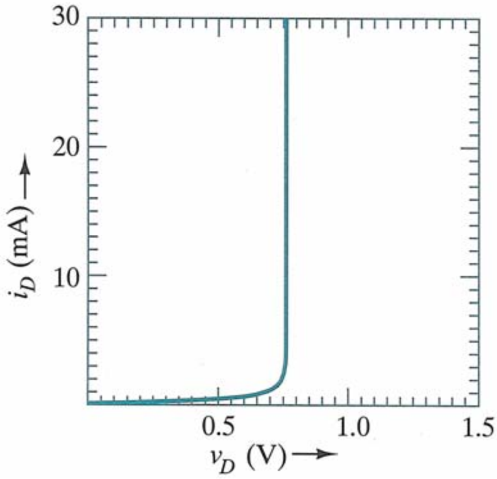
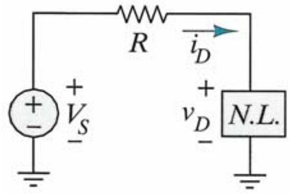
ΘΕΩΡΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ
Λύσεις Θεμάτων



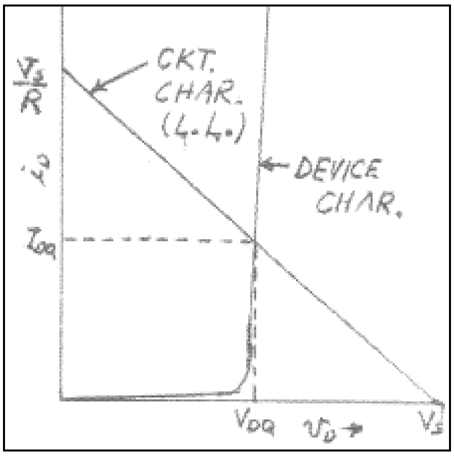
Θέμα 1ο (Πρόβλημα 2.63, επιλύθηκε κατά την παράδοση)
Η δίοδος στο Σχ.1 έχει την χαρακτηριστική *i*–υ του διπλανού σχήματος. Δίνονται: V_S=V_T=1.5V, R=R_T=60Ω. Να βρεθεί το ρεύμα i_D και η τάση υ_D στα άκρα της διόδου. **[2.0]**

Σχήμα 1



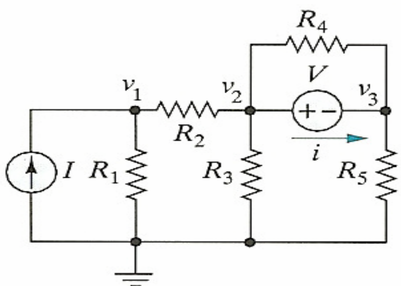
Λύση

$$KVL:\ -V_S + I_D R + V_D = 0 \Rightarrow I_D = \frac{V_S - V_D}{R} = \frac{1.5 - V_D}{60} = \begin{cases} 0\ \ A\ \ \alpha\nu\ \ V_D = 1.5\ \ V \\ 25\ \ mA\ \ \alpha\nu\ \ V_D = 0 \end{cases}$$

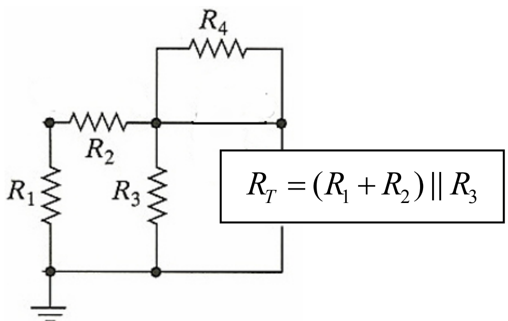


Αυτά τα 2 σημεία είναι οι συντεταγμένες των σημείων τομής στον άξονα της τάσης και του ρεύματος αντίστοιχα. Συνδέοντας αυτά τα 2 σημεία τομής με ευθεία γραμμή βρίσκουμε το σημείο λειτουργίας, που είναι η τομή της γραμμικής εξίσωσης της διόδου και της *ι-υ* χαρακτηριστικής καμπύλης. Οι συντεταγμένες (i_D, υ_D) του σημείου λειτουργίας αντιστοιχούν στο ρεύμα i_D και τη τάση υ_D στα άκρα της διόδου: i_D=12 mA, υ_D=0.77 V

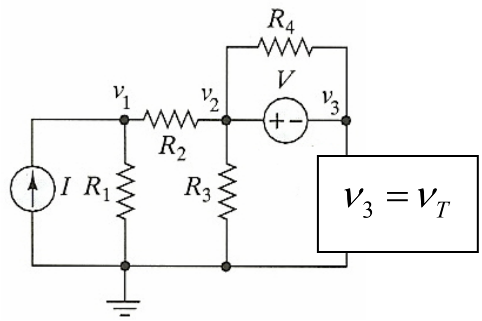
Θέμα 2ο (Πρόβλημα 2.44, επιλύθηκε κατά την παράδοση)
2Α) Να βρεθεί η αντίσταση Thevenin R_T όταν η R_5 είναι το φορτίο στο διπλανό σχήμα. **[0.5]**
2Β) Να υπολογίσετε την τάση Thevenin υ_T **[1.0]**
2Γ) Να υπολογίσετε το ρεύμα Norton i_N **[1.0]**



Λύση
2Α) Αφαίρεση της R_5, ανοιχτοκύκλωμα στην πηγή ρεύματος και βραχυκύκλωμα στην πηγή τάσης. Η R_4 εκμηδενίζεται επειδή είναι παράλληλα με το βραχυκύκλωμα της πηγής τάσης, οπότε: $R_T = (R_1 + R_2) \,||\, R_3 = \dfrac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$



2Β) Η τάση Thevenin υ_T είναι η τάση υ_{oc} στα άκρα του ανοιχτού κυκλώματος όταν αφαιρεθεί το φορτίο R_5. Σε αυτό το κύκλωμα είναι γνωστά το ρεύμα I της πηγής ρεύματος και η τάση V της πηγής τάσης, ενώ είναι άγνωστες οι 3 κομβικές τάσεις υ_1, υ_2, $\upsilon_3=\upsilon_{oc}$. Άρα η λύση $\upsilon_T=\upsilon_{oc}=\upsilon_3$ προκύπτει από την ανάλυση αυτών των 3 κομβικών τάσεων που δίνει ένα σύστημα 3 εξισώσεων με 3 αγνώστους:



Κόμβος #1: $$\frac{\upsilon_1}{R_1}+\frac{\upsilon_1-\upsilon_2}{R_2}=I \qquad (1)$$

Κόμβος #2: $$\frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{R_2}+\frac{\upsilon_2}{R_3}+\frac{\upsilon_2-\upsilon_3}{R_4}+\iota_V=0 \qquad (2)$$

Κόμβος #3: $$\frac{\upsilon_3-\upsilon_2}{R_4}=\iota_V \qquad (3)$$

Για την πηγή τάσης: $\upsilon_3+V=\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_2-\upsilon_3=V$ (4)

Αντικατάσταση της εξ.4 στην εξ.3 δίνει: $\frac{-V_\pi}{R_4}=\iota_V$, οπότε η εξ.2 δίνει:

$$\frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{R_2}+\frac{\upsilon_2}{R_3}+\frac{V_\pi}{R_4}-\frac{V_\pi}{R_4}=0 \Rightarrow \frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{R_2}+\frac{\upsilon_2}{R_3}=0 \Rightarrow \upsilon_1=\upsilon_2 R_2\left(\frac{R_2+R_3}{R_2R_3}\right)=\upsilon_2\left(1+\frac{R_2}{R_3}\right)$$

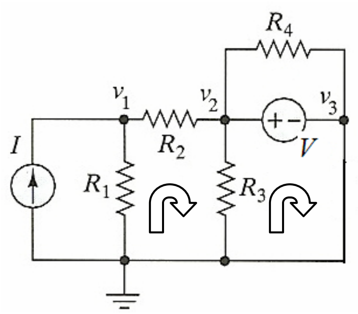
Αντικατάσταση της υ_1 στην εξ.1 δίνει την υ_2:

$$\frac{\upsilon_2}{R_1}\left(1+\frac{R_2}{R_3}\right)+\frac{\upsilon_2+\frac{\upsilon_2R_2}{R_3}-\upsilon_2}{R_2}=I \Rightarrow \upsilon_2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{R_2}{R_1R_3}+\frac{1}{R_3}\right)=I \Rightarrow \upsilon_2=I\left(\frac{R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}\right)$$

Αντικατάσταση της υ_2 στην εξ.4 δίνει την:

$$\upsilon_3=\upsilon_T=I\left(\frac{R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}\right)-V$$

2Γ) Το ρεύμα Norton i_N ισούται με το ρεύμα i_{sc} που διαρρέει το βραχυκύκλωμα στην θέση του φορτίου R_5. Σε αυτό το κύκλωμα είναι γνωστά το ρεύμα I της πηγής ρεύματος και η τάση V της πηγής τάσης, ενώ είναι άγνωστα τα 3 ρεύματα των απλών βρόχων i_A, i_B, $i_C=i_{sc}$. Η λύση $i_N=i_C=i_{sc}$ προκύπτει από την ανάλυση αυτών των 3 απλών βρόχων που δίνει ένα σύστημα 3 εξισώσεων με αγνώστους τα 3 ρεύματα:



Βρόχος της R_4: $$i_A R_4=\upsilon_2-\upsilon_3=V \Rightarrow i_A=\frac{V}{R_4} \qquad (5)$$

Βρόχος R_1, R_2, R_3: $$i_B\left(R_1+R_2+R_3\right)-i_C R_3=\upsilon_1=IR_1 \qquad (6)$$

Βρόχος της R_3: $$i_B R_3-i_C R_3=\upsilon_2-\upsilon_3=V \qquad (7)$$

Αντικατάσταση της εξ.7 στην εξ.6 δίνει: $i_B\left(R_1+R_2\right)+V=IR_1 \Rightarrow i_B=\frac{IR_1-V}{R_1+R_2}$, οπότε η εξ.7 δίνει: $i_C=\frac{IR_1-V}{R_1+R_2}-\frac{V}{R_3}=i_N$

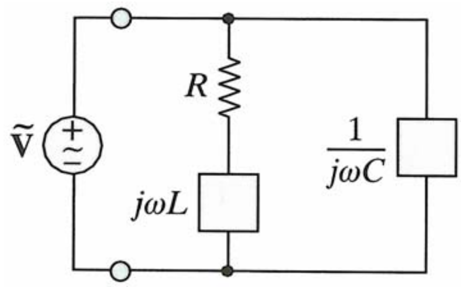
Θέμα 3ο (Παράδειγμα 6.3, επιλύθηκε κατά την παράδοση)

Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται: $\tilde{V}_S = 110\angle 0 \ \ V$, R=10Ω, C=500 μF, L=0.1 H. Να υπολογισθεί:

3Α) Η ολική σύνθετη αντίσταση Ζ. **[1.0]**

3Β) Ο φάσορας της Ζ. Τι είναι η Ζ, χωρητική, επαγωγική ή ωμική; **[1.0]**

3Γ) Η μέση ισχύς που καταναλώνεται στην Ζ. **[1.0]**



Λύση

3Α) Η ω=2π(60 Hz)=377 rad/s, και

$$Z = (R + j\omega L) \,||\, \frac{1}{j\omega C} = \frac{\dfrac{(R + j\omega L)}{j\omega C}}{R + j\omega L + \left(j\omega C\right)^{-1}} = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{10 + j377\times 0.1}{1 - \left(377\right)^2 \times 0.1 \times 500\times 10^{-6} + j377\times 500\times 10^{-6}\times 10} = \frac{10 + j37.7}{-6.04 + j1.88} = \frac{\left(10 + j37.7\right)\left(-6.04 - j1.88\right)}{\left(-6.04 + j1.88\right)\left(-6.04 - j1.88\right)} \Rightarrow$$

$$Z = \frac{-60.4 - j227.7 - j18.8 + 70.9}{\left(-6.04\right)^2 + \left(1.88\right)^2} = \frac{10.5 - j246.5}{40} = 0.26 - j6.2$$

3Β)

$$|Z| = \sqrt{\left(0.26\right)^2 + \left(6.2\right)^2} \approx 6.2, \quad \tan\theta = \frac{-6.2}{0.26} = -23.8 \Rightarrow \theta = -87.6^\circ \Rightarrow Z = 6.2\angle\left(-87.6^\circ\right)\Omega .$$

Άρα η Ζ είναι χωρητική επειδή η φάση είναι αρνητική.

3Γ) Επειδή η $\tilde{V}_{\varphi o \rho \tau \iota o \upsilon} = \tilde{V}_S \Rightarrow P_{av} = \dfrac{\left|\tilde{V}_S\right|^2}{|Z|}\cos\theta = \dfrac{(110)^2}{6.2}\cos\left(-87.6^\circ\right) = 81.7 \quad Watt$

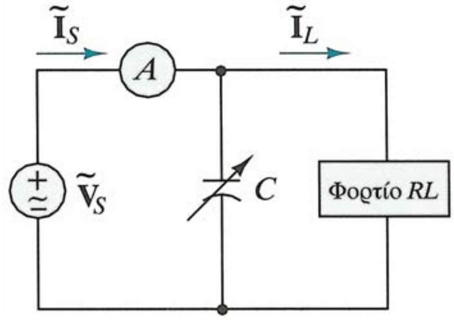
Θέμα 4ο (Εστίαση στις Μετρήσεις, σελ.469, παραδόθηκε)

Στο κύκλωμα του σχήματος, ένας πυκνωτής μεταβλητής χωρητικότητας C χρησιμοποιείται για την διόρθωση του συντελεστή ισχύος (pf) σε 1. Η C μεταβάλλεται και παρατηρούμε το ολικό ενεργό ρεύμα $\tilde{I}_S$ στο αμπερόμετρο.

(Α) Να βρεθεί η μιγαδική έκφραση του $\tilde{I}_S$ σαν συνάρτηση των R, L, C. **[1.0]**

Β) Από το μέτρο του $\left|\tilde{I}_S\right|$ να βρεθεί η συνθήκη που πρέπει να ισχύει ώστε το φορτίο να είναι καθαρά ωμικό. **[0.7]**

Γ) Εξηγείστε πως είναι δυνατόν παρακολουθώντας την τιμή του $\left|\tilde{I}_S\right|$ να ρυθμιστεί η τιμή της C ώστε ο pf=1. **[0.8]**



Λύση

4Α) $\tilde{I}_L = \dfrac{\tilde{V}_S\angle 0}{R + j\omega L} = \dfrac{\tilde{V}_S}{R^2 + \omega^2 L^2}\left(R - j\omega L\right) = \dfrac{\tilde{V}_S R}{R^2 + \omega^2 L^2} - j\dfrac{\tilde{V}_S \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$ και $\tilde{I}_C = \dfrac{\tilde{V}_S\angle 0}{1/j\omega C} = j\tilde{V}_S \omega C$.

Επειδή $\tilde{I}_S = \tilde{I}_L + \tilde{I}_C \Rightarrow \tilde{I}_S = \dfrac{\tilde{V}_S R}{R^2 + \omega^2 L^2} - j\left(\dfrac{\tilde{V}_S \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \tilde{V}_S \omega C\right)$

4Β) $\left|\tilde{I}_S\right| = \sqrt{\left(\dfrac{\tilde{V}_S R}{R^2+\omega^2 L^2}\right)^2 + \left(\dfrac{\tilde{V}_S \omega L}{R^2+\omega^2 L^2} - \tilde{V}_S \omega C\right)^2}$. Ωμικό φορτίο σημαίνει ότι pf=1, οπότε το φανταστικό μέρος του $\tilde{I}_S$ πρέπει να είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι: $\dfrac{\tilde{V}_S \omega L}{R^2+\omega^2 L^2} = \tilde{V}_S \omega C$.

4Γ) Όταν ο pf=1 τότε μηδενίζεται ο δεύτερος όρος στην εξίσωση του $\left|\tilde{I}_S\right|$ και άρα το $\left|\tilde{I}_S\right| = \dfrac{\tilde{V}_S R}{R^2+\omega^2 L^2}$ γίνεται ελάχιστο. Συνεπώς, όταν το ρεύμα που μετρά το αμπερόμετρο αποκτά την ελάχιστη τιμή του καθώς μεταβάλουμε την χωρητικότητα του πυκνωτή τότε ο pf=1.