

Θέμα 1

(2.5 μονάδες)

Σχεδιάστε το **απλούστερο δυνατό** ακολουθιακό κύκλωμα με μία είσοδο (X) και μία έξοδο (Y) που να υλοποιεί το παρακάτω πίνακα μετάβασης καταστάσεων :

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση / Εξόδος (Y)	
	X=0	X=1
A	A / 1	E / 0
B	A / 0	E / 0
C	G / 1	E / 0
D	H / 1	F / 0
E	C / 0	E / 1
F	C / 0	F / 1
G	E / 0	D / 1
H	F / 0	C / 1
I	A / 0	F / 0

χρησιμοποιώντας JK flip-flops θετικής ακμής πυροδότησης και λογικές πύλες.

Οι καταστάσεις E & F για κάθε δυνατό συνδυασμό εισόδου οδηγούν στην ίδια ή σε ισοδύναμες καταστάσεις και παράγουν την ίδια έξοδο. Συνεπώς είναι ισοδύναμες και μπορούμε να κρατήσουμε μόνο τη μία εξ αυτών (έστω την E). Αντικαθιστώντας όπου F το E παρατηρούμε ότι η κατάσταση I γίνεται ισοδύναμη με τη B και μπορεί να απαληφθεί. Έτσι έχουμε καταλήξει στον ακόλουθο πίνακα καταστάσεων :

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση / Εξόδος (Y)	
	X=0	X=1
A	A / 1	E / 0
B	A / 0	E / 0
C	G / 1	E / 0
D	H / 1	E / 0
E	C / 0	E / 1
G	E / 0	D / 1
H	E / 0	C / 1

Παρατηρούμε στη συνέχεια τις καταστάσεις C και D. Αυτές θα είναι ισοδύναμες αν οι G & H είναι ισοδύναμες. Ομοίως οι G & H θα είναι ισοδύναμες αν οι C & D είναι. Συνεπώς έχουμε δύο ισοδύναμους βρόγχους καταστάσεων. Μπορούμε συνεπώς να κρατήσουμε τη μία εκ των C & D και τη μία από τις G & H. Έτσι προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας ελαχιστοποιημένος πίνακας καταστάσεων :

Παρούσα Κατάσταση	Επόμενη Κατάσταση / Εξόδος (Y)	
	X=0	X=1
A	A / 1	E / 0
B	A / 0	E / 0
C	G / 1	E / 0
E	C / 0	E / 1
G	E / 0	C / 1

Αφού έχουμε 5 καταστάσεις θα χρειαστούμε 3 ακολουθιακά στοιχεία (JK ffs). Οι υπόλοιπες καταστάσεις είναι αδιάφορες (στρατηγική ελάχιστου κόστους). Προχωράμε σε ανάθεση δυαδικών τιμών στις καταστάσεις. Χρησιμοποιώντας (όχι και παντελώς αυθαίρετα) A=001, B=100, C=101, E=000 και G=010 παίρνουμε τον ακόλουθο πίνακα επόμενων εισόδων & εξόδου :

X	Q ₂ (t)	Q ₁ (t)	Q ₀ (t)	Q ₂ (t+1)	Q ₁ (t+1)	Q ₀ (t+1)	J ₂ K ₂	J ₁ K ₁	J ₀ K ₀	Y
0	0	0	0	1	0	1	1 X	0 X	1 X	0
0	0	0	1	0	0	1	0 X	0 X	X 0	1
0	0	1	0	0	0	0	0 X	X 1	0 X	0
0	0	1	1	X	X	X	X X	X X	X X	X
0	1	0	0	0	0	1	X 1	0 X	1 X	0
0	1	0	1	0	1	0	X 1	1 X	X 1	1
0	1	1	0	X	X	X	X X	X X	X X	X
0	1	1	1	X	X	X	X X	X X	X X	X
1	0	0	0	0	0	0	0 X	0 X	0 X	1
1	0	0	1	0	0	0	0 X	0 X	X 1	0
1	0	1	0	1	0	1	1 X	X 1	1 X	1
1	0	1	1	X	X	X	X X	X X	X X	X
1	1	0	0	0	0	0	X 1	0 X	0 X	0
1	1	0	1	0	0	0	X 1	0 X	X 1	0
1	1	1	0	X	X	X	X X	X X	X X	X
1	1	1	1	X	X	X	X X	X X	X X	X

Προφανώς είναι $K_2 = K_1 = 1$ και από την απλοποίηση των άλλων συναρτήσεων προκύπτει :

$$J_2 = X \oplus Q_1 \oplus \sim X \oplus Q_1 \oplus Q_0$$

$$J_1 = \sim X \oplus Q_2 \oplus Q_0$$

$$J_0 = X \wedge Q_1$$

$$K_0 = Q_2 \oplus X$$

$$\text{και } Y = X \oplus [Q_0 \mid Q_1 \mid (Q_2 \oplus \sim Q_0)]$$

από τις οποίες συναρτήσεις μπορούμε να κατασκευάσουμε το λογικό διάγραμμα.

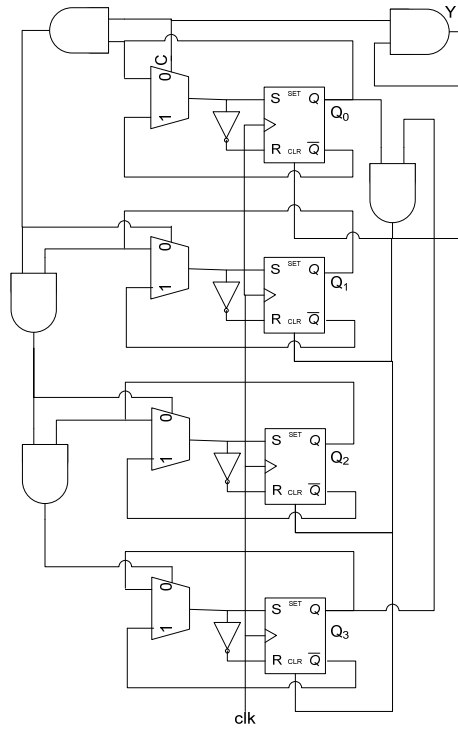
Θέμα 2

(2.5 μονάδες)

Σχεδιάστε έναν πλήρως σύγχρονο δεκαδικό μετρητή (μετρητή modulo-10), ο οποίος παράγει την ακολουθία 0, 1, ..., 8, 9, 0, 1, ... χρησιμοποιώντας SR flip-flops. Ο μετρητής σας διαθέτει :

- Είσοδο επίτρεψης C. Αν το C είναι 1 ο μετρητής παράγει την επόμενη μέτρηση ενώ όταν το C είναι 0 παραμένει στην ίδια κατάσταση ("παγώνει").
- Ενδειξη μέγιστης μέτρησης Y. Το Y γίνεται 1 όταν ο μετρητής σας βρίσκεται στη μέγιστη τιμή μέτρησης και C = 1.

Προσθέτοντας έναν αντιστροφέα μεταξύ S & R κάθε SR FF μετατρέπεται σε D FF. Θέλουμε κάθε D FF μας να παραμένει στην ίδια κατάσταση (να ξαναφορτώνει το Q(t) όταν C=0) και να αντιστρέφεται (να φορτώνει το $\sim Q(t)$) όταν C=1 & τα λιγότερο σημαντικά FFs είναι όλα 1. Συνεπώς μπροστά από κάθε D FF μας παρεμβάλλουμε έναν πολυπλεκτή ελεγχόμενο από το C και τα λιγότερο σημαντικά ψηφία. Τέλος χρησιμοποιούμε το σύγχρονο καθαρισμό των FFs για να επαναφέρουμε το μετρητή μας στη τιμή 0 στον επόμενο από τον κύκλο στον οποίο διαπιστώνουμε τη τιμή 9. Καθώς αυτή είναι η 1^η χρονικά τιμή με $Q_3 = Q_4 = 1$ αρκεί να ανιχνεύσουμε μόνο αυτή τη συνθήκη. Συνολικά, ένα ενδεικτικό λογικό διάγραμμα είναι το :



Θέμα 3

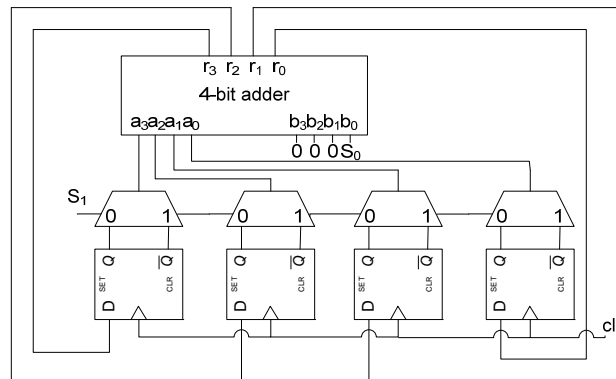
(2.5 μονάδες)

Έχετε στη διάθεσή σας :

- 4 θετικά ακμοपुरοδότητα D flip-flops με ασύγχρονο σήμα καθαρισμού.
- Εναν παράλληλο αθροιστή 4 δυαδικών ψηφίων.
- 4 πολυπλέκτες 2 σε 1.

Χρησιμοποιώντας μόνο τα παραπάνω προτείνετε ένα ακολουθιακό κύκλωμα καταχωρητή πολλαπλών λειτουργιών. Η λειτουργία του καταχωρητή σας θα πρέπει να ελέγχεται από τα σήματα S_1 , S_0 σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα αληθείας :

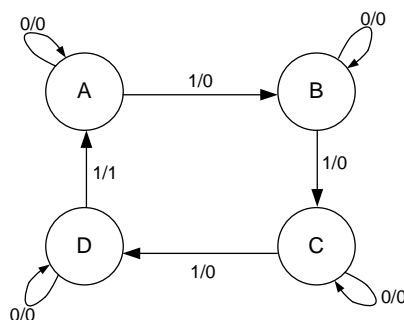
S_1	S_0	Λειτουργία
0	0	Διατήρηση της αποθηκευμένης τιμής
0	1	Αύξηση κατά 1 της αποθηκευμένης τιμής
1	0	Αποθήκευση του αντιθέτου σε αριθμητική συμπληρώματος ως προς 1 της αποθηκευμένης τιμής
1	1	Αποθήκευση του αντιθέτου σε αριθμητική συμπληρώματος ως προς 2 της αποθηκευμένης τιμής



Θέμα 4

(2.5 μονάδες)

Το VR flip flop ανάλογα με τις τιμές 00, 01, 10 ή 11 των εισόδων του V και R αντίστοιχα, επιτελεί τις λειτουργίες : καθαρισμός, διατήρηση, συμπλήρωση του αποθηκευμένου δεδομένου και θέση. Χρησιμοποιώντας μόνο VR flip flops για ακολουθιακά στοιχεία, προτείνετε το **απλούστερο κύκλωμα** που να υλοποιεί το ακόλουθο διάγραμμα καταστάσεων :



Από την εκφώνηση κατασκευάζουμε το πίνακα αληθείας και το πίνακα διέγερσης για το VR ff :

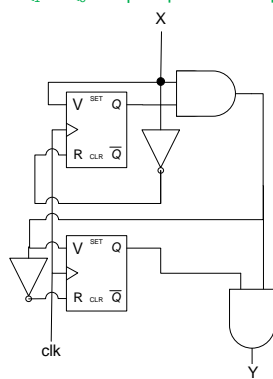
Πίνακας Αλήθειας			
$Q(t)$	V	R	$Q(t+1)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Πίνακας Διέγερσης			
$Q(t)$	$Q(t+1)$	V	R
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	0
1	1	X	1

Μιας και το κύκλωμά μας έχει 4 (μη απλοποιήσιμες) καταστάσεις θα χρειαστούμε 2 VR ffs. Αντιστοιχίζοντας απλές δυαδικές τιμές στις παραπάνω 4 καταστάσεις και χρησιμοποιώντας το παραπάνω πίνακα διέγερσης παίρνουμε τον εξής πίνακα επόμενων εισόδων και εξόδου :

State	$Q_1(t)$	$Q_0(t)$	Είσοδος (X)	$Q_1(t+1)$	$Q_0(t+1)$	V_1	R_1	V_0	R_0	Εξοδος (Y)
A	0	0	0	0	0	0	X	0	X	0
A	0	0	1	0	1	0	X	1	X	0
B	0	1	0	0	1	0	X	X	1	0
B	0	1	1	1	0	1	X	X	0	0
C	1	0	0	1	0	X	1	0	X	0
C	1	0	1	1	1	X	1	1	X	0
D	1	1	0	1	1	X	1	X	1	0
D	1	1	1	0	0	X	0	X	0	1

Δηλαδή $V_1 = \Sigma(3) + DC(4, 5, 6, 7)$, $R_1 = \Sigma(4, 5, 6) + DC(0, 1, 2, 3)$, $V_0 = X$, $R_0 = \Sigma(6) + DC(0, 1, 4, 5)$ και $Y = \Sigma(7)$. Μετά την απλοποίηση των συναρτήσεων, παίρνουμε : $V_1 = X \& Q_0$, $R_1 = \sim X + \sim Q_0 = \sim V_1$, $V_0 = X$, $R_0 = \sim X$ και $Y = Q_1 \& Q_0 \& X$ με την ακόλουθη υλοποίηση :



Εναλλακτική λύση : Από το διάγραμμα καταστάσεων προκύπτει ότι το ζητούμενο κύκλωμα είναι ένας μετρητής 4 καταστάσεων με είσοδο επίτρεψης. Συνεπώς μπορούμε να τον σχεδιάσουμε σα μετρητή ρυθμής, χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι το VR ff συμπεριφέρεται σα T ff όταν $V=1 \& R=0$, ενώ διατηρεί τα δεδομένα του όταν $V=0 \& R=1$. Συνεπώς μπορούμε να πάρουμε το εξής λογικό διάγραμμα :

