

Σχήμα 2.72 Απλουστευμένο μοντέλο ακουστικού συγκροτήματος

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.23 Μεταφορά Μέγιστης Ισχύος

ΣΕ5

## Πρόβλημα

Από το θεώρημα της μεταφοράς μέγιστης ισχύος να προσδιορίσετε την αύξηση της ισχύος που αποδίδεται στο ηχείο εξαιτίας της προσαρμογής της αντίστασης φορτίου στο ηχείο με την ισοδύναμη αντίσταση της πηγής στον ενισχυτή του Σχήματος 2.72.

## Λύση

**Γνωστές Ποσότητες:** Η ισοδύναμη αντίσταση της πηγής:  $R_T = 8 \Omega$ , η μη προσαρμοσμένη αντίσταση φορτίου στο ηχείο:  $R_{LU} = 16 \Omega$  και η προσαρμοσμένη αντίσταση φορτίου στο ηχείο:  $R_{LM} = 8 \Omega$ .

**Να Βρεθεί:** Η διαφορά ισχύος που αποδίδεται στο ηχείο με μη προσαρμοσμένο και προσαρμοσμένο φορτίο, καθώς και η αντίστοιχη αύξηση επί τοις εκατό.

**Υποθέσεις:** Για το σκοπό της παρούσας ανάλυσης ο ενισχυτής μπορεί να θεωρηθεί ως γραμμικό κύκλωμα αντιστάσεων.

**Ανάλυση:** Υποθέτουμε ότι στην αρχή συνδέουμε από άγνοια έναν ενισχυτή  $8 \Omega$  με ένα ηχείο  $16 \Omega$  (Σχήμα 2.72). Μπορούμε να υπολογίσουμε την ισχύ που αποδίδεται στο ηχείο ως ακολούθως. Η τάση φορτίου βρίσκεται με χρήση του κανόνα του διαιρέτη τάσης:

$$v_{LU} = \frac{R_{LU}}{R_{LU} + R_T} v_T = \frac{2}{3} v_T$$



και η ισχύς στο φορτίο υπολογίζεται:

$$P_{LU} = \frac{v_{LU}^2}{R_{LU}} = \frac{4}{9} \frac{v_T^2}{R_{LU}} = 0.0278v_T^2$$

Ας επαναλάβουμε τώρα τον ίδιο υπολογισμό για την περίπτωση της προσαρμοσμένης αντίστασης  $R_{LM}$  του ηχείου. Έστω ότι η νέα τάση φορτίου είναι  $v_{LM}$  και η αντίστοιχη ισχύς φορτίου είναι  $P_{LM}$ . Τότε:

$$v_{LM} = \frac{1}{2} v_T$$

και

$$P_{LM} = \frac{v_{LM}^2}{R_{LM}} = \frac{1}{4} \frac{v_T^2}{R_{LM}} = 0.03125v_T^2$$

Επομένως η αύξηση της ισχύος στο φορτίο είναι:

$$\Delta P = \frac{0.03125 - 0.0278}{0.0278} \times 100 = 12.5\%$$

*Σχόλια:* Στην πράξη, ο ενισχυτής και το ηχείο ενός ηχητικού συγκροτήματος δεν αναπαριστανται σωστά από το απλό μοντέλο της ισοδύναμης αντίστασης Thévenin που χρησιμοποιήθηκε στο παρόν παράδειγμα. Τα κατάλληλα κυκλώματα για τα μοντέλα του ενισχυτή και των ηχείων παρουσιάζονται στα παρακάτω κεφάλαια 6 και 16.

### Έλεγχος Κατανόησης

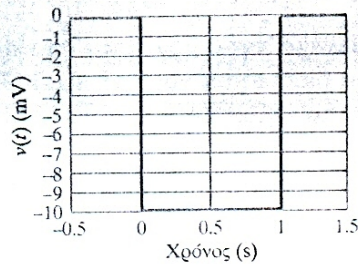
Μια πραγματική πηγή τάσης έχει εσωτερική αντίσταση  $1.2 \Omega$  και αποδίδει  $30 \text{ V}$  στην έξοδο σε συνθήκες ανοικτού κυκλώματος. Πόση είναι η μικρότερη αντίσταση φορτίου που μπορεί να συνδεθεί στην πηγή αν δεν θέλουμε να πέφτει η τάση στο φορτίο κάτω από  $2\%$  σε σχέση με την τάση ανοικτού-κυκλώματος της πηγής;

Απάντηση:  $R_L = 58.8 \Omega$

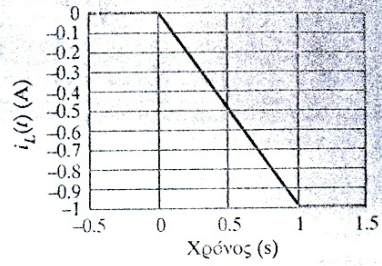
Μια πραγματική πηγή ρεύματος έχει εσωτερική αντίσταση  $12 \text{ k}\Omega$  και αποδίδει  $200 \text{ mA}$  στην έξοδο σε συνθήκες βραχυκυκλώματος. Πόση είναι η επί τοις εκατό μείωση στο ρεύμα φορτίου που συμβαίνει (σχετικά με την συνθήκη βραχυκυκλώματος) αν συνδεθεί φορτίο  $200 \Omega$  στην πηγή ρεύματος;

Απάντηση:  $1.64\%$





(α)



(β)

Σχήμα 3.15

$$L = 10 \text{ mH}$$

$$v(t) = \begin{cases} 0 \text{ V} & t < 0 \text{ s} \\ -10 \text{ mV} & 0 < t \leq 1 \text{ s} \\ 0 \text{ V} & t > 1 \text{ s} \end{cases}$$

Υποθέσεις:  $i_L(t = 0) = I_0 = 0 \text{ A}$ .

**Ανάλυση:** Χρησιμοποιώντας την εξίσωση 3.15 βρίσκουμε την τάση από το ολοκλήρωμα του ρεύματος:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t') dt' + i_L(t_0) \quad t \geq t_0$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{L} \int_0^t (-10 \times 10^{-3}) dt' + I_0 = \frac{-10^{-2}}{10^{-2}} t + 0 = -1 \text{ A} & 0 \leq t \leq 1 \text{ s} \\ -1 \text{ A} & t > 1 \text{ s} \end{cases}$$

Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.15(β).

**Σχόλια:** Παρατηρείστε την δυνατότητα που έχει η τάση στα άκρα του πηνίου να μεταβάλλεται στιγμιαία.

### Έλεγχος Κατανόησης

Να βρεθεί η μέγιστη τάση στα άκρα του πηνίου του Παραδείγματος 3.6, υποθέτοντας ότι το ρεύμα στο πηνίο ακολουθεί την σχέση:  $i_L(t) = 2t$  Amperes για  $0 \leq t \leq 2 \text{ sec}$ .

Απάντηση: 20 mV.



*Σχόλια:* Παρατηρήστε την δυνατότητα που έχει η τάση στα άκρα του πηνίου να μεταβάλλεται στιγμιαία.

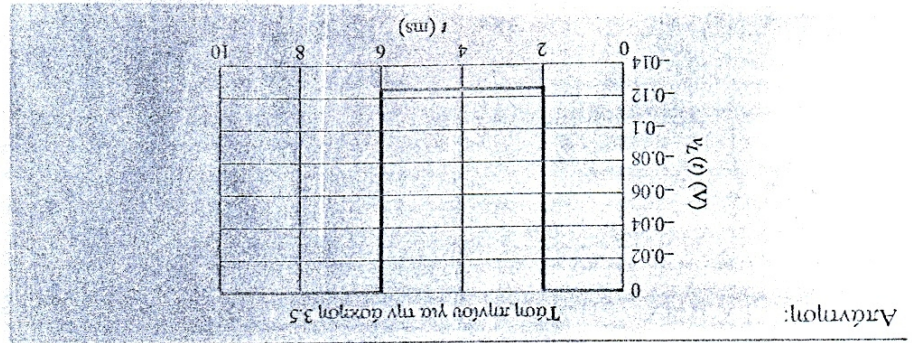
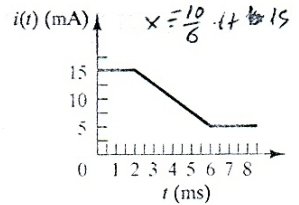
$$x = at + b$$

$$b = 15$$

$$a = -10/6$$

Έλεγχος Κατανόησης

Η μεταβολή ρεύματος που εμφανίζεται στο διπλανό Σχήμα διαρρέει ένα πηνίο των 50 mH. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της τάσης  $v_L(t)$  στο πηνίο.



ΣΕ1

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.6** Υπολογισμός ρεύματος πηνίου από την τάση

**Πρόβλημα**

Υπολογίστε το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο γνωρίζοντας την τάση στα άκρα του και το αρχικό ρεύμα.

**Λύση**

**Γνωστές Ποσότητες:** Η τάση του πηνίου, η αρχική συνθήκη ρεύματος για  $t = 0$  και η τιμή της αυτεπαγωγής.

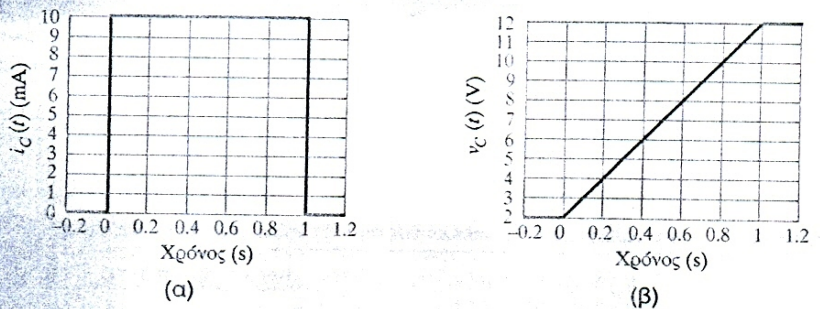
**Να Βρεθεί:** Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο.

**Διαγράμματα, Κυκλώματα, και Δεδομένα:** Η μεταβολή της τάσης στα άκρα του πηνίου παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.15(α).



$$= \begin{cases} \frac{1}{C} \int_0^t I dt' + V_0 = \frac{1}{C} t + V_0 = 10t + 2 \text{ V} & 0 \leq t \leq 1 \text{ s} \\ 12 \text{ V} & t > 1 \text{ s} \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση της τάσης δίνεται στο Σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7

*Σχόλια:* Μόλις σταματά το ρεύμα, τη χρονική στιγμή  $t = 1 \text{ s}$ , η τάση του πυκνωτή δεν μπορεί να αυξηθεί παραπάνω και παραμένει στην μέγιστη τιμή που βρέθηκε την στιγμή  $t = 1 \text{ s}$ :  $v_C(t = 1) = 12 \text{ V}$ . Όταν η πηγή ρεύματος σταματά τη φόρτιση του πυκνωτή τότε η τελική τιμή της τάσης στα άκρα του εξαρτάται από δύο παράγοντες: (1) την αρχική τιμή της τάσης στον πυκνωτή, και (2) το ιστορικό της μεταβολής ρεύματος στο πυκνωτή. Στο Σχήμα 3.7 (α) και (β) παρουσιάζονται οι δύο κυματομορφές.

Έλεγχος Κατανόησης

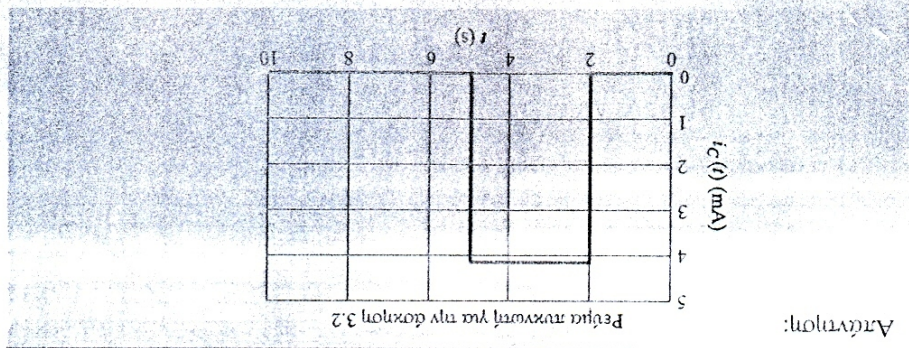
$$\xi C = 5 \text{ mA}$$

Να βρείτε το μέγιστο ρεύμα στο πυκνωτή του Παραδείγματος 3.3 αν τη τάση του πυκνωτή ακολουθεί την σχέση:  $v_C(t) = 5t + 3 \text{ V}$  για  $0 \leq t \leq 5 \text{ s}$ .

Απάντηση: 5 mA

Οι συμβατικοί πυκνωτές (physical capacitors) σπάνια δομούνται από δύο παράλληλες πλάκες που διαχωρίζονται από αέρα γιατί συνήθως αυτή η διάταξη δίνει πάρα πολύ μικρή χωρητικότητα (εκτός αν υπάρχουν φυσικές ανοχές για πολύ μεγάλο εμβαδόν της επιφάνειας των πλακών). Για την αύξηση της χωρητικότητας των συμβατικών πυκνωτών τους κατασκευάζουν από φύλλα μεταλλικών φιλμ που είναι τυλιγμένα σε συμπαγές ρολό με ένα διηλεκτρικό υλικό (χαρτί ή Mylar) ανάμεσα σε κάθε περιτύλιγμα. Στον Πίνακα 3.1 παρου-





**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.3** Υπολογισμός της τάσης πυκνωτή από το ρεύμα και τις αρχικές συνθήκες

ΣΕ1

Πρόβλημα

Υπολογίστε την μεταβολή της τάσης στα άκρα ενός πυκνωτή μόνον από τη γνώση του ρεύματος και της αρχικής κατάστασης φόρτισης.

Λύση

**Γνωστές Ποσότητες:** Το ρεύμα του πυκνωτή, η αρχική τάση στα άκρα του πυκνωτή και η τιμή της χωρητικότητάς του.

**Να Βρεθεί:** Η μεταβολή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή.

**Διαγράμματα, Κυκλώματα και Δεδομένα:**

$$i_C(t) = I \begin{cases} 0 & t < 0 \text{ s} \\ -10 \text{ mA} & 0 \leq t \leq 1 \text{ s} \\ 0 & t > 1 \text{ s} \end{cases}$$

$$v_C(t = 0) = 2 \text{ V} \quad C = 1000 \mu\text{F}$$

Η μεταβολή του ρεύματος στον πυκνωτή με το χρόνο δίνεται στο Σχήμα 3.7(α).

**Υποθέσεις:** Ο πυκνωτής είναι αρχικά φορτισμένος και η  $v_C(t = t_0 = 0) = 2 \text{ V}$ .

**Ανάλυση:** Χρησιμοποιώντας την εξίσωση 3.7 βρίσκουμε την σχέση για την τάση:

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(t') dt' + v_C(t_0) \quad t \geq t_0$$

ευρύτατο

7 8



(3.47)

ια α-  
ό επί-

τος. Να θυμάστε ότι η έννοια του φάσορα δεν έχει κανένα φυσικό νόημα. Είναι ένα βολικό μαθηματικό εργαλείο που απλουστεύει τον τρόπο επίλυσης των κυκλωμάτων AC. Τα σχόλια που ακολουθούν συνοψίζουν τα σημαντικότερα σημεία αυτής της ενότητας.

οποιη-  
ράστα-  
φουμε  
ότητας

(3.48)

ης ως

ως το  
γωνία,  
ς κο-  
τοιχεί  
 $e^{j\theta}$ .

(3.49)

βολι-  
στεύ-  
ν πα-  
ή την

(3.50)

ή δι-  
ακο-  
χει α-  
πραγ-  
σήμα-

## ΕΣΤΙΑΣΗ ΣΤΗ ΜΕΘΟΔΟ

ΣΕ4

1. Οποιοδήποτε ημιτονοειδές σήμα παριστάνεται στα μαθηματικά με έναν από τους δύο τρόπους: στην μορφή της περιοχής-χρόνου (time-domain form)

$$v(t) = A \cos(\omega t + \theta)$$

και στην μορφή της περιοχής-συχνοτήτων (frequency-domain) ή φασόρων

$$V(j\omega) = A e^{j\theta} = A \angle \theta$$

Παρατηρήστε ότι το  $j\omega$  στο συμβολισμό του  $V(j\omega)$  εκφράζει την εξάρτηση του φάσορα από το  $e^{j\omega t}$ . Στο υπόλοιπο του κεφαλαίου η έντονη εκτύπωση των κεφαλαίων γραμμάτων συμβολίζει φασόρες τάσεων ή ρευμάτων.

2. Ο φάσορας είναι ένας μιγαδικός αριθμός γραμμένος σε πολική μορφή που έχει μέγεθος ίσο με το πλάτος κορυφής του ημιτονοειδούς σήματος και γωνία φάσης ίση με την μετατόπιση φάσης του σήματος που αναφέρεται σε σήμα συνήμικρου.
3. Όταν χρησιμοποιούμε συμβολισμό φασόρων είναι σημαντικό να θυμόμαστε τη συγκεκριμένη συχνότητα  $\omega$  του ημιτονοειδούς σήματος, καθώς δεν εμφανίζεται σαφώς στην έκφραση του φάσορα.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.10 Πρόσθεση δύο ημιτονοειδών πηγών με συμβολισμό φασόρων

ΣΕ4

## Πρόβλημα

Να υπολογίσετε την τάση φάσορα που προκύπτει από τη σύνδεση σε σειρά δύο ημιτονοειδών πηγών τάσης (Σχήμα 3.24).

## Λύση

Γνωστές Ποσότητες:

$$v_1(t) = 15 \cos \left( 377t + \frac{\pi}{4} \right) \quad \text{V}$$



$$v_2(t) = 15 \cos \left( 377t + \frac{\pi}{12} \right) \quad \text{V}$$

Να Βρεθεί: Η ισοδύναμη τάση φάσορα  $v_S(t)$ .

Ανάλυση: Γράφουμε τις δύο τάσεις στη μορφή φασόρων:

$$\mathbf{V}_1(j\omega) = 15 \angle \frac{\pi}{4} \quad \text{V}$$

$$\mathbf{V}_2(j\omega) = 15e^{j\pi/12} = 15 \angle \frac{\pi}{12} \quad \text{V}$$

Μετασχηματίζουμε τις τάσεις φάσορα από την πολική στην ορθοκανονική βάση:

$$\mathbf{V}_1(j\omega) = 10.61 + j10.61 \rightarrow 15 \cdot \cos \pi/4$$

$$\mathbf{V}_2(j\omega) = 14.49 + j3.88$$

και αθροίζοντας βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_S(j\omega) &= \mathbf{V}_1(j\omega) + \mathbf{V}_2(j\omega) = 25.10 + j14.49 = \\ &= 28.98e^{j\pi/6} = 28.98 \angle \frac{\pi}{6} \rightarrow \theta = \tan^{-1} \left( \frac{14.49}{25.10} \right) \end{aligned}$$

Τώρα μπορούμε να μετασχηματίσουμε την  $\mathbf{V}_S(j\omega)$  στην μορφή που αντιστοιχεί στην περιοχή-χρόνου:

$$v_S(t) = 28.98 \cos \left( 377t + \frac{\pi}{6} \right) \quad \text{V}$$

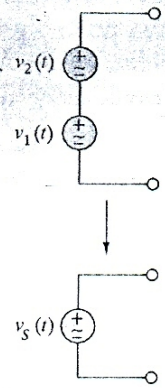
Σχόλια: Εναλλακτικά, μπορούμε να βρούμε το ίδιο αποτέλεσμα αθροίζοντας τα δύο ημίτονα στην περιοχή-χρόνου, χρησιμοποιώντας τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$$\begin{aligned} v_1(t) &= 15 \cos \left( 377t + \frac{\pi}{4} \right) = \\ &= 15 \cos \frac{\pi}{4} \cos(377t) - 15 \sin \frac{\pi}{4} \sin(377t) \quad \text{V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2(t) &= 15 \cos \left( 377t + \frac{\pi}{12} \right) = \\ &= 15 \cos \frac{\pi}{12} \cos(377t) - 15 \sin \frac{\pi}{12} \sin(377t) \quad \text{V} \end{aligned}$$

Προσθέτοντας κατά μέρη και συνδυάζοντας τους όμοιους όρους παίρνουμε:

Σχήμα 3.24





$$\begin{aligned}
 v_1(t) + v_2(t) &= 15\left(\cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{12}\right)\cos(377t) - 15\left(\sin\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{12}\right)\sin(377t) \\
 &= 15[1.673\cos(377t) - 0.966\sin(377t)] \\
 &= 15\sqrt{(1.673)^2 + (0.966)^2} \times \cos\left(377t + \arctan\left(\frac{0.966}{1.673}\right)\right) \\
 &= 15\left[1.932\cos\left(377t + \frac{\pi}{6}\right)\right] = 28.98\cos\left(377t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ V}
 \end{aligned}$$

Αυτή η έκφραση είναι η ίδια με εκείνη που βρήκαμε με τη μέθοδο φασόρων, με τη διαφορά ότι απαιτήθηκαν περισσότεροι μαθηματικοί υπολογισμοί αυτή τη φορά. Γενικά, η ανάλυση με φάσορες απλοποιεί κατά πολύ τους υπολογισμούς που σχετίζονται με ημιτονοειδείς τάσεις και ρεύματα.

### Έλεγχος Κατανόησης

Να προσθέσετε τις τάσεις  $v_1(t) = A \cos(\omega t + \phi)$  και  $v_2(t) = B \cos(\omega t + \theta)$ , χρησιμοποιώντας τον συμβολισμό φασόρων και στην συνέχεια να τις επαναφέρεται στην μορφή που αντιστοιχεί στην περιοχή-χρόνου. Δίνονται:

α.  $A = 1.5 \text{ V}, \phi = 10^\circ, B = 3.2 \text{ V}, \theta = 25^\circ$

β.  $A = 50 \text{ V}, \phi = -60^\circ, B = 24 \text{ V}, \theta = 15^\circ$

$(\text{real } 29590 - j\omega)\cos 8^\circ 09' = \bar{v}_a + \bar{v}_b \text{ (d)}$

$(\text{real } 97550 + j\omega)\cos 29^\circ 4' = \bar{v}_a + \bar{v}_b \text{ (n) :ολοκληρω}$

### Υπέρθωση σημάτων AC

Στο Παράδειγμα 3.10 διερευνήθηκε η συνδυασμένη δράση δύο ημιτονοειδών τάσεων με διαφορετικές φάσεις και πλάτη, αλλά με ίδια συχνότητα. Όμως, πρέπει να καταλάβετε ότι η απλή απάντηση που βρέθηκε εκεί δεν μπορεί να εφαρμοστεί στην γενικότερη περίπτωση υπέρθεσης δύο (ή περισσότερων) ημιτονοειδών τάσεων που δεν έχουν την ίδια συχνότητα. Στην παρούσα υπό-ενότητα εξετάζεται η περίπτωση της υπέρθεσης δύο ημιτονοειδών τάσεων που ταλαντώνονται με διαφορετικές συχνότητες για να διαπιστώσουμε ότι η ανάλυση φασόρων μπορεί να εφαρμοστεί και σε αυτήν την πιο γενική περίπτωση.

Το κύκλωμα που εμφανίζεται στο Σχήμα 3.25 παρουσιάζει δύο πηγές ρευμάτων σε παράλληλη σύνδεση, όπου:

ιστοιχεί

ζοντας  
ές ταν-

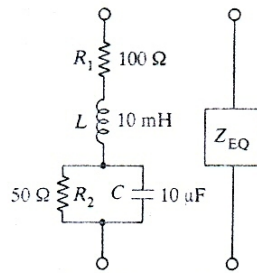
υμε:



## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.14 Σύνθετη αντίσταση σύνθετου κυκλώματος

ΣΕ4

Πρόβλημα



Βρείτε την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.37.

Λύση

Γνωστές Ποσότητες:  $\omega = 10^4$  rad/s,  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $L = 10$  mH,  $R_2 = 50 \Omega$ ,  $C = 10 \mu\text{F}$ .

Να Βρεθεί: Η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος.

Σχήμα 3.37

Ανάλυση: Πρώτα προσδιορίζουμε την παράλληλη σύνθετη αντίσταση  $Z_{||}$  του  $R_2$ - $C$  κυκλώματος:

$$\begin{aligned} Z_{||} &= R_2 \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_2(1/j\omega C)}{R_2 + 1/j\omega C} = \frac{R_2}{1 + j\omega CR_2} \\ &= \frac{50}{1 + j10^4 \times 10 \times 10^{-6} \times 50} = \frac{50}{1 + j5} = 1.92 - j9.62 \\ &= 9.81 \angle (-1.3734) \Omega \end{aligned}$$

Τώρα υπολογίζουμε την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση  $Z_{eq}$ :

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= R_1 + j\omega L + Z_{||} = 100 + j10^4 \times 10^{-2} + 1.92 - j9.62 \\ &= 101.92 + j90.38 = 136.2 \angle 0.723 \Omega \end{aligned}$$

Είναι επαγωγική ή χωρητική αυτή η σύνθετη αντίσταση;

Σχόλια: Στην συχνότητα του παραδείγματος το κύκλωμα εμφανίζει επαγωγική σύνθετη αντίσταση γιατί η άεργη αντίσταση είναι θετική (ή εναλλακτικά, η γωνία φάσης είναι θετική).

## Έλεγχος Κατανόησης

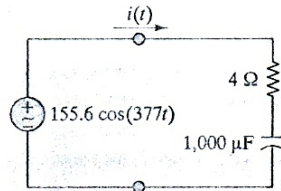
Υπολογίστε την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος στο Παράδειγμα 3.14 για  $\omega = 1000$  και  $100000$  rad/s.



$$P_{av} = |\tilde{I}_L|^2 |Z_L| \cos(\theta) = 7.1^2 \times 13.7 \times \cos(-0.543) = 595 \text{ W}$$

**Σχόλια:** Προσέξτε ότι είναι πολύ σημαντικό να προσδιορίσουμε την τάση φορτίου ή/και το ρεύμα φορτίου πριν τον υπολογισμό της ισχύος. Σε αυτό το πρόβλημα η εσωτερική αντίσταση της πηγής διαφοροποιεί την τάση της πηγής από αυτήν του φορτίου κατανάλωσης.

### Έλεγχος Κατανόησης



Σχήμα 6.8

Θεωρήστε το κύκλωμα του Σχήματος 6.8. Βρείτε την σύνθετη αντίσταση του φορτίου και υπολογίστε την μέση ισχύ που καταναλώνεται στο φορτίο κατανάλωσης.

$$\text{Απάντηση: } Z = 4.8e^{-j33.5^\circ} \Omega, P_{av} = 2103.4 \text{ W}$$

ΣΕ1

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6.3, Υπολογισμός της μέσης ισχύος AC

#### Πρόβλημα

Υπολογίστε την μέση ισχύ που καταναλώνεται στο φορτίο κατανάλωσης του Σχήματος 6.9.

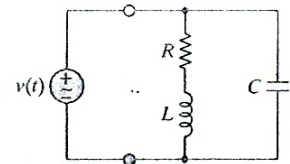
#### Λύση

**Γνωστές Ποσότητες:** Τάση και συχνότητα πηγής, η αντίσταση φορτίου και οι τιμές της αυτεπαγωγής και της χωρητικότητας.

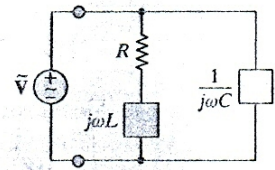
**Να Βρεθεί:** Η  $P_{av}$  για το μεγαδικό φορτίο.

**Διαγράμματα, Κυκλώματα και Δεδομένα:**

$\tilde{V}_S = 110 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,  $R = 10 \Omega$ ,  $C = 470 \mu\text{F}$  και  $L = 0.05 \text{ H}$ .



Κύκλωμα AC



Η μεγαδική του μορφή

Σχήμα 6.9

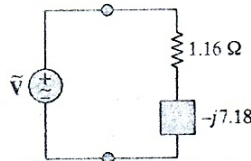


η τάση  
αυτό το  
πηγής

**Υποθέσεις:** Χρησιμοποιήστε ενεργές τιμές για όλους τους φάσορες του προβλήματος.

**Ανάλυση:** Πρώτα, υπολογίζουμε την σύνθετη αντίσταση του σύνθετου φορτίου στην συχνότητα  $\omega = 377 \text{ rad/s}$ .

$$\begin{aligned} Z_L &= (R + j\omega L) \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{(R + j\omega L)/j\omega C}{R + j\omega L + 1/j\omega C} \\ &= \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR} = 1.16 - j7.18 = 7.27 \angle (-1.41) \Omega \end{aligned}$$



Σχήμα 6.10

Προσέξτε ότι η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του φορτίου αποτελείται από ένα φορτίο χωρητικότητας σε αυτή τη συχνότητα, όπως δείχνει το Σχήμα 6.10. Γνωρίζοντας ότι η τάση του φορτίου είναι ίση με την τάση της πηγής, μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση ισχύ σύμφωνα με την

$$P_{av} = \frac{|\tilde{V}_L|^2}{|Z_L|} \cos(\theta) = \frac{110^2}{7.27} \cos(-1.41) = 266 \text{ W}$$

#### Έλεγχος Κατανόησης

Υπολογίστε την ισχύ που καταναλώνεται από την εσωτερική αντίσταση του Παραδείγματος 6.2. Χρησιμοποιήστε την έκφραση για να υπολογίσετε την μέση ισχύ που καταναλώνεται στο φορτίο του Παραδείγματος 6.2.

Απάντηση: 101.46 W. Δες Παράδειγμα 6.2.

#### Συντελεστής ισχύος

Η γωνία φάσης  $\theta$  στην σύνθετη αντίσταση του φορτίου κατανάλωσης παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην απορρόφηση ισχύος από μιγαδικό φορτίο. Όπως φαίνεται στην Εξίσωση 6.13 και στα προηγούμενα παραδείγματα, η μέση ισχύς που καταναλώνεται σε ένα φορτίο AC εξαρτάται από το συνημίτονο της γωνίας της σύνθετης αντίστασης. Για να δώσουμε έμφαση στη σημασία αυτού του όρου στους υπολογισμούς ισχύος AC, ορίζουμε τον **συντελεστή ισχύος**  $\text{pf} = \cos(\theta)$  (power factor). Προσέξτε ότι ο συντελεστής ισχύος ισούται με 0 για



$$i_N = \frac{v}{R_3} = \frac{v_5 R_2}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2}$$

Έτσι συμπεραίνουμε με διαισθητικό τρόπο ότι ο υπολογισμός του ρεύματος Norton απαιτεί απλώς τον προσδιορισμό του ρεύματος που διαρρέει το βραχυκύκλωμα.

ΣΕ4

## ΕΣΤΙΑΣΗ ΣΤΗ ΜΕΘΟΔΟ

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ NORTON

1. Αντικατάσταση του φορτίου με ένα βραχυκύκλωμα.
2. Καθορίστε το ρεύμα  $i_{SC}$  που περνά από το βραχυκύκλωμα να είναι το ισοδύναμο ρεύμα κατά Norton  $i_N$ .
3. Εφαρμόστε όποια μέθοδο προτιμάτε (π.χ. ανάλυση κόμβων) για να βρείτε το  $i_{SC}$ .
4. Το ρεύμα Norton είναι:  $i_N = i_{SC}$ .

Το Παράδειγμα 2.21 μας εξοικειώνει περισσότερο με αυτή την τεχνική.

ΣΕ4

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.21 Ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton

## Πρόβλημα

Να προσδιορίσετε το ρεύμα κατά Norton και το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton για το κύκλωμα του Σχήματος 2.55.

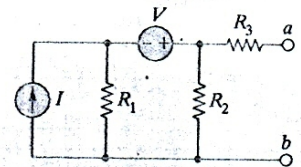
## Λύση

Γνωστές Ποσότητες:  $V = 6 \text{ V}$ ,  $I = 2 \text{ A}$ ,  $R_1 = 6 \ \Omega$ ,  $R_2 = 3 \ \Omega$  και  $R_3 = 2 \ \Omega$ .

Να Βρεθεί: Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_T = R_N$  και το ρεύμα Norton  $i_N = i_{SC}$ .

Υποθέσεις: Υποθέστε ότι ο κόμβος αναφοράς είναι στο κάτω μέρος του κυκλώματος.

Ανάλυση: Πρώτα υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση κατά Thévenin. Έτσι μηδενίζουμε τις δύο πηγές του κυκλώματος, βραχυκυκλώνοντας την πηγή τάσης και α-



Σχήμα 2.55



ήματος  
ο βρα-

το ισο-

βρείτε

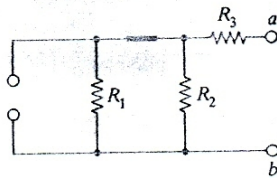
κατά

Ω.

$i_{SC}$

a

b



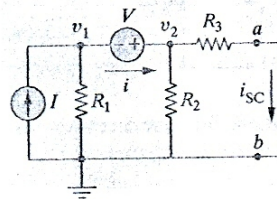
Σχήμα 2.56

νοίγοντας το κύκλωμα στην πηγή ρεύματος. Το κύκλωμα που προκύπτει παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.56. Παρατηρούμε αμέσως ότι  $R_T = R_1 \parallel R_2 + R_3 = 6 \parallel 3 + 2 = 4 \Omega$ .

Ακολουθώντας τα βήματα που περιγράφονται στην Εστίαση της Μεθόδου για τον υπολογισμό του ρεύματος κατά Norton,

πρώτα βραχυκυκλώνουμε το φορτίο και σημειώνουμε το ρεύμα  $i_{SC}$  που περνά από το βραχυκύκλωμα. Το κύκλωμα που προκύπτει παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.57. Παρατηρούμε ότι υπάρχουν δύο διαφορετικές τάσεις κόμβων  $v_1$  και  $v_2$  και ότι η πηγή τάσης επιβάλλει την  $V = v_2 - v_1$ . Το άγνωστο ρεύμα που περνά μέσα από την πηγή τάσης το συμβολίζουμε με  $i$ .

Τώρα είμαστε έτοιμοι να εφαρμόσουμε την μέθοδο των κομβικών τάσεων:



Σχήμα 2.57 Έτοιμο κύκλωμα για την ανάλυση κόμβων στο Παράδειγμα 2.21

1. Ο κόμβος αναφοράς είναι η γείωση στο Σχήμα 2.57.

2. Οι τάσεις  $v_1$  και  $v_2$  καθορίζονται στους δύο κόμβους του Σχήματος 2.57. Επίσης η πηγή τάσης επιβάλλει τον περιορισμό  $v_2 = v_1 + V$ . Έτσι μόνον ένας από τους δύο κόμβους μπορεί να δώσει μια ανεξάρτητη εξίσωση. Όπως θα διαπιστώσουμε στο επόμενο βήμα το άγνωστο ρεύμα  $i$  παρέχει την δεύτερη ανεξάρτητη μεταβλητή.

3. Εφαρμόζοντας τον νόμο ρεύματος του Kirchhoff στους κόμβους 1 και 2 καταλήγουμε στο ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$I - \frac{v_1}{R_1} - i = 0 \quad \text{κόμβος 1}$$

$$i - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_2}{R_3} = 0 \quad \text{κόμβος 2}$$

Απαλείφουμε την  $v_1$  με αντικατάσταση της σχέσης:  $v_1 = v_2 - V$  στην πρώτη εξίσωση:

$$I - \frac{v_2 - V}{R_1} - i = 0 \quad \text{κόμβος 1}$$

και γράφουμε τις εξισώσεις σε μορφή πινάκων έχοντας ως αγνώστους τη  $v_2$  και το  $i$ :



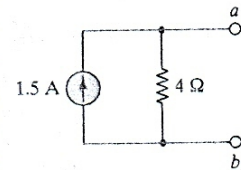
$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{R_1} \\ -1 & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I + \frac{V}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές παίρνουμε:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1667 \\ -1 & 0.8333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

οπότε βρίσκουμε ότι η  $v_2 = 3 \text{ V}$  και το  $i = 2.5 \text{ A}$ . Συνεπώς το ζητούμενο ρεύμα Norton  $i_N = i_{SC} = v_2/R_3 = 1.5 \text{ A}$ .

*Σχόλια:* Σε αυτό το παράδειγμα δεν ήταν εμφανές το κατά πόσον η ανάλυση κόμβων, η ανάλυση απλών βρόχων ή η υπέρθεση είναι η γρηγορότερη μέθοδος που μας οδηγεί στο αποτέλεσμα. Για εξάσκηση να προσπαθήσετε να εφαρμόσετε και τις δύο άλλες μεθόδους ώστε να μπορέσετε να συγκρίνετε την πολυπλοκότητα των λύσεων. Το πλήρες κύκλωμα κατά Norton παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.58.



Σχήμα 2.58 Ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton

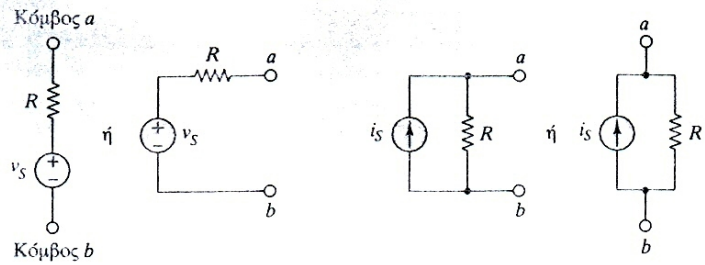
### Έλεγχος Κατανόησης

Επαναλάβετε το Παράδειγμα 2.21 χρησιμοποιώντας την ανάλυση των βροχικών ρευμάτων. Προσέξτε ότι σε αυτή την περίπτωση είναι γνωστό το ένα από τα τρία ρεύματα στους βρόχους και επομένως η πολυπλοκότητα της λύσης θα είναι η ίδια με αυτή της ανάλυσης κόμβων που εφαρμόσαμε στο Παράδειγμα 2.21.

### Μετασχηματισμοί πηγών

Ο μετασχηματισμός των πηγών (source transformations) είναι μια χρήσιμη διαδικασία που μπορεί να ακολουθηθεί στον υπολογισμό των ισοδύναμων κυκλωμάτων, επιτρέποντας σε ορισμένες περιπτώσεις την αντικατάσταση των πηγών ρεύματος με πηγές τάσης και το αντίστροφο. Τα θεωρήματα Thévenin και Norton λένε ότι οποιοδήποτε μονόθυρο δίκτυο μπορεί να παρασταθεί με μια πηγή τάσης σε σειρά με μια αντίσταση ή με μια πηγή ρεύματος παράλληλα σε μια αντίσταση, όπως στο Σχήμα 2.59.





Επιμέρους κυκλώματα κατά Thévenin

Επιμέρους κυκλώματα κατά Norton

Σχήμα 2.61 Επιμέρους κυκλώματα που μπορούν να υποστούν μετασχηματισμούς πηγών

ΣΕ4

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.22 Μετασχηματισμοί Πηγών

Πρόβλημα

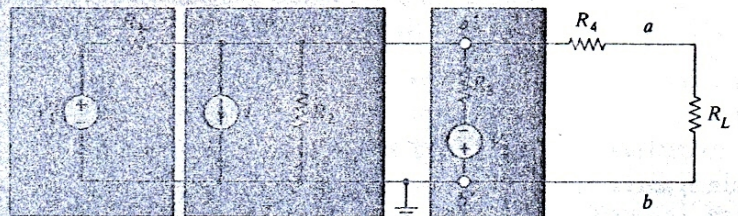
Να υπολογίσετε με μετασχηματισμό των πηγών το ισodύναμο κύκλωμα κατά Norton για το κύκλωμα του Σχήματος 2.62.

Λύση

Γνωστές Ποσότητες:  $V_1 = 50 \text{ V}$ ,  $I = 0.5 \text{ A}$ ,  $V_2 = 5 \text{ V}$ ,  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 100 \Omega$ ,  $R_3 = 200 \Omega$  και  $R_4 = 160 \Omega$ .

Να Βρεθεί: Η ισodύναμη αντίσταση  $R_T = R_N$  και το ρεύμα κατά Norton  $i_N = i_{SC}$ .

Υποθέσεις: Υποθέστε ότι ο ρόμβος αναφοράς είναι στο κάτω μέρος του κυκλώματος.



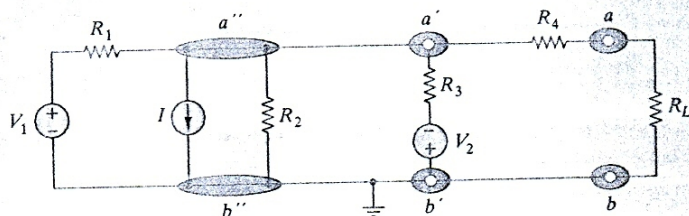
Σχήμα 2.62

Ανάλυση: Πρώτα σχεδιάζουμε πάλι το κύκλωμα για να αποκτήσουμε το πλεονέκτημα της τεχνικής του μετασχηματισμού των πηγών. Για αυτό το σκοπό δι-

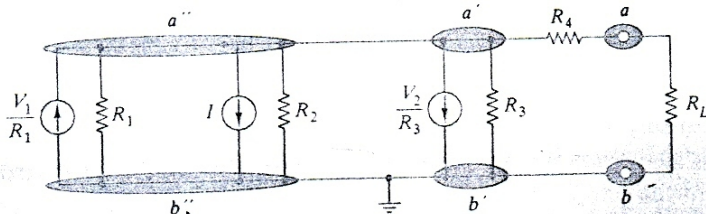


νεται ιδιαίτερη έμφαση στην θέση των κόμβων στο κύκλωμα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.63. Οι κόμβοι  $a'$  και  $b'$  έχουν διαχωριστεί σκόπιμα από τους κόμβους  $a''$  και  $b''$  αν και αποτελούν ίδια ζεύγη κομβικών σημείων. Αυτό μας επιτρέπει να αντικαταστήσουμε τον κλάδο που περιέχει τα  $V_1$  και  $R_1$ , που βρίσκεται ανάμεσα στους κόμβους  $a''$  και  $b''$ , με ένα ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton που αποτελείται από πηγή ρεύματος κατά Norton  $V_1/R_1$  και ισοδύναμη αντίσταση  $R_1$ . Με παρόμοιο τρόπο ο κλάδος μεταξύ των κόμβων  $a'$  και  $b'$ , που περιέχει στοιχεία σε σειρά, αντικαθίσταται από ένα ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton που αποτελείται από πηγή ρεύματος κατά Norton  $V_2/R_3$  και ισοδύναμη αντίσταση  $R_3$ . Το αποτέλεσμα αυτών των αλλαγών παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.64. Το ίδιο κύκλωμα επανασχεδιάζεται στο Σχήμα 2.65 με τις αριθμητικές τιμές δίπλα σε κάθε συνιστώσα. Παρατηρήστε πόσο εύκολο είναι τώρα να βρούμε την ισοδύναμη αντίσταση. Αν κάθε πηγή ρεύματος αντικατασταθεί με ένα ανοιχτό κύκλωμα παίρνουμε αμέσως ότι:

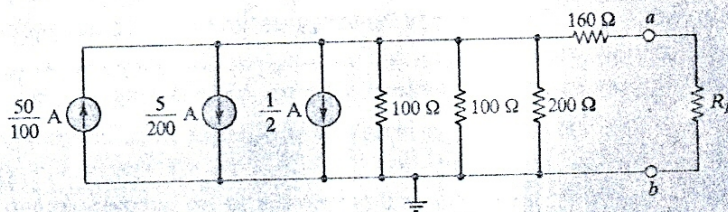
$$R_T = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 + R_4 = 200 \parallel 100 \parallel 100 + 160 = 200 \Omega.$$



Σχήμα 2.63



Σχήμα 2.64



Σχήμα 2.65

Σχήμα-

ι κατά

= 100

$i_N =$

ου κυ-

πλεο-  
πό δι-

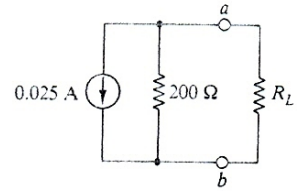


Ο υπολογισμός του ρεύματος κατά Norton γίνεται και αυτός απευθείας καθόσον ισούται με το άθροισμα ρευμάτων από τις πηγές:

$$i_N = 0.5 - 0.025 - 0.5 = -0.025 \text{ A}$$

Το Σχήμα 2.66 παρουσιάζει το πλήρες κύκλωμα κατά Norton που συνδέεται με το φορτίο.

*Σχόλια:* Δεν είναι πάντοτε δυνατόν να ανάλυμε ένα κύκλωμα σε απλή μορφή με τόσο εύκολο τρόπο όπως στο παραπάνω παράδειγμα, χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό των πηγών. Όμως μπορεί να υπάρχει κάποιο πλεονέκτημα όταν χρησιμοποιούμε το μετασχηματισμό πηγών για να μετατρέψουμε ένα μέρος του κυκλώματος σε μια διαφορετική μορφή η οποία διευκολύνει περισσότερο την εφαρμογή κάποιας συγκεκριμένης μεθόδου λύσης (π.χ. ανάλυση κόμβων).



Σχήμα 2.66

### Πειραματικός προσδιορισμός των ισοδύναμων κατά Thévenin και Norton

Η ιδέα να χρησιμοποιούμε τα ισοδύναμα κυκλώματα για να αναπαραστήσουμε περίπλοκα και πολλές φορές άγνωστα δίκτυα είναι χρήσιμη όχι μόνον στους αναλυτικούς υπολογισμούς αλλά και στις πρακτικές εφαρμογές. Για παράδειγμα, είναι πολύ χρήσιμο να έχουμε μια εκτίμηση της ισοδύναμης εσωτερικής αντίστασης ενός οργάνου ώστε να γνωρίζουμε τις απαιτήσεις ισχύος του και τους περιορισμούς του. Ευτυχώς τα ισοδύναμα κυκλώματα κατά Thévenin και Norton μπορούν να καθοριστούν πειραματικά με απλές τεχνικές. Η βασική ιδέα είναι ότι η τάση Thévenin είναι ίση με την τάση στα άκρα ανοιχτού κυκλώματος και το ρεύμα κατά Norton είναι ίσο με το ρεύμα που περνά από το βραχυκύκλωμα. Είναι λοιπόν δυνατόν με κατάλληλες μετρήσεις να προσδιορίσουμε αυτές τις ποσότητες. Μόλις μετρήσουμε τη  $v_T$  και το  $i_N$  βρίσκουμε απευθείας την αντίσταση Thévenin από την απλή σχέση:

$$R_T = \frac{v_T}{i_N} \quad (2.30)$$

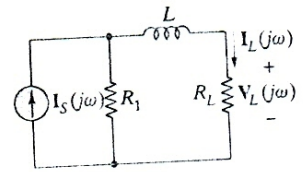
Πώς μετράμε λοιπόν τα  $v_T$  και  $i_N$ ;



ΣΕ1

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.2** Υπολογισμός της απόκρισης συχνότητας ενός κυκλώματος

**Πρόβλημα**

 Υπολογίστε την απόκριση συχνότητας  $H_Z(j\omega)$  για το κύκλωμα του Σχήματος 5.6.


Σχήμα 5.6

**Λύση**
**Γνωστές Ποσότητες:**  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 2 \text{ mH}$ ,  $R_L = 4 \text{ k}\Omega$ .

**Να βρεθεί:** Η απόκριση συχνότητας  $H_Z(j\omega) = V_L(j\omega)/I_S(j\omega)$ .

**Υποθέσεις:** Καμία.

**Ανάλυση:** Για να προσδιορίσουμε την τάση στο φορτίο κατανάλωσης παρατηρούμε ότι το ρεύμα στο φορτίο μπορεί να υπολογιστεί από τον κανόνα διαίρεσης του ρεύματος στους δυο κλάδους που συνδέονται στην πηγή ρεύματος, και ότι η τάση στο φορτίο κατανάλωσης είναι απλά το γινόμενο του ρεύματος στο φορτίο επί την  $R_L$ .

 Από τον κανόνα της διαίρεσης του ρεύματος, παίρνουμε την ακόλουθη έκφραση για το  $I_L$ :

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{1/(R_L + j\omega L)}{1/(R_L + j\omega L) + 1/R_1} I_S \\ &= \frac{1}{1 + R_L/R_1 + j\omega L/R_1} I_S \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} \frac{V_L}{I_S}(j\omega) &= H_Z(j\omega) = \frac{I_L R_L}{I_S} \\ &= \frac{R_L}{1 + R_L/R_1 + j\omega L/R_1} \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} H_Z(j\omega) &= \frac{4 \times 10^3}{1 + 4 + j(2 \times 10^{-3}\omega)/10^3} \\ &= \frac{0.8 \times 10^3}{1 + j0.4 \times 10^{-6}\omega} \end{aligned}$$

**Σχόλια:** Προσέξτε ότι οι μονάδες της  $H_Z(j\omega)$  είναι  $\Omega$ , όπως θα έπρεπε από τον ορισμό της  $H_Z$ .



τα καλώδια διανομής και τους μετασχηματιστές. Οι τρεις αντιστάσεις συμβολίζουν τα διάφορα φορτία που συνδέονται στο εργοστάσιο από έναν πελάτη. Κατά πόσον μεταβάλλεται η τάση στα άκρα του συνολικού φορτίου όταν ο πελάτης συνδέει το τρίτο φορτίο  $R_3$  παράλληλα με τα δύο άλλα φορτία; Δίνονται:

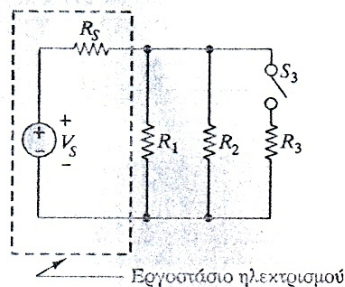
$$V_S = 110 \text{ V} \quad R_S = 19 \text{ m}\Omega$$

$$R_1 = R_2 = 930 \text{ m}\Omega$$

$$R_3 = 100 \text{ m}\Omega.$$

2.52 Στο κύκλωμα του Σχήματος Π2.52 η  $V_S$  συμβολίζει την τάση που παράγεται από την γεννήτρια ενός εργοστασίου ηλεκτρισμού και η  $R_S$  συμβολίζει τις απώλειες που συμβαίνουν στη γεννήτρια, τα καλώδια διανομής και τους μετασχηματιστές. Οι τρεις αντιστάσεις συμβολίζουν τα διάφορα φορτία που συνδέονται στο εργοστάσιο από έναν πελάτη. Κατά πόσον μεταβάλλεται η τάση στα άκρα του συνολικού φορτίου όταν ο πελάτης συνδέει το τρίτο φορτίο  $R_3$  παράλληλα με τα δύο άλλα φορτία; Δίνονται:

$$V_S = 450 \text{ V} \quad R_S = 19 \text{ m}\Omega$$

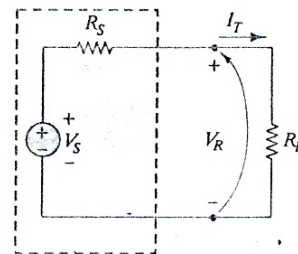


Σχήμα Π2.52

$$R_1 = R_2 = 1.3 \text{ }\Omega$$

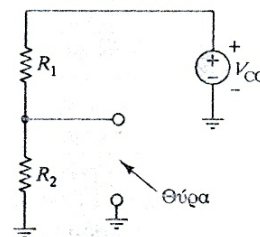
$$R_3 = 500 \text{ m}\Omega$$

2.53 Το Σχήμα Π2.53 παριστάνει μια μη-ιδανική πηγή τάσης σαν μια ιδανική πηγή τάσης σε σειρά με μια αντίσταση που συμβολίζει τις εσωτερικές απώλειες. Στο κύκλωμα του Σχήματος Π2.53 η τάση στα άκρα της μη-ιδανικής πηγής είναι 20 V όταν το φορτίο αποσυνδέεται και το ρεύμα είναι μηδέν. Όταν επανασυνδεθεί το φορτίο  $R_L = 2.7 \text{ k}\Omega$  η τάση στα άκρα της μη-ιδανικής πηγής γίνεται 18 V. Να προσδιορίσετε την εσωτερική αντίσταση και την τάση στα άκρα της ιδανικής πηγής.



Σχήμα Π2.53

2.54 Το κύκλωμα του Σχήματος Π2.54 αποτελεί μέρος ενός DC δικτύου πόλωσης για κυκλώματα ενισχυτών τρανζίστορ. Ο καθορισμός



Σχήμα Π2.54



νει μια  
μα ι-  
ωρά με  
ίζει τις  
κύκλω-  
η τάση  
πηγής  
πό απο-  
ναι μη-  
το φορ-  
στα ά-  
ς γίνε-  
τε την  
την τά-  
τηγής.

του ισοδύναμου κυκλώματος Thé-  
venin απλοποιεί σημαντικά την α-  
νάλυση του ενισχυτή. Να βρείτε  
το ισοδύναμο κύκλωμα Thévenin  
σε σχέση με την θύρα που φαίνε-  
ται στο Σχήμα. Δίνονται:

$$R_1 = 1.3 \text{ M}\Omega \quad R_2 = 220 \text{ k}\Omega$$

$$V_{cc} = 20 \text{ V}$$

**2.55** Το κύκλωμα του Σχήματος Π2.55  
δείχνει μια μπαταρία σε παράλ-  
ληλη σύνδεση με μια μηχανική  
γεννήτρια που τροφοδοτεί κάποιο  
φορτίο. Δίνονται:

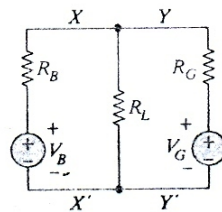
$$V_B = 11 \text{ V} \quad R_B = 0.7 \Omega$$

$$V_G = 12 \text{ V} \quad R_G = 0.3 \Omega$$

$$R_L = 7 \Omega.$$

Να προσδιορίσετε:

- Το ισοδύναμο κύκλωμα κατά  
Thévenin στα δεξιά του ζεύ-  
γους των ακροδεκτών (στη θύ-  
ρα X - X').
- Την τάση των ακροδεκτών της  
μπαταρίας, δηλαδή την τάση  
μεταξύ των X και X'.



Σχήμα Π2.55

**2.56** Το κύκλωμα του Σχήματος Π2.56  
δείχνει μια μπαταρία σε παράλ-  
ληλη σύνδεση με μια μηχανική  
γεννήτρια που τροφοδοτεί κάποιο  
φορτίο. Δίνονται:

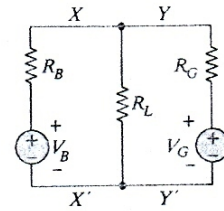
$$V_B = 11 \text{ V} \quad R_B = 0.7 \Omega$$

$$V_G = 12 \text{ V} \quad R_G = 0.3 \Omega$$

$$R_L = 7.2 \Omega.$$

Να προσδιορίσετε:

- Το ισοδύναμο κύκλωμα κατά  
Thévenin στα αριστερά του  
ζεύγους των ακροδεκτών (στη  
θύρα Y - Y').
- Την τάση των ακροδεκτών της  
μπαταρίας, δηλαδή την τάση  
μεταξύ των Y και Y'.



Σχήμα Π2.56

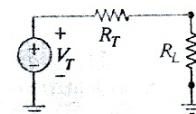
**Ενότητα 2.7:**  
**Μεταφορά μέγιστης ισχύος**

**2.57** Το ισοδύναμο κύκλωμα του Σχή-  
ματος Π2.57 έχει:

$$V_T = 12 \text{ V} \quad R_T = 8 \Omega.$$

Για να πληρούνται οι συνθήκες  
μεταφοράς μέγιστης ισχύος, να  
βρείτε:

- Την τιμή της  $R_L$ .
- Την ισχύ που αναπτύσσεται  
στην  $R_L$ .
- Την απόδοση του κυκλώματος,  
δηλαδή τον λόγο της ισχύος  
που απορροφάται από το φορ-



Σχήμα Π2.57

ς Π2.54  
δικτύου  
ενισχυ-  
ρισμός



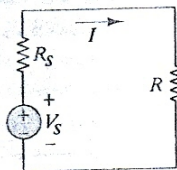
τίο προς την ισχύ που προσφέρει η πηγή.

**2.58** Το ισοδύναμο κύκλωμα του Σχήματος Π2.57 έχει:

$$V_T = 35 \text{ V} \quad R_T = 600 \text{ } \Omega.$$

Για να πληρούνται οι συνθήκες μεταφοράς μέγιστης ισχύος, να βρείτε:

- Την τιμή της  $R_L$ .
- Την ισχύ που αναπτύσσεται στην  $R_L$ .
- Την απόδοση του κυκλώματος, δηλαδή τον λόγο της ισχύος που απορροφάται από το φορτίο προς την ισχύ που προσφέρει η πηγή.



Σχήμα Π2.59

**2.59** Το Σχήμα Π2.59 παριστάνει μια μη-ιδανική πηγή τάσης σαν μια ιδανική πηγή τάσης σε σειρά με μια αντίσταση που συμβολίζει τις εσωτερικές απώλειες. Ένα φορτίο συνδέεται στα άκρα της μη-ιδανικής πηγής. Δίνονται:

$$V_S = 12 \text{ V} \quad R_S = 0.3 \text{ } \Omega.$$

- Να σχεδιάσετε την απώλεια ισχύος στο φορτίο σαν συνάρτηση της αντίστασης φορτίου. Τι συμπεραίνεται από την γραφική σας παράσταση;
- Να αποδείξετε με αναλυτικό τρόπο ότι το συμπέρασμά σας ισχύει σε κάθε δυνατή περίπτωση.

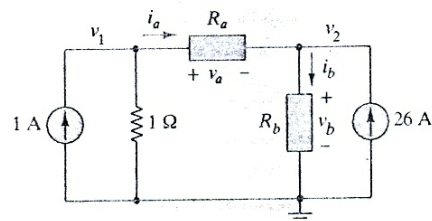
## Ενότητα 2.8: Μη-γραμμικά στοιχεία κυκλώματος

**2.60** Να καταστρώσετε τις εξισώσεις κομβικών τάσεων ως προς τις  $v_1$  και  $v_2$  στο κύκλωμα του Σχήματος Π2.60. Οι δύο μη-γραμμικές αντιστάσεις χαρακτηρίζονται από τις σχέσεις:

$$i_a = 2v_a^3$$

$$i_b = v_b^3 + 10v_b$$

Δεν χρειάζεται να λύσετε τις εξισώσεις που προκύπτουν.



Σχήμα Π2.60

**2.61†** Όπως αναφέραμε, κάποιες διατάξεις δεν έχουν γραμμικές χαρακτηριστικές ρεύματος-τάσης σε όλο το πεδίο τιμών των  $i$  και  $v$ . Αυτό σημαίνει ότι η  $R$  δεν είναι σταθερή για όλες τις τιμές του ρεύματος και της τάσης. Όμως, σε πολλές διατάξεις είναι δυνατόν να συνθέσουμε την χαρακτηριστική τους με τμηματικούς γραμμικές προσεγγίσεις. Έτσι, σε κάποιο τμήμα της χαρακτηριστικής καμπύλης που βρίσκεται εκάτερωθεν ενός σημείου λειτουργίας η κλίση της καμπύλης είναι σχετικά σταθερή. Το αντίστροφο αυτής της κλίσης στο σημείο λει-



J-

ύσεις τις  $v_1$  σχήμα-μικρές αι από

ς εξι-



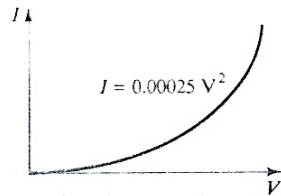
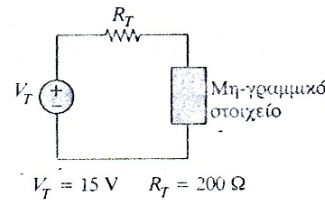
ς δια-  
ξς χα-  
της σε  
και  $v_1$   
είναι  
ξς του  
Ομως,  
δυνα-  
ρακτη-  
γραμ-  
με κά-  
στικής  
κατέ-  
ργίας  
σχετι-  
ρο αυ-  
ο λει-

τουργίας ορίζεται ως η τμηματική αντίσταση  $R_{inc}$ :

$$R_{inc} = \left. \frac{dV}{dI} \right|_{[V_0, I_0]} \approx \left. \frac{\Delta V}{\Delta I} \right|_{[V_0, I_0]}$$

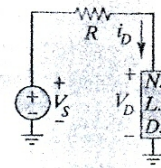
όπου  $[V_0, I_0]$  είναι το σημείο λειτουργίας του κυκλώματος.

- α. Στο κύκλωμα του Σχήματος Π2.61 να βρείτε το σημείο λειτουργίας του στοιχείου που αντιστοιχεί στη χαρακτηριστική καμπύλη του Σχήματος.
- β. Να βρείτε την τμηματική αντίσταση του μη-γραμμικού στοιχείου στο σημείο λειτουργίας του πρώτου ερωτήματος.
- γ. Αν η  $V_T$  αυξηθεί στα 20 V να βρείτε το νέο σημείο λειτουργίας και την νέα τμηματική αντίσταση.

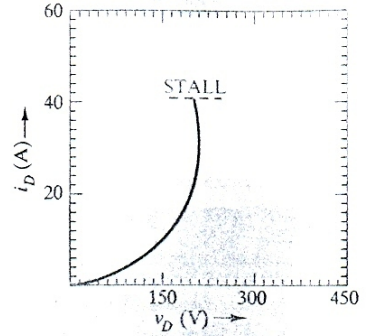


Σχήμα Π2.61

**2.62** Η διάταξη του κυκλώματος στο Σχήμα Π2.62 είναι ένας επαγωγικός κινητήρας με την μη-γραμμική χαρακτηριστική  $i-v$  που φαίνεται. Να προσδιορίσετε το ρεύμα μέσα από, και την τάση στα



(α)



(β)

Σχήμα Π2.62

άκρα της μη-γραμμικής διάταξης. Δίνονται:

$$V_S = 450 \text{ V} \quad R = 9 \Omega$$

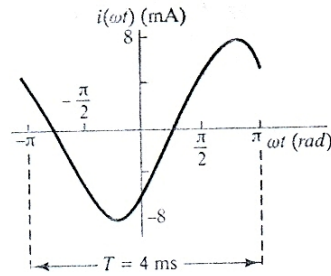
**2.63** Η μη-γραμμική διάταξη στο κύκλωμα του Σχήματος Π2.63 έχει την χαρακτηριστική  $i-v$  που φαίνεται. Δίνονται:

$$V_S = V_T = 1.5 \text{ V} \\ R = R_{eq} = 60 \Omega$$

Να προσδιορίσετε το ρεύμα μέσα από, και την τάση στα άκρα της μη-γραμμικής διάταξης.

**2.64** Η αντίσταση της μη-γραμμικής διάταξης στο κύκλωμα του Σχήματος Π2.64 είναι μια μη-γραμμική συνάρτηση της πίεσης. Η χαρακτηριστική  $i-v$  της διάταξης παρουσιάζεται σαν μια οικογένεια καμπυλών για διάφορες πιέσεις. Να κατασκευάσετε την DC





Σχήμα Π3.32

**3.33** Το ρεύμα και η τάση σε ένα στοιχείο ηλεκτρικού κυκλώματος είναι:

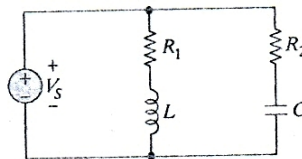
$$i(t) = I_o \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$v(t) = V_o \cos \omega t$$

$$\text{όπου } I_o = 3 \text{ mA} \quad V_o = 700 \text{ mV} \\ \omega = 6.283 \text{ rad/s}$$

- Το στοιχείο είναι επαγωγικό ή χωρητικό;
- Να σχεδιάσετε την στιγμιαία ισχύ  $p(t)$  σαν συνάρτηση του  $t$  στο διάστημα  $0 < \omega t < 2\pi$ .
- Να προσδιορίσετε την μέση ισχύ που καταναλώνεται σαν θερμότητα στο στοιχείο.
- Επαναλάβετε τα ερωτήματα (β) και (γ) αν η γωνία φάσης του ρεύματος αλλάξει και γίνει  $0^\circ$ .

**3.34** Να βρείτε την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση στο κύκλωμα του Σχήματος Π3.34 για:



Σχήμα Π3.34

$$v_S(t) = 7 \cos\left(3,000t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ V}$$

$$R_1 = 2.3 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 1.1 \text{ k}\Omega$$

$$L = 190 \text{ mH} \quad C = 55 \text{ nF}$$

**3.35** Να βρείτε την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση στο κύκλωμα του Σχήματος Π3.34 για:

$$v_S(t) = 636 \cos\left(3,000t + \frac{\pi}{12}\right) \text{ V}$$

$$R_1 = 3.3 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 22 \text{ k}\Omega$$

$$L = 1.90 \text{ mH} \quad C = 6.8 \text{ nF}$$

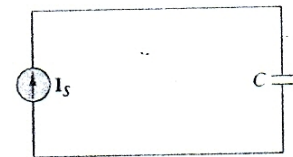
**3.36** Στο κύκλωμα του Σχήματος Π3.36 έχουμε:

$$i_S(t) = I_o \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$I_o = 13 \text{ mA} \quad \omega = 1,000 \text{ rad/s}$$

$$C = 0.5 \mu\text{F}$$

- Να εκφράσετε το ρεύμα της πηγής με τη μορφή φάσορα.
- Να προσδιορίσετε την σύνθετη αντίσταση του πυκνωτή.
- Χρησιμοποιώντας μόνον τον συμβολισμό φασόρων να προσδιορίσετε την τάση στα άκρα του πυκνωτή και την πολικότητά της.



Σχήμα Π3.36

**3.37** Να προσδιορίσετε το  $i_3(t)$  στο κύκλωμα του Σχήματος Π3.37 αν:

$$i_1(t) = 141.4 \cos(\omega t + 2.356) \text{ mA}$$

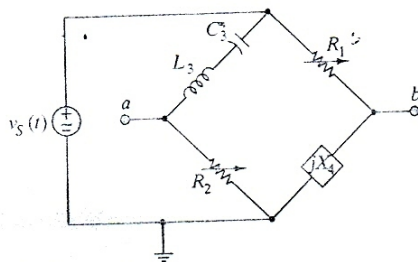
$$i_2(t) = 50 \sin(\omega t - 0.927) \text{ mA}$$

$$\omega = 377 \text{ rad/s}$$



**3.58** Το κύκλωμα του Σχήματος Π3.58 είναι μια γέφυρα Wheatstone που μας επιτρέπει τον προσδιορισμό της άεργης αντίστασης ενός πηνίου ή ενός πυκνωτή. Το κύκλωμα ρυθμίζεται αλλάζοντας τις  $R_1$  και  $R_2$  μέχρις ότου η  $v_{ab}$  να γίνει μηδέν.

- α. Υποθέτοντας ότι η γέφυρα βρίσκεται σε ισορροπία, δηλαδή η  $v_{ab} = 0$ , να προσδιορίσετε την  $X_4$  σαν συνάρτηση των άλλων στοιχείων του κυκλώματος.
- β. Αν  $v_s(t) = 24 \cos(2000t)$ ,  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 1 \Omega$ ,  $L_3 = 0.098$  H,  $C_3 = 4.7 \mu\text{F}$ , να βρείτε την άεργη αντίσταση του άγνωστου στοιχείου του κυκλώματος. Είναι πηνίο ή πυκνωτής; Ποια είναι η τιμή του;
- γ. Ποια συχνότητα πρέπει να αποφεύγεται στην πηγή του κυκλώματος και γιατί;

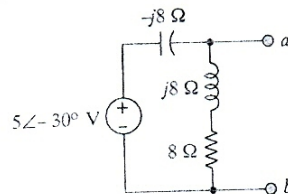


Σχήμα Π3.58

**3.59** Να προσδιορίσετε την σύνθετη αντίσταση Thévenin όπως φαίνεται από την αντίσταση  $R_2$  στο Πρόβλημα 3.55.

**3.60** Να προσδιορίσετε την τάση Thévenin όπως φαίνεται από την αυτεπαγωγή  $L$  στο Πρόβλημα 3.57.

**3.61** Να προσδιορίσετε το ισodύναμο κύκλωμα Thévenin όπως φαίνεται από τους ακροδέκτες  $a - b$  στο Σχήμα Π3.61.



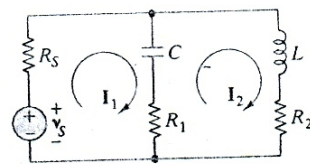
Σχήμα Π3.61

**3.62** Να προσδιορίσετε την τάση Thévenin όπως φαίνεται από την αντίσταση  $R_2$  στο Πρόβλημα 3.55.

**3.63** Να προσδιορίσετε το ισodύναμο κύκλωμα Norton όπως φαίνεται από την αντίσταση  $R_2$  στο Πρόβλημα 3.55.

**3.64** Να καταστρώσετε τις δύο εξισώσεις που απαιτούνται για την εύρεση των δύο ρευμάτων στους βρόχους του κυκλώματος στο Σχήμα Π3.64 με την:

- α. Ολοκληρο-διαφορική μορφή  
β. Μορφή φασόρων.



Σχήμα Π3.64

**3.65** Να καταστρώσετε τις εξισώσεις κόμβων που απαιτούνται για να βρούμε όλες τις τάσεις και τα ρεύματα στο κύκλωμα του Σχήματος Π3.64. Υποθέστε ότι όλες οι σύνθετες αντιστάσεις και οι τά-



ύναμο  
ίνεται  
b στο

σεις στις δύο πηγές είναι γνω-  
στές.

3.66 Στο κύκλωμα του Σχήματος Π3.66  
είναι:

$$v_{S1} = 450 \cos \omega t \quad \text{V}$$

$$v_{S2} = 450 \cos \omega t \quad \text{V}$$

Επίλυση του κυκλώματος με την  
γείωση στον κόμβο *e* δίνει:

$$\mathbf{V}_a = 450 \angle 0 \text{ V} \quad \mathbf{V}_b = 440 \angle \frac{\pi}{6} \text{ V}$$

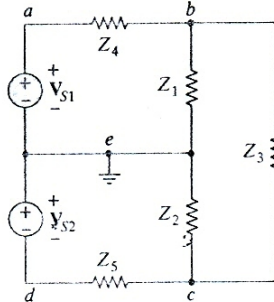
$$\mathbf{V}_c = 420 \angle -3.49 \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_{bc} = 779.5 \angle 0.098 \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_{cd} = 153.9 \angle 1.2 \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_{ba} = 230.6 \angle 1.875 \text{ V}$$

Αν μετακινήσουμε την γείωση α-



Σχήμα Π3.66

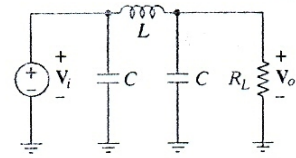
πό τον κόμβο *e* στον κόμβο *d* να  
προσδιορίσετε τις  $\mathbf{V}_b$  και  $\mathbf{V}_{bc}$ .

3.67 Να προσδιορίσετε την  $V_o$  στο  
κύκλωμα του Σχήματος Π3.67 αν

$$v_i = 4 \cos \left( 1,000t + \frac{\pi}{6} \right) \quad \text{V}$$

$$L = 60 \text{ mH} \quad C = 12.5 \text{ } \mu\text{F}$$

$$R_L = 120 \text{ } \Omega$$



Σχήμα Π3.67

3.68 Τα ρεύματα στους απλούς βρό-  
χους και οι τάσεις στο κύκλωμα  
του Σχήματος Π3.68 είναι:

$$i_1(t) = 3.127 \cos(\omega t - 0.825) \quad \text{A}$$

$$i_2(t) = 3.914 \cos(\omega t - 1.78) \quad \text{A}$$

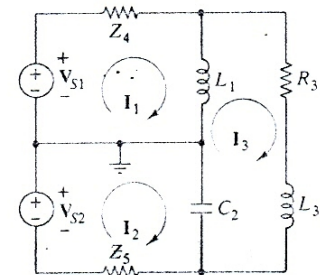
$$i_3(t) = 1.900 \cos(\omega t + 0.655) \quad \text{A}$$

$$v_{S1}(t) = 130.0 \cos(\omega t + 0.176) \quad \text{V}$$

$$v_{S2}(t) = 130.0 \cos(\omega t - 0.436) \quad \text{V}$$

όπου η  $\omega = 377.0 \text{ rad/s}$ . Να προσδιο-  
ρίσετε ένα από τα ακόλουθα στοιχεία:

$L_1$ ,  $C_2$ ,  $R_3$  ή  $L_3$ .



Σχήμα Π3.68

η Thέ-  
την α-  
3.55.

ύναμο  
ίνεται  
Πρό-

ο εξι-  
ια την  
στους  
ο Σχή-

φή

τάσεις  
μα να  
αι τα  
Σχήμα-  
λες οι  
οι τά-