

Πανεπιστήμιο Πατρών – Πολυτεχνική Σχολή - Τμήμα Γενικό
Εξετάσεις περιόδου Ιανουαρίου 2013 (31 – 1 – 2013)

Μάθημα: Μαθηματικά Ι (Τμ. Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής)

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

{ΕΥΑΝΑΓΝΩΣΤΑ}

ΑΜ

1^ο Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα: $\int_1^3 \frac{x+4}{\sqrt{x(4-x)}} dx$ (10 μον.)

2^ο Δίνεται η συνεχής στο \mathbb{R} συνάρτηση: $f(x) = \left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^{\frac{2}{x}}$. Να υπολογίσετε την τιμή της $f(0)$. (10 μον.)

3^ο Να βρείτε το μήκος της καμπύλης $\{C: x = t^2 - 4t + 2, y = 1 + 4t - 4 \ln t\}$ στο διάστημα $t \in [\frac{1}{2}, 2]$. Σε ποιά σημεία ΔΕΝ ορίζεται η παράγωγος $\frac{dy}{dx}$; (10+3 μον.)

4^ο Αφού ΠΡΩΤΑ εξετάσετε αν συγκλίνει η σειρά $\sum_{n=4}^{+\infty} \left(\frac{4}{n^2 - 2n}\right)$, ΚΑΤΟΠΙΝ να βρείτε το άθροισμά της. (5+10 μον.)

5^ο α. Να εξεταστεί ως προς τη σύγκλιση η σειρά: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n-1)x^{3n-1}}{8^n(n+1)^2}$. (10 μον.)

β. Να βρεθεί η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)!x^n}{n^n}$. (10 μον.)

6^ο α. Να αναπτυχθεί σε σειρά MacLaurin η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x+4}{1+x-2x^2}$ (μέχρι 4^η τάξη) και να βρεθεί το πλήρες διάστημα σύγκλισής της D.

β. Πόσο είναι, σε πλήθος δεκαδικών ψηφίων, το μέγιστο σφάλμα που κάνουμε αν για $x = \frac{1}{10}$ κρατήσουμε τους τέσσερες πρώτους όρους του αναπτύγματος αυτού;

γ. Το ίδιο ερώτημα για $x = \frac{2}{3}$; (14+4+2 μον.)

7^ο Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + y + \ln(x+y) = x$ [1] η οποία γύρω από το σημείο $S_0 = (x_0, y_0) = (1, 0)$ ορίζει συνάρτηση: $y = f(x)$.

α. να βρείτε την εφαπτομένη της C_f στο S_0 , και

β. να αποδείξετε ότι κοντά στο S_0 η f στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω. (7+5 μον.)