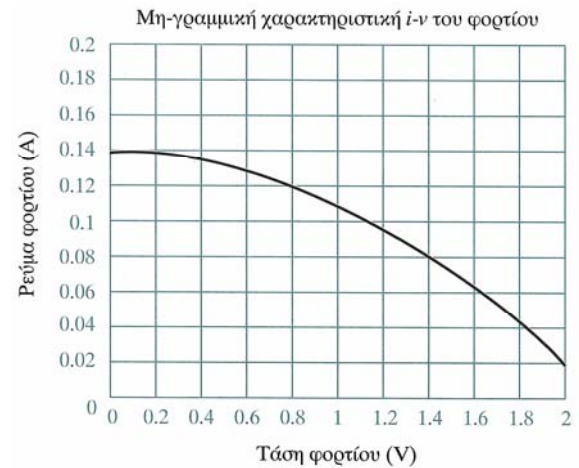
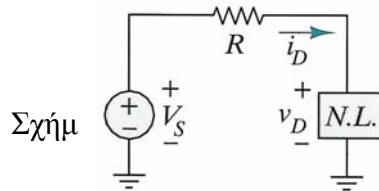


ΘΕΩΡΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ: ΛΥΣΕΙΣ 18/01/2010

Θέμα 1

Το μη-γραμμικό στοιχείο N.L. στο Σχ.1 έχει την χαρακτηριστική του διπλανού σχήματος. Δίνονται: $V_S=2.0V$, $R=10\Omega$. Να βρε σημείο λειτουργίας από τη τομή με την γραμμή φορτίου.

[2.0]



ΛΥΣΗ Παράδειγμα 2.25, σελ.158, Βιβλίο Rizzoni

Θέμα 2

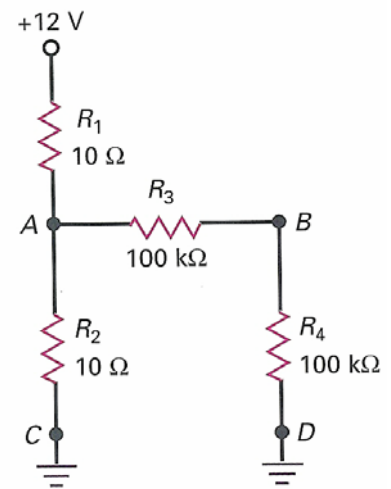
2Α) Για το διπλανό σχήμα να σχεδιασθεί το κλειστό κύκλωμα. Βρείτε την V_A και V_B όταν: (i) $R_1=R_2=10\Omega$, $R_3=R_4=100\text{ k}\Omega$, (ii) $R_1=R_2=4\text{ k}\Omega$, $R_3=R_4=2\text{ k}\Omega$, (iii) και όταν στις 2 προηγούμενες περιπτώσεις μόνον η $R_2=0$. [1.0]

Όταν στο διπλανό σχήμα η R_4 είναι το φορτίο, να βρείτε και για τις 4 περιπτώσεις του ερωτήματος (2Α):

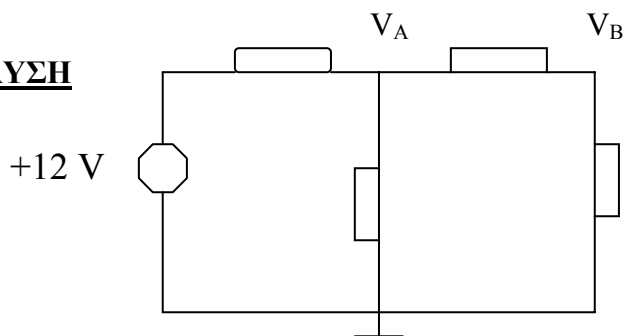
2Β) Τις τιμές της αντίστασης Thevenin R_T . [0.5]

2Γ) Τις τάσεις Thevenin v_T , και να σχεδιάσετε τα ισοδύναμα κυκλώματα Thevenin. [1.0]

2Δ) Από την ανάλυση Norton να βρεθεί το ρεύμα Norton i_N και το ισοδύναμο κύκλωμα Norton μόνον για την 2Α(i). [0.5]



ΛΥΣΗ



$$2A) (i) \text{ KCL κόμβος A: } \frac{12 - V_A}{R_1} - \frac{V_A - 0}{R_2} - \frac{V_A - V_B}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{12 - V_A}{10\Omega} - \frac{V_A}{10\Omega} - \frac{V_A - V_B}{10^5\Omega} = 0 \Rightarrow$$

$$10^4(12 - V_A) - 10^4 V_A - V_A + V_B = 0 \Rightarrow (20.001)V_A - V_B = 120.000 \quad [1]$$

$$\text{KCL κόμβος B: } \frac{V_A - V_B}{R_3} - \frac{V_B - 0}{R_4} = 0 \Rightarrow \frac{V_A - V_B}{10^5} - \frac{V_B}{10^5} = 0 \Rightarrow V_A - 2V_B = 0 \Rightarrow V_A = 2V_B \quad [2]$$

$$[1] \ \& \ [2] \Rightarrow (20.001)(2V_B) - V_B = 120.000 \Rightarrow V_B = \frac{120.000}{40.001} = 2.99 \approx 3 \text{ Volt}$$

$$[2] \Rightarrow V_A = 2 \times 2.99 \approx 6 \text{ Volt}$$

$$(u) \text{ KCL κόμβος A: } \frac{12 - V_A}{R_1} - \frac{V_A - 0}{R_2} - \frac{V_A - V_B}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{12 - V_A}{4 \times 10^3 \Omega} - \frac{V_A}{4 \times 10^3 \Omega} - \frac{V_A - V_B}{2 \times 10^3 \Omega} = 0 \Rightarrow$$

$$12 - V_A - V_A - 2V_A + 2V_B = 0 \Rightarrow 2V_A - V_B = 6 \quad [3]$$

$$\text{KCL κόμβος B: } \frac{V_A - V_B}{R_3} - \frac{V_B - 0}{R_4} = 0 \Rightarrow \frac{V_A - V_B}{2 \times 10^3} - \frac{V_B}{2 \times 10^3} = 0 \Rightarrow V_A - 2V_B = 0 \Rightarrow V_A = 2V_B \quad [4]$$

$$[3] \ \& \ [4] \Rightarrow 2(2V_B) - V_B = 6 \Rightarrow V_B = \frac{6}{3} = 2 \text{ Volt}, \quad [4] \Rightarrow V_A = 2 \times 2 \approx 4 \text{ Volt}$$

(iii) & (iv): $R_2 = 0 \Rightarrow$ βραχυκύκλωμα μεταξύ V_A και γείωσης, που διοχετεύει όλο το ρεύμα από τον κόμβο-A στη γείωση. Έτσι, οι R_3 και R_4 δεν διαρρέονται από ρεύμα επειδή $V_A = V_B = 0$.

2B) Αφαίρεση του φορτίου R_4 και βραχυκυκλώνετε την πηγή τάσης: $R_T = (R_1 \parallel R_2) + R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3$

(i) $R_T = 100.005 \ \Omega$, (ii) $R_T = 4.000 \ \Omega$, (iii) $R_T = R_3 = 100.000 \ \Omega$, (iv) $R_T = R_3 = 2.000 \ \Omega$.

2Γ) Αφαίρεση του φορτίου R_4 (ανοιχτοκύκλωμα), σημαίνει ότι η R_4 δεν διαρρέεται από ρεύμα, και:

$$V_T = V_{OC} = V_A = 12 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_T = V_A = 6 \text{ Volt για την περίπτωση (i) και την (ii).}$$

(iii) & (iv): $R_2 = 0 \Rightarrow$ βραχυκύκλωμα μεταξύ V_A και γείωσης, που διοχετεύει όλο το ρεύμα από τον κόμβο-A στη γείωση. Έτσι, $\Rightarrow V_T = V_A = 0 \text{ Volt}$

2Δ) Αντικατάσταση του φορτίου R_4 με βραχυκύκλωμα στην περίπτωση (i)

$$\Rightarrow I_N = I_{SC} = \frac{V_A - V_B}{R_3} = \frac{6 - 3}{10^5} = 3 \times 10^{-5} \text{ A} = 30 \mu\text{A}$$

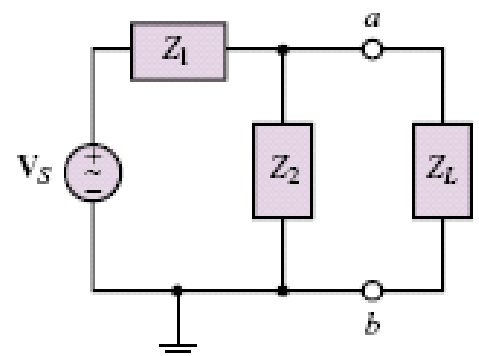
Θέμα 3

Στο AC κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται $v_S = 220 \cos(377t) \text{ V}$, $Z_1 = 10 \ \Omega$, $Z_2 = j40 \ \Omega$.

3A) Να βρεθεί η σύνθετη αντίσταση Thevenin Z_T με φορτίο σύνθετη αντίσταση Z_L . [1.0]

3B) Να υπολογίσετε με φάσορες την τάση Thevenin v_T . [1.0]

3Γ) Σχεδιάσετε το AC ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin [0.5]



ΛΥΣΗ

3A) Αφαίρεση του φορτίου Z_L και βραχυκυκλώνετε την πηγή τάσης:

$$Z_T = (Z_1 \parallel Z_2) = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{10 \times j40}{10 + j40} = \frac{j400(10 - j40)}{(10 + j40)(10 - j40)} = \frac{16.000 + j4.000}{1.700} = 9.41 + j2.35$$

3B) Αφαίρεση του φορτίου Z_L (ανοιχτοκύκλωμα) σημαίνει ότι:

$$V_T = V_{oc} = (220\angle 0) \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = (220\angle 0) \frac{j40}{10 + j40} = (220\angle 0) \frac{j40(10 - j40)}{(10 + j40)(10 - j40)} =$$

$$(220\angle 0) \frac{1600 + j400}{1.700} = (220\angle 0)(0.94 + j0.235)$$

$$|0.94 + j0.235| = [0.94^2 + 0.235^2]^{1/2} = [0.8836 + 0.055225]^{1/2} \approx 0.97$$

$$\tan \phi = \frac{0.235}{0.94} = 0.25 \Rightarrow \tan^{-1} \phi = \phi \approx 15.6^\circ \Rightarrow \phi \approx 0.27 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow V_T = (220\angle 0)(0.97\angle 15.6^\circ) = 213.4\angle 15.6^\circ \text{ Volt}$$

$$3\Gamma) Z_T = 9.41 + j2.35, V_T = 213.4\angle 15.6^\circ \text{ Volt}$$

Θέμα 4

Για τα δύο φίλτρα συχνοτήτων στο διπλανό σχήμα, να βρεθεί:

4A) Ποιο είναι υψιπερατό και ποιο χαμηλοπερατό, υπολογίζον όριο των φανταστικών αντιστάσεων όταν $\omega \rightarrow 0$ ή $\omega \rightarrow \infty$

[0.5]

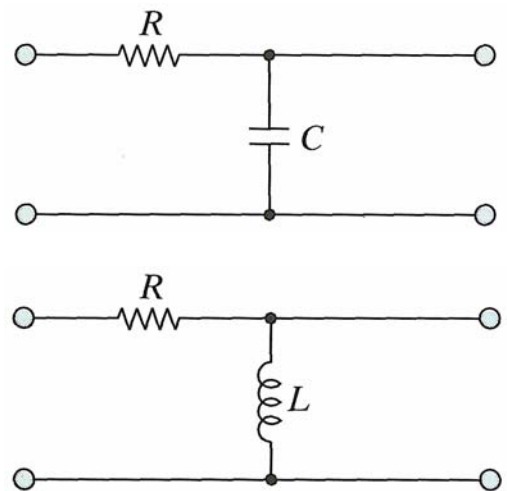
4B) Η συχνότητα αποκοπής ω_o του καθενός από τον υπολογισι

απόκρισης συχνότητας: $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ [1.0]

4Γ) Δίνεται ότι στο R-L φίλτρο η $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega L/R}{\sqrt{1 + (\omega L/R)^2}}, \text{ και } \angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{-\omega L}{R}\right)$$

σχεδιάσετε ποιοτικά την μεταβολή: (i) του πλάτους, και (ii) της φάσης, σαν συνάρτηση του λόγου ω/ω_o . [1.0]



ΛΥΣΗ 4A) Για το RC φίλτρο η μιγαδική αντίσταση είναι η $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$, και η συμπεριφορά του

μπορεί να κατανοηθεί από τα όρια της Z_C όταν $\omega \rightarrow 0$ και όταν $\omega \rightarrow +\infty$:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} Z_C = \lim_{\omega \rightarrow 0} \left(\frac{1}{j\omega C} \right) \rightarrow \infty \Rightarrow \text{η } Z_C \text{ δεν άγει, άρα το σήμα } V_{in} \text{ περνά ολόκληρο για } \omega \rightarrow 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} Z_C = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{j\omega C} \right) \rightarrow 0 \Rightarrow Z_C \text{ είναι βραχυκύκλωμα και δεν αφήνει το } V_{in} \text{ να περνά για } \omega \rightarrow \infty.$$

Άρα το συγκεκριμένο RC φίλτρο είναι χαμηλοπερατό.

Για το RL φίλτρο η μιγαδική αντίσταση είναι η $Z_L = j\omega L$, και η συμπεριφορά του μπορεί

να κατανοηθεί από τα όρια της Z_L όταν $\omega \rightarrow 0$ και όταν $\omega \rightarrow +\infty$:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} Z_L = \lim_{\omega \rightarrow 0} (j\omega L) \rightarrow 0 \Rightarrow Z_L \text{ είναι βραχυκύκλωμα και δεν αφήνει το } V_{in} \text{ να περνά για } \omega \rightarrow 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} Z_L = \lim_{\omega \rightarrow \infty} (j\omega L) \rightarrow \infty \Rightarrow \text{η } Z_L \text{ δεν άγει, άρα το σήμα } V_{in} \text{ περνά ολόκληρο για } \omega \rightarrow \infty. \text{ Άρα το συγκεκριμένο RL φίλτρο είναι υψιλοπερατό.}$$

4B) σελ. 381, και Απάντηση β) στη σελ. 392 (η απόδειξη όπως σελ.381), βιβλίο Rizzoni

4Γ) Σχήμα 5.24, σελ. 391, βιβλίο Rizzoni