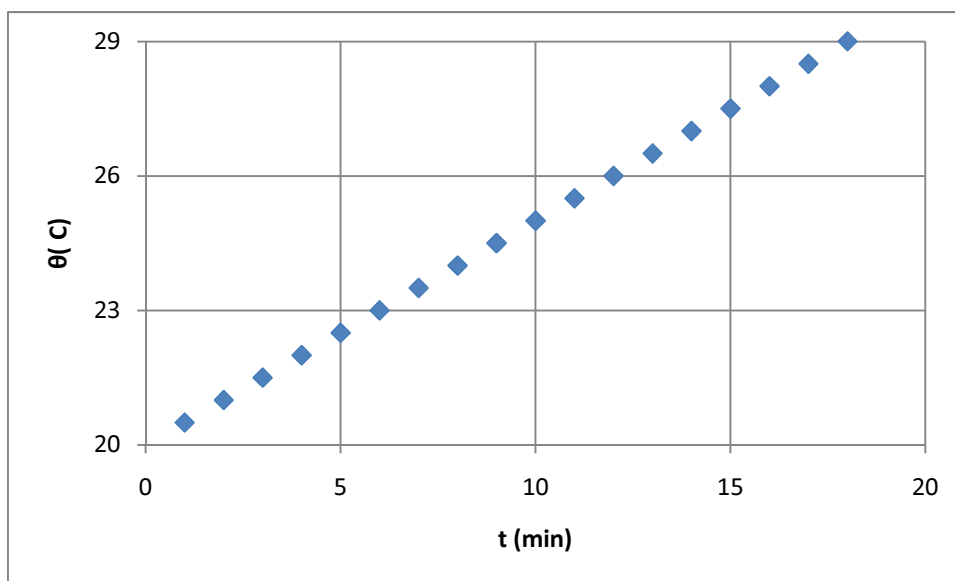


Ακολουθούν παραδείγματα κακών γραφικών παραστάσεων με τα ίδια δεδομένα:

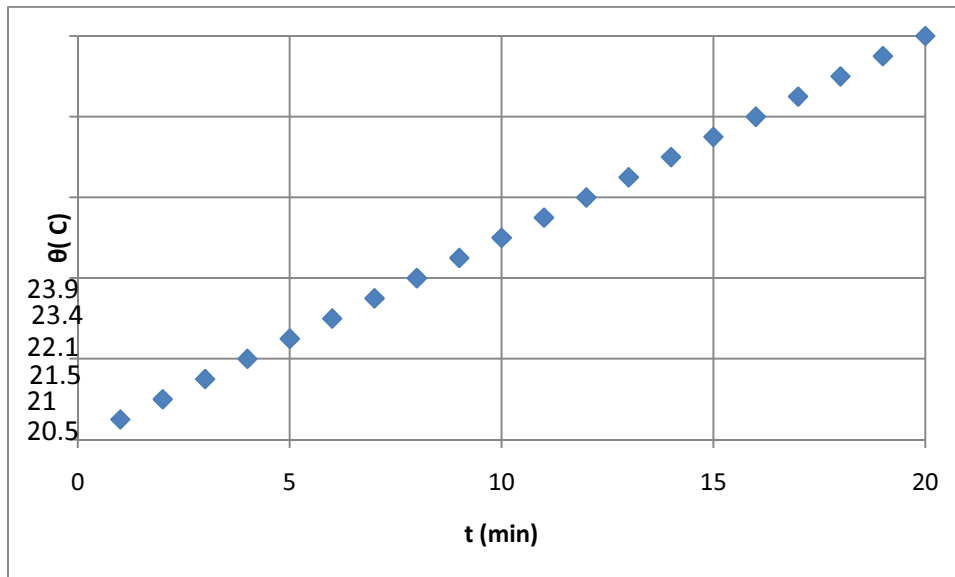
Παράδειγμα 6: Στην παρακάτω γραφική παράσταση υπάρχουν τα εξής λάθη: α) Δεν υπάρχουν μονάδες στους άξονες και β) Τα δεδομένα είναι συμπιεσμένα στο επάνω μέρος γιατί ο χρήστης συμπεριέλαβε και το 0 στον κατακόρυφο άξονα ενώ θα μπορούσε να έχει ξεκινήσει από το 20.



Παράδειγμα 7: Στην παρακάτω γραφική παράσταση απεικονίζονται τα ίδια δεδομένα αλλά ο χρήστης επέλεξε στον κατακόρυφο άξονα ως υποδιαιρέσεις πολλαπλάσια του τρία που είναι γενικώς δύσχρηστα.



Παράδειγμα 8: Στην παρακάτω γραφική παράσταση απεικονίζονται τα ίδια δεδομένα αλλά ο χρήστης γράφει επάνω στον κατακόρυφο άξονα τις τιμές των δεδομένων αντί για ισαπέχουσες υποδιαιρέσεις και έτσι κάνει δύσχρηστη την ανάγνωση των αριθμών.

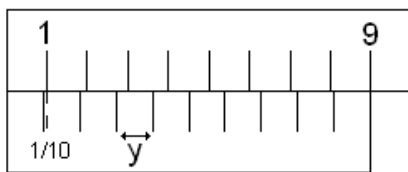


ΜΕΡΟΣ Β. ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

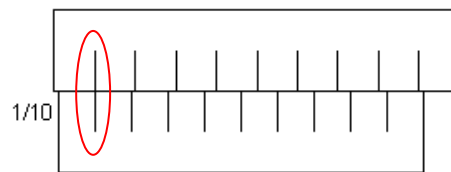
ΑΣΚΗΣΗ 1. ΧΡΗΣΗ ΔΙΑΣΤΗΜΟΜΕΤΡΟΥ

α) Σκοπός: Να μετρηθούν οι διαστάσεις και η μάζα διαφόρων σωμάτων μικρού μεγέθους και να προσδιορισθεί από αυτές η πυκνότητα των σωμάτων.

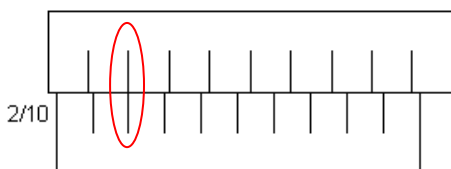
β) Θεωρία: Το διαστημόμετρο (επίσης γνωστό και ως παχύμετρο) είναι ένα όργανο μέτρησης μήκους με πολύ μεγάλη ακρίβεια, έως και 0.02 mm, ανάλογα με την κατασκευή του. Το διαστημόμετρο βασίζεται σε μια απλή ιδέα που εισήγαγε πρώτος ο Vernier. Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα α, το διαστημόμετρο αποτελείται από δυο κλίμακες, την πάνω κλίμακα, γνωστή και ως "κυρίως κλίμακα" που είναι σταθερή και είναι συνήθως σε χιλιοστά όπως η μετροταινία ή ο κοινός χάρακας, και την κάτω κλίμακα, γνωστή και ως "Βερνιέρος" που εφάπτεται στην κυρίως και είναι κινητή. Ο Βερνιέρος στην πιο απλή του μορφή έχει 10 υποδιαιρέσεις (επίσης υπάρχουν και κλίμακες με 20 και 50 υποδιαιρέσεις για μεγαλύτερη ακρίβεια) οι οποίες καλύπτουν συνολικό μήκος 9 mm και έτσι η καθεμία ισούται με $v = 9/10 = 1 - 1/10$ mm. Έτσι εάν ολισθήσουμε τον Βερνιέρο προς τα δεξιά όπως στο σχήμα β ώστε η πρώτη του υποδιείρεση να συμπέσει με την πρώτη υποδιείρεση της κυρίως κλίμακας, τότε ο Βερνιέρος έχει μετακινηθεί κατά $1/10$ mm. Με την ίδια λογική εάν συμπέσει η δεύτερη υποδιείρεση του Βερνιέρου όπως στο σχήμα γ, τότε ο Βερνιέρος έχει μετακινηθεί κατά $2/10$ mm κ.ο.κ. Εάν συμπέσει η τελευταία υποδιείρεση του Βερνιέρου όπως στο σχήμα δ, τότε ο Βερνιέρος έχει μετακινηθεί κατά $10/10 = 1$ mm και τότε τυγχάνει να συμπίπτει και η αρχική του υποδιείρεση στα αριστερά (το μηδέν του).



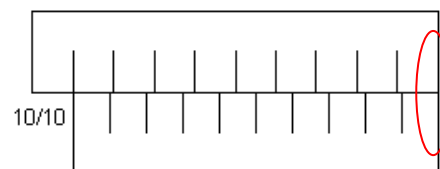
α)



β)



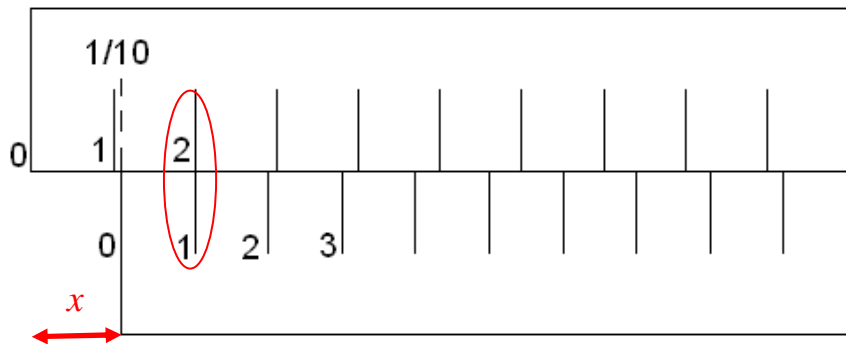
γ)



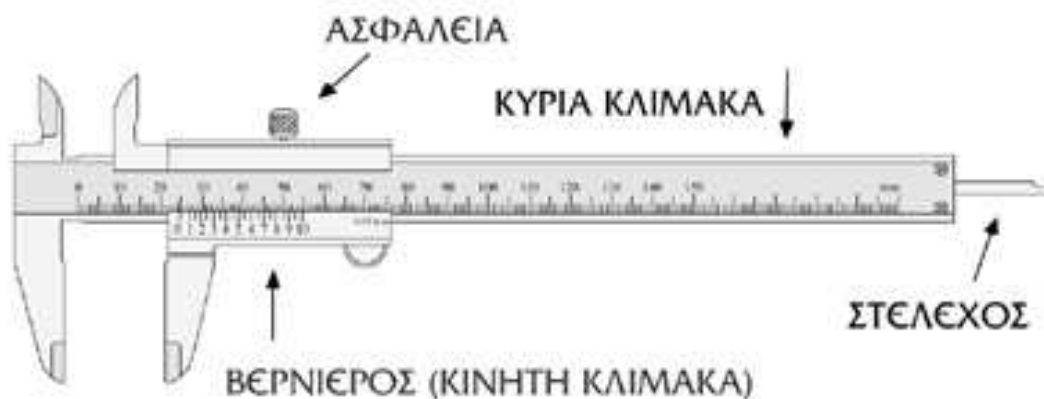
δ)

Εάν συνεχίσουμε να ολισθαίνουμε τον Βερνιέρο όπως στο παρακάτω σχήμα μέχρις ότου να ξανα-συμπέσει η πρώτη του υποδιείρεση (το 1 του Βερνιέρου) με μια από

τις υποδιαιρέσεις της σταθερής κλίμακας, τότε έχουμε μετακινηθεί κατά 1 mm συν 1/10 mm δηλαδή $x = 1.1$ mm. Έτσι μπορούμε να μετρήσουμε μήκη x με ακρίβεια 0.1 mm ακολουθώντας την εξής απλή διαδικασία:



Ανοίγουμε τις σιαγόνες ώστε να καλύψουμε το μήκος το οποίο θέλουμε να μετρήσουμε (συνήθως τοποθετούμε μεταξύ των σιαγόνων κάποιο μικρο-αντικείμενο του οποίου τις διαστάσεις θέλουμε να μετρήσουμε). Βλέπουμε πρώτα το 0 του Βερνιέρου πόσα mm της κύριας κλίμακας έχει ήδη ξεπεράσει, για παράδειγμα στο παραπάνω σχήμα το 0 του Βερνιέρου έχει μόλις ξεπεράσει το 1 mm. Έτσι η μέτρησή μας είναι 1 χιλιοστό συν κάτι, δηλαδή $1.w$ mm. Για να βρούμε το w βλέπουμε ποια γραμμή του Βερνιέρου συμπίπτει με μια από τις πάνω και διαβάζουμε κατευθείαν την τιμή επάνω στο Βερνιέρο. Στο παραπάνω παράδειγμα $w = 1$ και έτσι η μέτρηση είναι $x = 1.1$ mm.



Συνήθη σώματα των οποίων τις διαστάσεις θέλουμε να μετρήσουμε είναι το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο μήκους, πλάτους και ύψους L , w , και h αντίστοιχα, ο κύλινδρος ακτίνας r και ύψους h και η σφαίρα ακτίνας r . Οι αντίστοιχοι όγκους V είναι

Lw , h , $\pi r^2 L$ και $4\pi r^3/3$ αντίστοιχα. Ο ορισμός της πυκνότητας ρ ενός σώματος μάζας m είναι

$$\rho = m / V$$

Τυπικές τιμές πυκνότητας για διάφορα σώματα σε g/cm^3 δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Υλικό	Πυκνότητα (g/cm^3)
Υδρογόνο	0.09
Νερό	1.00
Άζωτο	1.25
Πλαστικό PVC	1.38
Οξυγόνο	1.43
Τεφλόν	2.20
Άνθρακας	2.62
Τιτάνιο	4.51
Χρώμιο	6.92
Σίδηρος	7.86
Ψευδάργυρος	7.13
Κασσίτερος	7.31
Ορείχαλκος	8.53
Χαλκός	8.96
Άργυρος	10.5
Βολφράμιο	19.3
Χρυσός	19.3
Λευκόχρυσος	21.4

γ) Μετρήσεις: Μετρήσετε τη μάζα m και τα χαρακτηριστικά μήκη L_1 , L_2 , και L_3 για τα σώματα που σας υποδεικνύονται από τον επιβλέποντα και τοποθετήστε τις μετρήσεις σας στον παρακάτω Πίνακα Μετρήσεων (σημειώνετε το μέγεθος που αντιστοιχεί το κάθε L ανά περίπτωση, π.χ. διάμετρος, ύψος, πάχος κλπ.).

ΑΑ	Σχήμα	m (g)	L_1 (mm)	L_2 (mm)	L_3 (mm)	V (mm^3)	ρ (g/cm^3)	Πιθανό Υλικό
1	Σφαίρα			-	-			
2	Κύλινδρος				-			
3	Ορθογώνιο							
4	Λεπτό Φύλλο							

δ) Υπολογισμοί. Συμπληρώστε το υπόλοιπο του πίνακα, όπου V είναι ο όγκος του κάθε σώματος και ρ η πυκνότητά του. Στα αποτελέσματα των υπολογισμών σας να κρατάτε τον σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων (ρωτήστε τον επιβλέποντα αν δυσκολεύεστε).

ε) Σφάλματα. Υπολογίσετε το σφάλμα μέτρησης του όγκου V σύμφωνα με την θεωρία διάδοσης σφαλμάτων, μόνο για τα αντικείμενα σφαίρα και κύλινδρο.

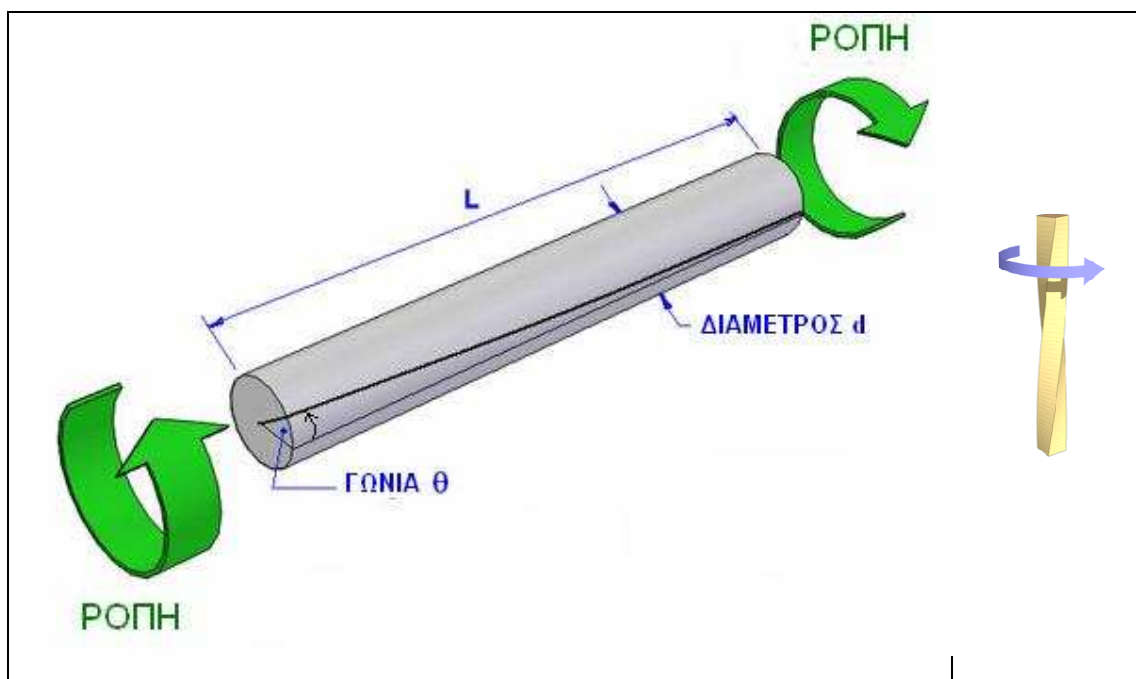
ΑΣΚΗΣΗ 2. ΜΕΤΡΟ ΣΤΡΕΨΕΩΣ ΥΛΙΚΟΥ

α) Σκοπός: Να προσδιορισθεί το μέτρο στρέψης σύρματος με κυκλική διατομή αλλά και να κατανοηθεί η έννοια της ροπής αδράνειας.

β) Θεωρία: Η στρέψη είναι η παραμόρφωση εκείνη ενός κυλινδρικού σώματος κατά την οποία δυο ίσες και αντίθετες ροπές εφαρμόζονται στις απέναντι βάσεις του. Στην πράξη επιτυγχάνεται κρατώντας προσδεμένη την μια βάση και εφαρμόζοντας μια μόνο ροπή στην ελεύθερη βάση. Λόγω δράσης-αντίδρασης, στην προσδεμένη βάση εφαρμόζεται μια ίση και αντίθετη ροπή και το ζεύγος ροπών προκαλεί την περιστροφή της ελεύθερης βάσης κατά θ . Για μικρές γωνίες και ροπές, η ράβδος θα επανέλθει στο αρχικό της σχήμα όταν αφαιρεθεί η αρχική ροπή, σε αναλογία με ένα παραμορφωμένο ελατήριο στην γραμμική κίνηση. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια ροπή επαναφοράς τ , σε αναλογία με την δύναμη επαναφοράς στο ελατήριο, που δίνεται από τον αντίστοιχο νόμο του Hook από την

$$\tau = -D \theta$$

όπου D είναι μια σταθερά (η αντίστοιχη σταθερά ελατηρίου).



Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, στη άσκηση αυτή ένα κατακόρυφο σύρμα διαμέτρου d προσδένεται σε ένα σταθερό σημείο στο επάνω του άκρο και σε ένα λεπτό δίσκο στο κάτω του άκρο. Δυο μικροί κύλινδροι μάζας m ο καθένας, τοποθετούνται σε αντιδιαμετρικά σημεία επάνω στο δίσκο και σε απόσταση s από τον άξονα του δίσκου ώστε να μεταβάλλουν την ροπή αδράνειάς του από I_1 σε

$$I_2 = I_1 + 2 ms^2$$

1									
2									
3									
4									
5									
m ₁ (g) =			m ₂ (g) =			Μέση m (g) =			

δ) Υπολογισμοί. Συμπληρώσετε και τις υπόλοιπες στήλες αφού δείξετε αναλυτικά τους υπολογισμούς σας για τη πρώτη ή τη δεύτερη γραμμή. Το t είναι η μέση τιμή των $t_1 - t_4$ και το T είναι ο χρόνος της μιας περιόδου. Χαράξετε σε χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση του T^2 συναρτήσει του s^2 . Υπολογίστε αριθμητικώς την κλίση λ από δυο σημεία της ευθείας (ο κάθε φοιτητής επισυνάπτει την δική του γραφική παράσταση).

Ως γνωστόν η εξίσωση μιας ευθείας σε άξονες $x - y$ είναι της μορφής $y = y_0 + \lambda x$ όπου λ είναι η κλίση και y_0 η τεταγμένη επί της αρχής. Βρείτε την θεωρητική έκφραση της κλίσης λ της γραφικής σας παράστασης από την σχέση $T^2 - s^2$ της θεωρίας. Από αυτή την έκφραση και την αριθμητική τιμή της κλίσης λ , υπολογίστε το D .

Μετρήσετε τη διάμετρο d και το μήκος L του σύρματος και εκτιμήσετε τα σφάλματα τους δd , και δL . Ακολούθως υπολογίστε το μέτρο στρέψης G του υλικού (με τις σωστές μονάδες). Συγκρίνετε το αποτέλεσμα σας με τη τιμή του G για το αργίλιο (Al) που δίδεται από τη βιβλιογραφία: $2,5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$.

Σύρμα:	d =	mm	δd =	mm	L =	cm	δL =	cm
--------	-----	----	--------------	----	-----	----	--------------	----

ΑΣΚΗΣΗ 3. ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

α) Σκοπός: Να προσδιορισθεί το Ηλεκτρικό Ισοδύναμο της Θερμότητας.

β) Θεωρία: Όπως είναι γνωστό, η θερμότητα είναι μια από τις μορφές ενέργειας και έτσι μετρείται σε μονάδες Joules στο διεθνές σύστημα μονάδων S.I. Παρόλα αυτά, οι άνθρωποι ιστορικά άργησαν να το συνειδητοποιήσουν αυτό και αρχικά πίστεψαν ότι η θερμότητα ήταν κάποιο είδος νέας φυσικής ποσότητας και της απόδωσαν ως μονάδα το cal (calorie) γνωστή και ως "θερμίδα" στα ελληνικά. Ο ορισμός της θερμίδας είναι πολύ απλός και βασίζεται στην καθημερινή μας εμπειρία:

Ένα **cal** είναι η ποσότητα θερμότητας που απαιτείται για να ανέβει η θερμοκρασία **ενός γραμμαρίου** του νερού κατά **ένα βαθμό Κελσίου**.

Ένας εύκολος τρόπος να θερμάνουμε το νερό είναι να το φέρουμε σε επαφή με μια ηλεκτρική αντίσταση. Η ισχύς σε μια αντίσταση που βρίσκεται υπό τάση V και διέρχεται από ρεύμα I ισούται με VI και έτσι η ενέργεια που αποδίδει στο νερό σε χρόνο Δt ισούται με $VI \Delta t$. Υποθέτοντας ότι όλη η ενέργεια που αποδίδεται από την αντίσταση στο νερό μετατρέπεται σε θερμότητα του νερού, τότε μπορούμε πολύ εύκολα να υπολογίσουμε την ενέργεια αυτή μέσω του παραπάνω τύπου. Με αυτό τον τρόπο μετρήθηκε ότι απαιτούνται περίπου 4.19 J ενέργειας για να θερμανθεί 1 γραμμάριο νερού κατά 1 βαθμό Κελσίου και επομένως 1 θερμίδα αντιστοιχεί σε 4.19 J . Αυτή η αναλογία σε μορφή λόγου

$$a = 4.19 \text{ J / cal}$$

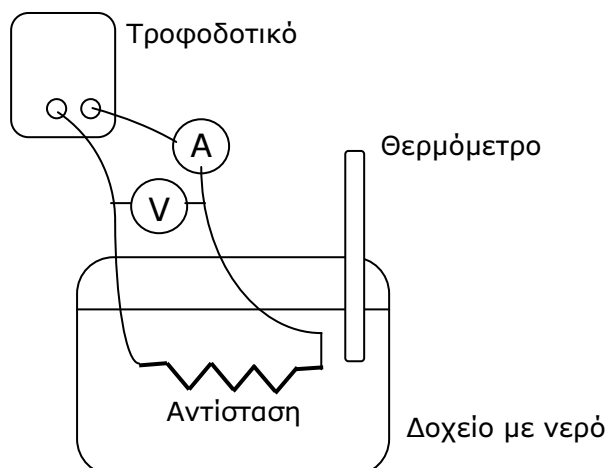
ονομάζεται για ευνόητους λόγους το "**ηλεκτρικό ισοδύναμο της θερμότητας**". Πειράματα έδειξαν ότι για διαφορετικά υγρά και στερεά απαιτούνται διαφορετικά ποσά θερμότητας, από ότι το 4.19 J του νερού, για να ανέβει η θερμοκρασία ενός γραμμαρίου τους κατά ένα βαθμό Κελσίου. Για παράδειγμα απαιτούνται 2.22 και 0.45 J για την βενζίνη και τον σίδηρο αντίστοιχα. Αυτή η θερμότητα ονομάζεται "**ειδική θερμότητα**", είναι χαρακτηριστική του κάθε υλικού και συμβολίζεται με το γράμμα c . Έτσι π.χ. γράφουμε $c = 0.45 \text{ J/g}^\circ\text{C}$ για τον σίδηρο.

Γνωρίζουμε από την καθημερινή μας εμπειρία ότι είναι δυσκολότερο να ζεστάνουμε μια μεγάλη ποσότητα νερού από ότι μια σταγόνα νερού. Αυτό σημαίνει ότι το ποσό της θερμότητας Q που πρέπει να δώσουμε σε ένα σώμα μάζας m για να ανεβάσουμε την θερμοκρασία του κατά μια συγκεκριμένη διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta$ είναι ανάλογη της μάζας m . Και φυσικά απαιτούνται μεγαλύτερα ποσά θερμότητας για να ανεβούμε σε υψηλές θερμοκρασίες, δηλαδή περιμένουμε το Q να είναι ανάλογο και του $\Delta\theta$. Συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω μπορούμε να γράψουμε ότι

$$Q = mc\Delta\theta$$

Αυτή η σχέση ισχύει στην απλή θερμιδομετρία αρκεί να μην λαμβάνει χώρα κάποια αλλαγή φάσης όπως π.χ. εξάτμιση του νερού ή τήξη (λιώσιμο) του σιδήρου. Το γινόμενο $C = mc$ είναι επίσης γνωστό και ως θερμοχωρητικότητα.

γ) Μετρήσεις.



Στον παρακάτω Πίνακα Μετρήσεων αρχικά σημειώστε τις μάζες του δοχείου χωρίς και με νερό $m_{\text{ΔΟΧΕΙΟΥ}}$, $m_{\text{ΓΕΜΑΤΟ}}$ και από αυτές προσδιορίστε την καθαρή μάζα του νερού $m_{\text{ΝΕΡΟΥ}}$. Επίσης σημειώστε τη θερμοχωρητικότητα του θερμιδομέτρου σας $C_{\text{ΔΟΧΕΙΟΥ}}$. Αφού ο διδάσκων ελέγξει το κύκλωμά σας, τροφοδοτήστε το με ρεύμα I σύμφωνα με τις οδηγίες που σας δίνονται και καταγράψτε τα θ και V ανά λεπτό.

ΑΑ	t (min)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	V (Volts)		ΑΑ	t (min)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	V (Volts)			
1	0				11	10					
2	1				12	11					
3	2				13	12					
4	3				14	13					
5	4				15	14					
6	5				16	15					
7	6				17	16					
8	7				18	17					
9	8				19	18					
10	9				20	19					
$m_{\text{ΔΟΧΕΙΟΥ}}$ (σε gr):				$m_{\text{ΓΕΜΑΤΟ}}$ (σε gr):				$m_{\text{ΝΕΡΟΥ}}$ (σε gr):			
$C_{\text{ΔΟΧΕΙΟΥ}}$ (σε cal/ $^{\circ}\text{C}$):				I (σε A):							

δ) Υπολογισμοί. Χαράξτε σε χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση της θερμοκρασίας θ συναρτήσει του χρόνου t . Υπολογίστε την κλίση k της προκύπτουσας ευθείας και το σφάλμα της δk .

Υπολογίστε την μέση τιμή της τάσης V και από αυτήν την ηλεκτρική ισχύ που απέδωσε η ηλεκτρική αντίσταση στο νερό. Υπολογίστε την ισχύ $\Delta Q/\Delta t$ που απορρόφησε το νερό σε μονάδες cal/s. Η ειδική θερμότητα του νερού είναι $c = 1 \text{ cal}/(\text{gr}\cdot\text{grad})$.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των υπολογισμών σας στα παραπάνω δυο βήματα, υπολογίστε το ηλεκτρικό ισοδύναμο της θερμότητας a .

ε) Σφάλματα. Εκτιμήσετε τα σφάλματα μέτρησης δI , δV , δt , και $\delta \theta$ των αντίστοιχων μεγεθών.

δI (A):	δV (Volts):	δt (min):	$\delta \theta$ ($^{\circ}\text{C}$):
-----------------	---------------------	-------------------	---

Υπολογίστε το πιθανό σφάλμα δW στη τιμή του ηλεκτρικού έργου που αποδόθηκε από την αντίσταση χρησιμοποιώντας τους κανόνες διάδοσης των σφαλμάτων. Η σχέση που δίδει το πιθανό σφάλμα δW είναι:

$$\delta W = \pm W \sqrt{\left(\frac{\delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\delta t}{t}\right)^2}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΟΥ ΙΞΩΔΟΥΣ ΥΓΡΟΥ

α) Σκοπός: Να προσδιορισθεί ο συντελεστής ιξώδους του ρετσινόλαδου.

β) Θεωρία: Το ιξώδες είναι μια ιδιότητα των ρευστών η οποία εκφράζει το μέγεθος της τριβής μεταξύ των μορίων του υγρού. Στην πράξη μεγάλο ιξώδες σημαίνει παχύρευστο ρευστό όπως π.χ. το λάδι, το μέλι κτλ. Όταν π.χ. μια κόλλα πήζει, το ιξώδες της αυξάνει κατακόρυφα. Στο διεθνές σύστημα μονάδων S.I. το ιξώδες μετριέται σε Pa-s (Pascal επί sec) αλλά υπάρχει και η ευρέως διαδεδομένη μονάδα το poise το οποίο ισούται με 0.1 Pa-s. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τιμές του συντελεστή ιξώδους η διαφόρων ρευστών με αυξανούσα σειρά σε 10^{-3} Pa-s.

Ρευστό	Συντελεστής Ιξώδους $\times 10^{-3}$ Pa-s
Νερό	1.0
Αιθαλόλη	1.25
Γάλα	3
Καλαμποκέλαιο	55
Ελαιόλαδο	84
SAE 10 λάδια κινητήρων	85-140
SAE 20 λάδια κινητήρων	140-420
SAE 30 λάδια κινητήρων	420-650
SAE 40 λάδια κινητήρων	650-900
Ρετσινόλαδο	970
Σιρόπι	5,000
Μέλι	10,000
Σοκολάτα	25,000
Κέτσαπ	50,000
Μουστάρδα	70,000
Κρέμα γάλακτος	100,000

Η σχετικά υψηλή τιμή του ιξώδες του ελαιόλαδου μας κάνει να πιστεύουμε ότι το λάδι είναι πυκνότερο από το νερό ενώ στην πραγματικότητα το νερό είναι ελαφρώς πυκνότερο με πυκνότητα 1.0 g/cm^3 έναντι 0.9 g/cm^3 του ελαιόλαδου. Για παράδειγμα ένα ροϊ γεμάτο λάδι δεν είναι βαρύτερο από ένα ίδιο ροϊ γεμάτο με νερό και επίσης το λάδι επιπλέει στο νερό.

Για να μετρηθεί το ιξώδες ενός υγρού στο εργαστήριο χρησιμοποιούμε την μέθοδο της ρίψης μιας μικρής μεταλλικής σφαίρας σε αυτό. Όταν σφαίρα μάζας m και ακτίνας r κινείται κατακόρυφα μέσα στο υγρό, ασκούνται πάνω του 3 δυνάμεις, το

βάρος του $B = mg$, η άνωση A και η τριβή T λόγω του ιξώδους του υγρού. Η άνωση A σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη ισούται με το βάρος του υγρού που εκτοπίζει η σφαίρα, το οποίο έχει όγκο όσο και η σφαίρα $4\pi r^3/3$. Πολλαπλασιάζοντας με την πυκνότητα ρ του υγρού έχουμε για την άνωση $A = 4\rho g\pi r^3/3$. Η τριβή T σύμφωνα με το νόμο του Stokes της ρευστομηχανικής, είναι ανάλογη ενός γεωμετρικού συντελεστή K (για σφαίρα $K=6\pi r$), της ταχύτητας κίνησης u και του συντελεστή εσωτερικής τριβής η του υγρού, δηλαδή $T = K\eta u = 6\pi r\eta u$. Έτσι καθώς η σφαίρα πέφτει μέσα στο υγρό, η εξίσωση κίνησής του είναι η

$$B - T - A = ma$$

όπου a η επιτάχυνση της σφαίρας θεωρώντας την θετική κατεύθυνση προς τα κάτω. Αντικαθιστώντας όλες τις δυνάμεις έχουμε

$$mg - 6\pi r\eta u - 4\rho g\pi r^3/3 = ma$$

Ενώ η σφαίρα λίγο πριν εισέλθει στο υγρό εκτελεί ελεύθερη πτώση με επιτάχυνση g , μόλις εισέλθει στο υγρό, η επιτάχυνση της μειώνεται λόγω των αρνητικών δυνάμεων. Όσο η επιτάχυνση είναι διάφορη του μηδενός, η ταχύτητα u αυξάνεται με αποτέλεσμα να αυξηθεί και η δύναμη T . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την περαιτέρω μείωση της επιτάχυνσης a . Οριακά η επιτάχυνση θα γίνει μηδέν και η σφαίρα θα πέφτει με σταθερή ταχύτητα, θα εκτελεί δηλαδή ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (αυτό γίνεται και με τους αλεξιπτωτιστές ακόμα και πριν να ανοίξει το αλεξίπτωτο λόγω της τριβής του αέρα). Θέτοντας $a = 0$ έχουμε για το συντελεστή ιξώδους του υγρού

$$\eta = 2(\rho_1 - \rho)gr^2 / 9u$$

όπου η μάζα m της σφαίρας αντικαταστάθηκε από το $4\rho_1\pi r^3/3$ όπου ρ_1 είναι η πυκνότητα της σφαίρας και $4\pi r^3/3$ ο όγκος της.

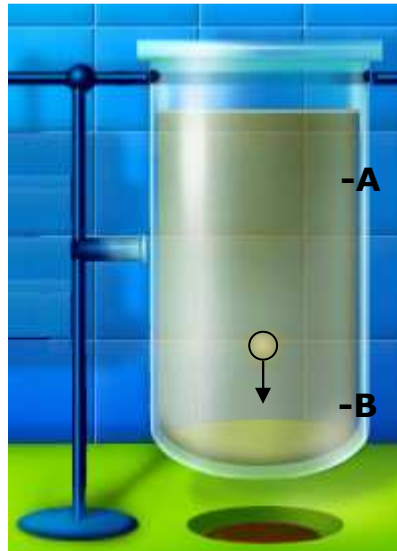
Όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα, η πειραματική διάταξη αποτελείται από μια στήλη υγρού, το ιξώδες του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε, πάνω στην οποία έχουν προσημειωθεί δυο σημεία A και B στην ίδια κατακόρυφο τα οποία θα χρησιμοποιηθούν για την μέτρηση της ταχύτητας της σφαίρας από την σχέση

$$u = (y_B - y_A) / (x_B - x_A)$$

γ) Μετρήσεις. Σημειώστε στον παρακάτω Πίνακα Μετρήσεων την πυκνότητα ρ του υγρού και την απόσταση Δy των σημείων A και B επάνω στην στήλη. Διαλέξτε πέντε όμοιες σφαίρες και καταγράψτε τη μάζα τους m και την διάμετρό τους d με την βοήθεια του μικρομέτρου. Ρίχνοντας μια – μια τις σφαίρες μέσα στην στήλη καταγράψτε τον χρόνο κίνησης t μεταξύ των σημείων A και B .

A/A	m (gr)	d (mm)	t (sec)	V (cm ³)	ρ_1 (gr/cm ³)	u (cm/s)	η (Poise)
1							
2							
3							
4							
5							

Διάστημα Δy (cm):	Πυκνότης υγρού ρ (gr/cm ³):
---------------------------	--



δ) Υπολογισμοί. Συμπληρώστε τον υπόλοιπο πίνακα (δείξτε αναλυτικά τους υπολογισμούς σας για την πρώτη γραμμή). Η μονάδα Poise ισούται με 0.1 Pa-s. Υπολογίστε την μέση τιμή του η . Με πόσα σημαντικά ψηφία πρέπει να δοθεί το αποτέλεσμα;

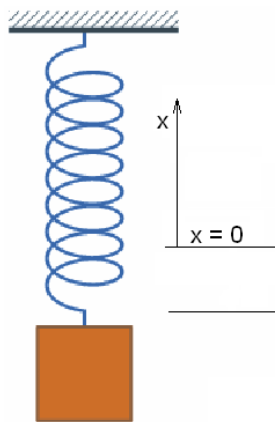
ε) Σφάλματα. Εκτιμήστε τα σφάλματα μέτρησης δm , δd , δt , δx , και δt των αντίστοιχων μεγεθών και εξηγήστε πώς τα εκτιμήσατε. Υπολογίστε το σφάλμα της οριακής ταχύτητας u για μια γραμμή του Πίνακα Μετρήσεων χρησιμοποιώντας τους κανόνες διάδοσης των σφαλμάτων. Η σχέση που δίνει το πιθανό σφάλμα δu είναι:

$$\delta u = \pm u \sqrt{\left(\frac{\delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\delta t}{t}\right)^2}$$

ΑΣΚΗΣΗ 5. ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΚΛΗΡΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΟΣ

α) Σκοπός: Να μετρηθεί η σταθερά ελαστικότητας ενός ελατηρίου και από αυτό να προσδιοριστεί η επιτάχυνση της βαρύτητας.

β) Θεωρία: Στο παρακάτω σχήμα, μάζα m αναρτάται από ελατήριο με σταθερά k . Εάν η μάζα εκτραπεί από την θέση ισορροπίας της, με πόση περίοδο T θα ταλαντεύεται; Έστω ότι το $x = 0$ βρίσκεται στο χαμηλότερο άκρο του ελατηρίου όταν η μάζα m είναι απούσα. Η ανάρτηση της μάζας έχει ως αποτέλεσμα το χαμηλότερο άκρο του ελατηρίου να μετακινηθεί προς τα κάτω κατά x_A . Στη μάζα ασκούνται δυο δυνάμεις, το βάρος της $B = mg$ και η δύναμη επαναφοράς $F_E = -kx_A$ του ελατηρίου.



Στην ισορροπία έχουμε

$$-B + F_E = 0 \Rightarrow -mg + (-kx_A) = 0 \Rightarrow x_A = -mg/k$$

Εάν η μάζα εκτραπεί κατά τυχαίο x , τότε γενικά η δύναμη επαναφοράς δεν ισούται με το βάρος και η μάζα επιταχύνεται. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα δίνει:

$$-B + F_E = ma \Rightarrow -mg + (-kx) = ma \Rightarrow mg + kx = -mx''$$

όπου $a = x''$ είναι η επιτάχυνση της μάζας και ο διπλός τόνος συμβολίζει διπλή παραγωγή ως προς το χρόνο. Ορίζοντας ως νέα μεταβλητή το $y = x - x_A = x + mg/k$, η παραπάνω διαφορική εξίσωση απλουστεύεται σε

$$ky = -my'' \Rightarrow y'' = -k/m y$$

Δοκιμάζουμε ως λύση την αρμονική συνάρτηση $y = y_0 \cos \omega t$ και παίρνουμε

$$-\omega^2 y = -k/m y \Rightarrow (2\pi/T)^2 = k/m$$

Δηλαδή $T^2 = (2\pi)^2 m/k$. Εάν στο εργαστήριο μετρηθεί η περίοδος διαφόρων μαζών m τότε η γραφική παράσταση του $Y = T^2$ συναρτήσει του $X = m$ είναι ευθεία της μορφής $Y = \lambda X$ με κλίση $\lambda = (2\pi)^2/k$. Έτσι μετρώντας την κλίση επάνω στο διάγραμμα X - Y μπορεί να προσδιορισθεί η σταθερά του ελατηρίου k .

Με την ίδια λογική, η γραφική παράσταση του $|x_A| = mg/k$ συναρτήσεως του m είναι ευθεία με κλίση $\lambda = g/k$ και έτσι μπορεί να προσδιορισθεί η επιτάχυνση της βαρύτητας g .

γ) Μετρήσεις. Αφού βεβαιωθείτε ότι το ελατήριο αναρτάται από κάποιο σταθερό σημείο, μετρήστε την απόσταση L του κάτω άκρου του ελατηρίου από ένα εύκολο σημείο αναφοράς (π.χ. την κορυφή της πειραματικής συσκευής) και καταγράψτε το στον παρακάτω πίνακα στην πρώτη του γραμμή. Για μάζα m θα χρησιμοποιηθεί ένα μικρό δοχείο με νερό. Τοποθετώντας διάφορες ποσότητες νερού, μπορούμε να μεταβάλλουμε την μάζα m . Αφού ζυγισθεί το δοχείο με το νερό, αναρτάται από το ελατήριο. Για κάθε βάρος μετρήστε την απόσταση L από το ίδιο σημείο αναφοράς όπως πριν. Αφού θέσετε το σύστημα σε ταλάντωση, μετρήσετε τον χρόνο δέκα πλήρων κύκλων t_{10} . Τοποθετήστε τις μετρήσεις σας στον παρακάτω Πίνακα Μετρήσεων.

AA	m (gr)	L (cm)	$ x_A $ (cm)	t_{10} (s)	T (s)	T^2 (s ²)
0	χωρίς βάρος		----	----	----	----
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

δ) Υπολογισμοί. Συμπληρώστε τον υπόλοιπο πίνακα (δείξτε αναλυτικά τους υπολογισμούς σας για την AA=1 γραμμή). Το T είναι ο χρόνος μιας περιόδου και $|x_A| = L - L_0$ όπου L_0 η απόσταση L χωρίς βάρος.

Χαράξτε σε χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση του T^2 συναρτήσεως της μάζας m . Υπολογίστε αριθμητικώς την κλίση λ από δυο σημεία της ευθείας (ο κάθε φοιτητής επισυνάπτει την δική του γραφική παράσταση). Από την κλίση υπολογίστε την σταθερά ελατηρίου k .

Ακολουθώντας χαράξτε σε χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση του $|x_A|$ συναρτήσεως της μάζας m . Υπολογίστε αριθμητικώς την κλίση λ από δυο σημεία της ευθείας (ο κάθε φοιτητής επισυνάπτει την δική του γραφική παράσταση). Από την κλίση υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας g . Συγκρίνετε με την γνωστή τιμή $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

ε) Σφάλματα. Εκτιμήστε τα σφάλματα μέτρησης δm , δL , και δt των αντίστοιχων μεγεθών και εξηγήστε πώς τα εκτιμήσατε.

ΑΣΚΗΣΗ 6. ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΚΥΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

α) Σκοπός: Να μετρηθεί η ταχύτητα του ήχου.

β) Θεωρία: Ως γνωστόν ο ήχος είναι κύμα το οποίο δημιουργείται από τις ταλαντώσεις των μορίων του αέρα γύρω από τις θέσεις ισορροπίας τους. Παρότι τα μόρια γενικά κινούνται σε τυχαίες κατευθύνσεις, κατά μέσο όρο η ταχύτητά τους είναι μηδέν (εκτός από όταν φυσάει αέρας αλλά σε ένα κλειστό πειραματικό χώρο οι συνθήκες είναι ελεγχόμενες). Έτσι όταν μια παλλόμενη μεμβράνη, όπως αυτή που διαθέτουν τα ηχεία, εκτελεί ταλαντώσεις, τότε παρασύρει τα μόρια του αέρα που βρίσκονται σε επαφή μαζί της και αυτά εκτελούν ταλαντώσεις γύρω από τη θέση ισορροπίας τους. Κατά τις ταλαντώσεις αυτές δε μεταφέρεται μάζα. Αυτό που πραγματικά διαδίδεται είναι η ενέργεια από ένα μόριο στο διπλανό του και έτσι ο ήχος ταξιδεύει με μια ορισμένη ταχύτητα η οποία βέβαια εξαρτάται από το μέσο (τον αέρα). Αν θεωρήσουμε ότι η μεμβράνη του ηχείου ταλαντώνεται οριζοντίως, τότε και τα μόρια θα ταλαντεύονται κατά την ίδια διεύθυνση και βέβαια θα διαδίδουν και την ενέργεια κατά αυτή την διεύθυνση. Αυτό σημαίνει ότι ο ήχος είναι διαμήκης κύμα, δηλαδή η διεύθυνση διάδοσης συμπίπτει με την διεύθυνση της ταλάντωσης.

Για ένα ηχητικό κύμα που διαδίδεται κατά την διεύθυνση του x , οι ταλαντώσεις του αέρα μπορούν να περιγραφούν από την

$$s = s_0 \cos(kx - \omega t)$$

όπου s είναι η μέση απομάκρυνση των μορίων στη θέση x κατά την χρονική στιγμή t . Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι στα σημεία που η απομάκρυνση γίνεται μέγιστη, τα μόρια βρίσκονται μακριά από την θέση ισορροπίας τους και έτσι να έχουμε ένα τοπικό αραιώμα και άρα χαμηλή πίεση. Αντιθέτως στα σημεία όπου το s είναι μηδέν, έχουμε ένα τοπικό πύκνωμα και άρα υψηλή πίεση. Επομένως το κύμα της πίεσης είναι σε 90° διαφορά φάσης με το κύμα της απομάκρυνσης και έτσι μπορούμε να γράψουμε

$$\Delta P = \Delta P_0 \sin(kx - \omega t)$$

για τις τοπικές μεταβολές της πίεσης ΔP γύρω από την μέση τιμή της (συνήθως 1 ατμόσφαιρα). Όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα, στη συγκεκριμένη άσκηση το κύμα που παράγεται από το ηχείο στο σημείο O χωρίζεται σε δυο ίσα και αντίθετα κύματα με τη βοήθεια του κλειστού σωλήνα. Όταν τα κύματα ξανασυναντηθούν στο μέσο M του κάτω σωλήνα, σχηματίζεται ένα στάσιμο κύμα διότι έχουμε την συμβολή ενός κύματος $\Delta P_1 = \Delta P_0 \sin(kx - \omega t)$ που διαδίδεται προς τα δεξιά με ένα αντίστοιχο κύμα $\Delta P_2 = \Delta P_0 \sin(kx + \omega t)$ που διαδίδεται προς τα αριστερά. Το x είναι η απόσταση $OAM = OBM$ που διανύει το κάθε κύμα. Το αποτέλεσμα είναι

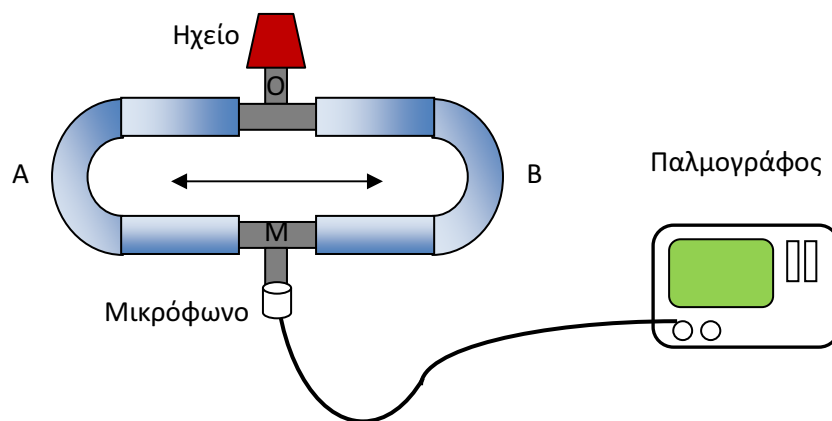
$$\Delta P_1 + \Delta P_2 = \Delta P_0 [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)] = 2 \Delta P_0 \sin kx \cos \omega t$$

Στο σημείο M υπάρχει μικρόφωνο το οποίο μετατρέπει τις παραπάνω διακυμάνσεις της πίεσης σε αντίστοιχες διακυμάνσεις ηλεκτρικής τάσης

$$V = V_0 \sin kx \cos \omega t$$

η οποία ανιχνεύεται από τον παλμογράφο. Ο παλμογράφος στην ουσία δείχνει στην οθόνη του τη γραφική παράσταση της τάσης εισόδου του συναρτήσε του χρόνου. Έτσι στην οθόνη του φαίνεται ένα συνημιτονοειδές σήμα $V = V_1 \cos \omega t$ όπου $V_1 = V_0 \sin kx$. Η περίοδος T μετριέται πολύ εύκολα από την διαφορά του χρόνου μεταξύ δυο μεγίστων και από αυτή υπολογίζεται η συχνότητα $f = 1/T$.

Ο κλειστός σωλήνας είναι έτσι σχεδιασμένος ώστε οι δυο ημικυκλικοί βραχίονές του να είναι κινητοί (στο πείραμα κινείται μόνο ο ένας αλλά η ιδέα είναι η ίδια) ώστε το x να μεταβάλλεται. Το $\sin kx$ μηδενίζεται όταν έχουμε $kx = n\pi$ όπου $n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ Αφού $k = 2\pi/\lambda$, αυτή η συνθήκη γίνεται $x_n = n\lambda/2$. Μεταβάλλοντας το x , βρίσκουμε εύκολα ένα x_n αφού το σήμα στον παλμογράφο μηδενίζεται εκεί. Αυξάνοντας αργά το x , το σήμα θα ξαναμηδενιστεί όταν $x = x_{n+1}$. Η διαφορά $\Delta x = x_{n+1} - x_n$ ισούται με $\lambda/2$. Έτσι από τη μέτρηση του Δx επάνω στην συσκευή, προσδιορίζεται άμεσα το μήκος κύματος της συσκευής.



Από την γνωστή κυματική σχέση $u = \lambda f$, μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα των ηχητικών κυμάτων $\Delta P_0 \sin(kx - \omega t)$ και $\Delta P_0 \sin(kx + \omega t)$, η οποία στην ουσία είναι η ταχύτητα του ήχου αφού όπως προαναφέρθηκε ο ήχος είναι μια διαταραχή της πίεσης ΔP του αέρα.

γ) Μετρήσεις: Ο παλμογράφος είναι μια συσκευή που μας δείχνει στην οθόνη του την γραφική παράσταση της τάσης εισόδου του συναρτήσε του χρόνου. Η οθόνη του παλμογράφου είναι χωρισμένη σε μεγάλες υποδιαιρέσεις (τα κουτιά) και κάθε μεγάλη υποδιαιρέση αποτελείται από πέντε μικρότερες. Αφού ο επιβλέπωντας ελέγξει την πειραματική σας διάταξη, μετακινήστε τον βραχίονα και παρατηρήστε στην οθόνη του παλμογράφου τις αυξομειώσεις του σήματος. Καταγράψτε στον Πίνακα Μετρήσεων τις διαδοχικές αποστάσεις L_1 και L_2 του βραχίονα από την αρχική του θέση όπου το σήμα στον παλμογράφο ελαχιστοποιείται. Επιλέξτε μια κατάλληλη θέση του διακόπτη "TIME/DIV" του παλμογράφου ώστε να χωράνε 1-2 πλήρες περιόδοι του ημιτονοειδούς σήματος στην οθόνη του. Σημειώστε το νούμερο k που δείχνει ο διακόπτης. Μετρήστε τον αριθμό x των μεγάλων υποδιαιρέσεων που αντιστοιχούν σε μια περίοδο με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου. Μετακινήστε τον μεγάλο επιλογέα στην γεννήτρια συχνοτήτων ώστε να αλλάξει η συχνότητα και επαναλάβετε τις μετρήσεις σας άλλες πέντε φορές.

ΑΑ	L ₁ (cm)	L ₂ (cm)	L=L ₂ -L ₁ (cm)	λ (cm)	χ (υποδ.)	T=κχ (ms)	f=1/T (Hz)	υ (m/s)
1								
2								
3								
4								
5								
6								
					Κλίμακα παλμογρ. κ (ms/υποδ.):			

δ) Υπολογισμοί. Συμπληρώσετε τον υπόλοιπο πίνακα (δείξτε αναλυτικά τους υπολογισμούς σας για την πρώτη γραμμή). Το λ είναι το μήκος κύματος του στάσιμου κύματος. Το νούμερο κ στον διακόπτη του παλμογράφου αναπαριστάνει τον χρόνο που αντιστοιχεί σε μια μεγάλη οριζόντια υποδιαίρεση. Από αυτό το νούμερο και το χ υπολογίστε τον χρόνο της περιόδου T και την συχνότητα f. Από την κυματική σχέση υπολογίστε την ταχύτητα υ.

Υπολογίστε την μέση τιμή της ταχύτητας υ και συγκρίνετε με την εμπειρική τιμή των 344 m/s της ταχύτητας του ήχου στον αέρα σε θερμοκρασία 20⁰ C.

ε) Σφάλματα. Εκτιμήστε τα σφάλματα δL₁, δL₂ και δT των αντίστοιχων μεγεθών L₁, L₂ και T. Από αυτά υπολογίστε τα αντίστοιχα σφάλματα δL, δλ, και δυ για μια γραμμή του Πίνακα Μετρήσεων μόνο. Σύμφωνα με την θεωρία διάδοσης των σφαλμάτων αυτά τα σφάλματα δίνονται από τις σχέσεις:

$$\delta L^2 = \delta L_1^2 + \delta L_2^2 \quad \delta \lambda = 2 \delta L \quad \text{και} \quad (\delta u/u)^2 = (\delta \lambda/\lambda)^2 + (\delta T/T)^2$$

(αποδείξτε τις εαν έχετε χρόνο στο τέλος της περιόδου).

ΑΣΚΗΣΗ 7. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΛΑΝΘΑΝΟΥΣΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΕΞΑΕΡΩΣΗΣ ΤΟΥ ΝΕΡΟΥ

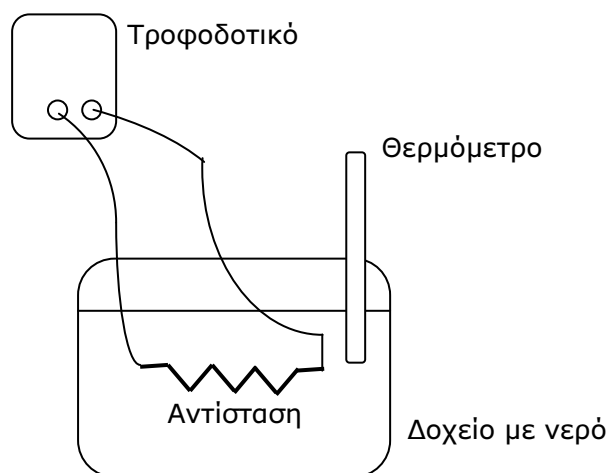
α) Σκοπός: Να μετρηθεί η λανθάνουσα θερμότητα εξαέρωσης του νερού.

β) Θεωρία: Εάν προσδοθεί ένα ποσό θερμότητας σε μια φυσική ουσία όπως π.χ. το νερό ή κάποιο μέταλλο, η ουσία είτε θα αυξήσει την θερμοκρασία της παραμένοντας στην ίδια κατάσταση της ύλης (στερεό-υγρό-αέριο) ή θα αλλάξει κατάσταση (τήξιμο, εξαέρωση, εξάχνωση), μια διαδικασία γνωστή και ως "αλλαγή φάσης". Κατά την αλλαγή φάσης η θερμοκρασία της ουσίας παραμένει σταθερή γιατί το ποσό της προσφερόμενης θερμότητας Q καταναλώνεται εξ' ολοκλήρου στο σπάσιμο των δεσμών συνοχής μεταξύ των μορίων. Η λανθάνουσα θερμότητα L σε μια αλλαγή φάσης ορίζεται ως Q/m όπου m η μάζα της ουσίας που υπέστη αλλαγή φάσης. Το L είναι ιδιότητα της ουσίας και της συγκεκριμένης αλλαγής φάσης, π.χ. για το νερό $L = 334 \text{ J/g}$ κατά την μετατροπή του πάγου σε νερό ενώ $L = 2260 \text{ J/g}$ κατά την μετατροπή του υγρού νερού σε υδρατμό.

Από την άλλη μεριά όταν το ποσό θερμότητας Q προσφέρεται για την αύξηση της θερμοκρασίας της ουσίας (δηλαδή δεν επέρχεται αλλαγή φάσης) τότε χρησιμοποιούμε την σχέση που είχαμε στην Άσκηση 3

$$Q = m c \Delta\theta$$

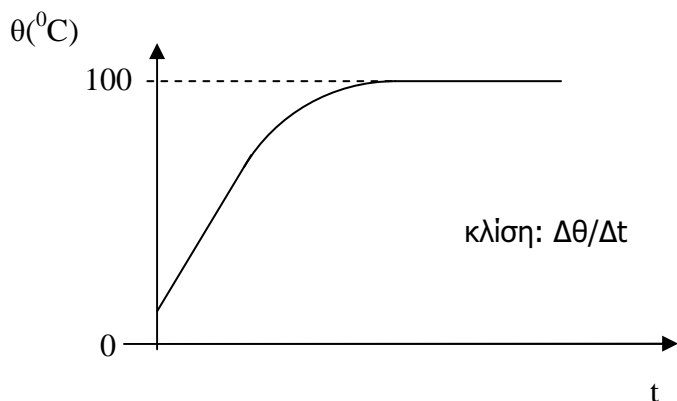
όπου c είναι η ειδική θερμότητα της ουσίας, π.χ. για το νερό $c = 4.19 \text{ J/g}^\circ\text{C}$, και $\Delta\theta$ η αντίστοιχη αύξηση της θερμοκρασίας.



Στο πείραμά παρέχεται θερμότητα σε μια ποσότητα νερού με την βοήθεια ηλεκτρικής αντίστασης. Η ισχύς P που καταναλώνει μια αντίσταση (και που την αποδίδει ως θερμότητα) είναι $P = VI$ όπου V η τάση στα άκρα της και I το ρεύμα που τη διαρρέει. Εάν υποθέσουμε ότι κατά την θέρμανση του νερού όλη η ενέργεια ανά χρόνο (η ισχύς) της αντίστασης απορροφάται από το νερό (δεν υπάρχουν απώλειες) τότε μπορούμε να γράψουμε

$$VI = m c \Delta\theta/\Delta t$$

όπου $\Delta\theta/\Delta t$ είναι ο ρυθμός αύξησης της θερμοκρασίας του νερού. Αυτόν τον ρυθμό μπορούμε εύκολα να τον προσδιορίσουμε από την κλίση των δεδομένων θερμοκρασίας συναρτήσει του χρόνου, σε σχετικά χαμηλές θερμοκρασίες, μακριά από το βρασμό. Όταν το νερό θερμαίνεται με σταθερή ισχύ, η καμπύλη $\theta-t$ είναι αρκετά γραμμική στις θερμοκρασίες 20 – 70 °C. Όπως προαναφέρθηκε, στην αλλαγή φάσης (εξαέρωση) η θερμοκρασία παραμένει σταθερή στους 100° C. Επομένως η γραφική παράσταση $\theta-t$ θα μοιάζει κάπως έτσι:



γ) Μετρήσεις. Στον παρακάτω Πίνακα Μετρήσεων αρχικά σημειώστε τις μάζες του δοχείου χωρίς και με νερό $m_{\text{ΑΔΕΙΟ}}$, $m_{\text{ΓΕΜΑΤΟ}}$ και από αυτές προσδιορίστε την καθαρή μάζα του νερού $m_{\text{ΝΕΡΟΥ}}$. Αφού ο επιβλέπων ελέγξει το κύκλωμά σας, τροφοδοτείστε το με την κατάλληλη τάση σύμφωνα με τις οδηγίες που σας δίνονται και καταγράψτε την θερμοκρασία θ ανά ένα λεπτό. Το πείραμα σταματάει μόλις καταγραφούν πέντε ίδιες μετρήσεις στον βρασμό. Τότε αφαιρούμε γρήγορα το δοχείο και το ξαναζυγίζουμε μόνο μια φορά.

AA	t (min)	$\theta(^{\circ}\text{C})$	AA	t (min)	$\theta(^{\circ}\text{C})$	AA	t (min)	$\theta(^{\circ}\text{C})$
1	0		16	15		31	30	
2	1		17	16		32	31	
3	2		18	17		33	32	
4	3		19	18		34	33	
5	4		20	19		35	34	
6	5		21	20		36	35	
7	6		22	21		37	36	
8	7		23	22		38	37	
9	8		24	23		39	38	
10	9		25	24		40	39	
11	10		26	25		41	40	
12	11		27	26		42	41	
13	12		28	27		43	42	
14	13		29	28		44	43	
15	14		30	29		45	44	
$m_{\text{ΑΔΕΙΟ}}$ (g):			$m_{\text{ΓΕΜΑΤΟ}}$ (g) αρχικά:			$m_{\text{ΝΕΡΟΥ}}$ (g) αρχικά:		
			$m_{\text{ΓΕΜΑΤΟ}}$ (g) τελικά:			$m_{\text{ΝΕΡΟΥ}}$ (g) τελικά:		

δ) Υπολογισμοί: Χαράξετε σε χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση της θερμοκρασίας θ συναρτήσει του χρόνου t . Προσεγγίστε την γραφική παράσταση με δυο τέμνουσες ευθείες, μια κεκλιμένη και μια οριζόντια, και υπολογίστε αριθμητικώς την κλίση κ της κεκλιμένης ευθείας καθώς και το σφάλμα της $\delta\kappa$. Από το κ και την ειδική θερμότητα του νερού $c = 4,18 \text{ J / (g K)}$ υπολογίστε την ισχύ P σε W που απορροφά το νερό.

Προεκτείνοντας τα δύο ευθύγραμμα τμήματα της γραφικής παράσταση στην τομή τους, σημειώσετε το ακριβές σημείο της έναρξης του βρασμού. Φέρετε δύο κατακόρυφες ευθείες στα σημεία έναρξης και λήξης του βρασμού και διαβάσετε τους αντίστοιχους χρόνους $t_{\text{ΕΝΑΡΞΗΣ}}$ και $t_{\text{ΛΗΞΗΣ}}$ και βρείτε τον πραγματικό χρόνο διάρκειας του βρασμού, $t_{\text{ΒΡΑΣΜΟΥ}}$.

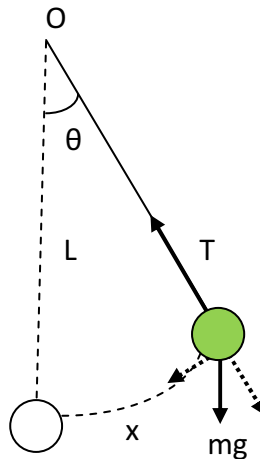
Από την ισχύ και τον χρόνο $t_{\text{ΒΡΑΣΜΟΥ}}$ που βρήκατε παραπάνω, υπολογίστε την θερμότητα που προσφέρεται στο νερό κατά τη διάρκεια του βρασμού και στη συνέχεια την λανθάνουσα θερμότητα εξαέρωσης του νερού. Συγκρίνετε την τιμή που βρήκατε με αυτήν που δίδεται στη βιβλιογραφία $L = 2260 \text{ J/gr} = 539 \text{ cal/gr}$.

Πάνω στον βραστήρα αναγράφεται η ισχύς που αποδίδει στα 220 V. Αναγάγετε αυτήν την ισχύ στην τάση που χρησιμοποιήσατε και συγκρίνετε με την ισχύ που βρήκατε παραπάνω. Από τα σφάλματα της μάζας δm και της κλίσης $\delta\kappa$ υπολογίστε το σφάλμα της ισχύς δP .

ΑΣΚΗΣΗ 8. ΑΠΛΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ

α) Σκοπός: Να μετρηθεί η επιτάχυνση της βαρύτητας g με τη βοήθεια ενός απλού εκκρεμούς.

β) Θεωρία: Το απλό εκκρεμές αποτελείται από ένα νήμα μήκους L του οποίου το ένα άκρο είναι αναρτημένο σε σταθερό σημείο O και από μια σημειακή μάζα m που είναι αναρτημένη στο άλλο άκρο του νήματος.



Από την καθημερινή μας εμπειρία γνωρίζουμε ότι εάν εκτρέψουμε το εκκρεμές κατά μια μικρή γωνία εν σχέσει με την κατακόρυφο, τότε αυτό θα εκτελέσει περιστροφικές ταλαντώσεις γύρω από αυτή. Θεωρήστε το εκκρεμές σε τυχαία γωνία θ . Στη μάζα ασκούνται δυο δυνάμεις, το βάρος του mg και η τάση T του νήματος. Είναι βολικό να αναλύσουμε τις δυνάμεις κατά μήκος του νήματος και κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς της μάζας m . Κατά μήκος του νήματος η συνολική δύναμη $T - mg\cos\theta$ παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου ενώ κατά μήκος της τροχιάς η $F = -mg\sin\theta$ παίζει τον ρόλο της δύναμης επαναφοράς. Το μείον έχει την έννοια του ότι η F έχει αντίθετο πρόσημο από αυτό της γωνίας θ . Από τη δεξιά μεριά π.χ. της κατακόρυφου $\theta > 0$ ενώ η F είναι αρνητική (προς την κατεύθυνση $-x$) και αντίθετα στην αριστερή μεριά. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς δίνει

$$F = ma \Rightarrow mx'' = -mg\sin\theta$$

όπου $a = x''$ είναι η επιτάχυνση της μάζας και ο διπλός τόνος συμβολίζει διπλή παραγωγή ως προς το χρόνο. Στην παραπάνω διαφορική εξίσωση πρέπει να συσχετίσουμε το x με το θ . Το x είναι το μήκος του τόξου και γνωρίζουμε από την απλή γεωμετρία ότι ισούται με την ακτίνα L επί την γωνία θ . Έτσι η διαφορική εξίσωση γίνεται

$$x'' = -g\sin(x/L)$$

Αυτή είναι μια μη γραμμική εξίσωση και δεν λύνεται εύκολα. Άλλωστε στο εκκρεμές μας ενδιαφέρουν μόνο οι μικρές γωνίες θ και έτσι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση $\sin\theta \sim \theta$ (ισχύει μόνο για γωνίες που είναι σε ακτίνια). Έτσι

$$x'' = -gx/L$$

η οποία έχει αρμονική λύση $x = x_0 \sin \omega t$ με $\omega^2 = g/L$ και επομένως περίοδο T που δίνεται από την

$$T^2 = (2\pi)^2 L/g$$

γ) Μετρήσεις. Μετρήσετε το μήκος L του νήματος από το σημείο ανάρτησης έως και το κέντρο μάζας του αιωρούμενου σώματος. Αφήστε το εκκρεμές ελεύθερο αφού το εκτρέψτε κατά 5° και μετρήσετε τον χρόνο δέκα πλήρων κύκλων t_1 . Επαναλάβετε το ίδιο άλλες δυο φορές για τους χρόνους t_2 και t_3 , και τοποθετήστε τις μετρήσεις σας στον παρακάτω Πίνακα Μετρήσεων. Επαναλάβετε και για γωνία 10° . Επαναλάβετε και για πέντε συνολικά μήκη (το σώμα να μην βρεθεί χαμηλότερα από την επιφάνεια του εργαστηριακού πάγκου).

ΑΑ	L (m)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t (s) μέσο	T (s) περίοδος	$T^2(s^2)$
Γωνία 5°							
1							
2							
3							
4							
5							
Γωνία 10°							
1							
2							
3							
4							
5							

δ) Υπολογισμοί. Συμπληρώστε το υπόλοιπο του πίνακα, δείχνοντας τους αναλυτικούς υπολογισμούς μόνο για την πρώτη γραμμή. Το t είναι η μέση τιμή των $t_1 - t_3$ και T η περίοδος.

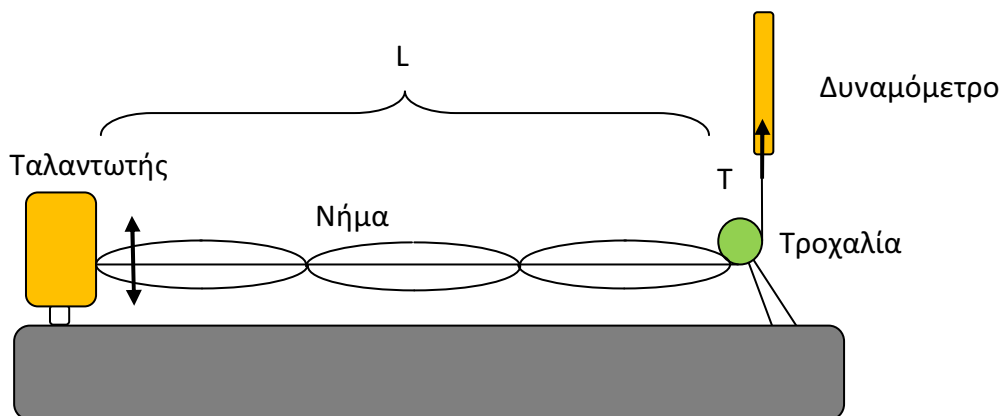
Χαράξτε στο ίδιο χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση του T^2 συναρτήσει του μήκους L και για τις δυο γωνίες (χρησιμοποιήστε διαφορετικά σύμβολα όπως το «ο» και «+»). Υπολογίστε αριθμητικώς την κλίση k της κάθε ευθείας από δυο σημεία της. Από την κλίση και την βοήθεια της θεωρίας υπολογίστε το g .

ε) Σφάλματα. Η διαφορά στην κλίση των δυο ευθειών μας δίνει μια εκτίμηση του σφάλματος της κλίσης δk . Υπολογίστε το πιθανό σφάλμα δg από το δk .

ΑΣΚΗΣΗ 9. ΜΕΛΕΤΗ ΣΤΑΣΙΜΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΣΕ ΧΟΡΔΗ

α) Σκοπός: Να βρεθεί η σχέση μεταξύ της τάσης του νήματος και του αριθμού των κοιλιών του στάσιμου κύματος.

β) Θεωρία: Ένα στάσιμο κύμα σχηματίζεται όταν συναντιούνται δυο ίσα και αντίθετα κύματα. Στην πράξη είναι δύσκολο να παραχθούν δυο ίσα κύματα από διαφορετικές πηγές οπότε χρησιμοποιούμε μια πηγή και το δεύτερο κύμα παράγεται μετά από ανάκλαση σε ένα σταθερό σημείο. Έτσι π.χ. στην συγκεκριμένη άσκηση ένας ταλαντωτής συνδεδεμένος σε ένα νήμα παράγει εγκάρσιες ταλαντώσεις στο νήμα οι οποίες διαδίδονται προς τα δεξιά. Ακολούθως οι διαταραχές ανακλώνται πάνω στην τροχαλία και επιστρέφουν προς τα πίσω, σχηματίζοντας ένα στάσιμο κύμα.



Η τάση του νήματος ρυθμίζει την ταχύτητα διάδοσης του κύματος u σύμφωνα με την

$$u^2 = T/\mu$$

όπου μ είναι η γραμμική πυκνότητα του νήματος, δηλαδή μάζα ανά μήκος. Από την κυματική σχέση έχουμε $u = \lambda f$ όπου λ το μήκος κύματος και f η συχνότητα της ταλάντωσης. Λόγω του σχηματισμού του στάσιμου κύματος, το μήκος κύματος παίρνει ορισμένες διακριτές τιμές επειδή στα ακριανά σημεία του πρέπει να έχουμε δεσμούς. Οι διακριτές τιμές του μήκους κύματος δίνονται από την

$$\lambda = 2L/n$$

όπου $n = 1, 2, 3 \dots$ είναι ο αριθμός των κοιλιών του στάσιμου κύματος και L το μήκος του νήματος. Για παράδειγμα στο παραπάνω σχήμα $n = 3$. Συνδυάζοντας τις τρεις παραπάνω σχέσεις έχουμε

$$T = 4\mu f^2 L^2 / n^2$$

Η παραπάνω σχέση προβλέπει ότι η τάση του νήματος T είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου του αριθμού των κοιλιών n του στάσιμου κύματος. Για να επαληθευτεί αυτή η σχέση, τα δεδομένα T - n του πειράματος τοποθετούνται σε γραφική παράσταση. Επειδή υπάρχουν πολλές συναρτήσεις $y = f(x)$ αντιστρόφου δύναμης όπως οι $y = 1/x$, $y = 1/x^2$, $y = 1/x^3$ κ.ο.κ, είναι δύσκολο να αποφανθούμε

εάν τα δεδομένα T-n ικανοποιούν μια σχέση αντιστρόφου τετραγώνου. Για τον λόγο αυτό, λογαριθμίζουμε την παραπάνω σχέση και έχουμε:

$$\log(T) = \log(4\mu f^2 L^2) - 2\log(n)$$

Αυτή η εξίσωση είναι της μορφής $Y = Y_0 - \lambda X$ με $Y = \log(T)$, $Y_0 = \log(4\mu f^2 L^2)$, $X = \log(n)$ και $\lambda = 2$ και έτσι μια γραφική παράσταση των δεδομένων σε μορφή $\log(T)$ συναρτήσεως του $\log(n)$ πρέπει να είναι ευθεία γραμμή με κλίση -2.

γ) Μετρήσεις. Μετρήσετε τα μεγέθη εφαρμοζόμενη τάση T και αριθμός των βρόχων n, ξεκινώντας από την περίπτωση $n = 5$ και τοποθετήσετε τις μετρήσεις σας στον παρακάτω Πίνακα Μετρήσεων. Εξηγήστε γιατί παραλείπουμε τη μέτρηση για $n = 1$. Εκτιμήσετε το σφάλμα μέτρησης δT . Επίσης καταγράψτε το μήκος L της χορδής

AA	n	T (Nt)	log(N)	log(T)
1	1	-	-	-
2	2			
3	3			
4	4			
5	5			
δΤ (N):		L (cm):		

δ) Υπολογισμοί. Συμπληρώστε το υπόλοιπο του πίνακα χρησιμοποιώντας έναν υπολογιστή τσέπης με δυνατότητα λογαρίθμων.

Χαράξτε σε χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση του T συναρτήσεως του n. Σχολιάστε εάν έχει την αναμενόμενη μορφή σύμφωνα με την θεωρία παραπάνω.

Σε ξεχωριστό χαρτί μιλιμετρέ χαράξτε τη γραφική παράσταση του $\log(T)$ συναρτήσεως του $\log(n)$. Σχολιάστε εάν έχει την αναμενόμενη μορφή σύμφωνα με την θεωρία. Φέρετε την βέλτιστη ευθεία στα δεδομένα σας και υπολογίστε αριθμητικώς την κλίση, το σφάλμα της, και την τετμημένη στον άξονα γ. Με ποιες θεωρητικές εκφράσεις πρέπει να ισούται η κλίση και η τετμημένη; Από αυτές τις εκφράσεις υπολογίστε τη συχνότητα της ταλάντωσης f σε Hz και συγκρίνετε την με την συχνότητα του δικτύου της Δ.Ε.Η.

Με βάση την εμπειρία σας από το πείραμα δώστε έναν ορισμό του στάσιμου κύματος. Σε τι διαφέρει ως προς το τρέχον κύμα;

4								
5								
Μεγάλη Σφαίρα m (gr):								
1								
2								
3								
4								
5								

δ) Υπολογισμοί. Συμπληρώστε το υπόλοιπο του πίνακα, δείχνοντας τους αναλυτικούς υπολογισμούς μόνο για την πρώτη γραμμή. Το t είναι η μέση τιμή των χρόνων $t_1 - t_5$.

Χαράξτε στο ίδιο χαρτί μιλιμετρέ τη γραφική παράσταση του ύψους h συναρτήσει του χρόνου t^2 και για τις δυο σφαίρες (χρησιμοποιήστε διαφορετικά σύμβολα όπως το «ο» και «+» για τα δυο σετ δεδομένων). Υπολογίστε αριθμητικώς την κλίση k της κάθε ευθείας από δυο σημεία της. Από την κλίση υπολογίστε το g .

ε) Σφάλματα. Η διαφορά στην κλίση των δυο ευθειών μας δίνει μια εκτίμηση του σφάλματος της κλίσης δk . Υπολογίστε το πιθανό σφάλμα δg από το δk . Επίσης εκτιμήστε τα σφάλματα μέτρησης δm , δh και δt των αντίστοιχων μεγεθών.