$\sigma\upsilon\nu(\alpha-\alpha) = \eta\mu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\alpha$ $\quad \eta\mu(\alpha) = \eta\mu(-\alpha)$ $\quad \sigma\upsilon\nu(\alpha) = \sigma\upsilon\nu(-\alpha)$

Πανεπιστήμιο Πατρών – Πολυτεχνική Σχολή - Τμήμα Γενικό

Εξετάσεις περιόδου Ιαν.-Φεβρ. 2000 (<u>31 – 01 – 2000</u>)

Μάθημα: **Μαθηματικά Ι** (Τμ. Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής)

Ονοματεπώνυμο (*<u>Κεφαλαία</u>*) .... **Αρ. Μητρώου** ....

1° Αν η $\mathbf{g}$ είναι παραγωγίσιμη και αντιστρέψιμη τότε να βρεθεί η παράγωγος και η εφαπτομένη της $\mathbf{f(x) = \left(g^{-1}(x)\right)^{g(x)}}$ στο $\mathbf{x_0 = 1}$, όταν η ευθεία $\mathbf{y = 2x - 1}$ είναι η εφαπτομένη της $\mathbf{C_g}$ στο $\mathbf{x_0 = 1}$. $y = x/2 + 1/9$ $\quad f'(1) = 1/9$ (**10** μον.)

2° Δίνεται η συνάρτηση $\mathbf{g(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{1-x}}$. Να υπολογιστούν τα: Α) $\mathbf{I_1 = \int g(x)dx}$, Β) $\mathbf{I_2 = \int_0^1 g(x)dx}$ και Γ) $\mathbf{I_2 = \int_4^9 g(x)dx}$. (**15** μον.)

3° Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα: $\mathbf{\int_0^1 x \cdot Arcsin(x)\,dx}$. (**10** μον.)

4° Να βρεθεί η παράγωγος της $\mathbf{f(x) = (1+x)^{1/x}}$ στο $\mathbf{0}$, στο οποίο είναι ορισμένη έτσι, ώστε να είναι συνεχής. (**15** μον.)

5° Να βρείτε το μήκος της καμπύλης $\mathbf{C: x = \cos at - a\cos t,\ y = \sin at - a\sin t,}$ όταν $\mathbf{t \in [0, 2\pi]}$ και $\mathbf{a > 0}$. (**10** μον.)

6° Να αποδείξετε ότι η σειρά $\mathbf{\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\dfrac{\sin(n)}{n(n+1)}\right)}$ συγκλίνει **και** ότι το άθροισμά της είναι μικρότερο του $\mathbf{1}$. (**10** μον.)

7° Να αναπτυχθεί σε σειρά **MacLaurin** η συνάρτηση $\mathbf{f(x) = \dfrac{1}{1-2x+x^2}}$ **και** να βρεθεί το διάστημα σύγκλισης αυτής. (**10** μον.)

8° Αν είναι $\mathbf{z = f(x \cdot r)}$ όπου $\mathbf{r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2,\ \ r > 0}$ τότε να βρείτε την $\mathbf{z_{xx}},\ \ \mathbf{\forall (x,y) \neq (a,b)}$. (**10** μον.)

9° Να αποδείξετε ότι η $\mathbf{y = -2x + 1}$ είναι η εξίσωση της εφαπτομένης στην καμπύλη: $\mathbf{2xy + Ln(x+y) = \sin x}$ στο σημείο της $\mathbf{A(0,1)}$. (**10** μον.)

$2xy + \ln(x+y) = \sin(x)$

$\sigma\upsilon\nu(\alpha-\alpha) = \sigma\upsilon\nu^2\alpha + \eta\mu^2\alpha = 1$

$1 - \sigma\upsilon\nu^2\alpha =$ $\quad \sigma\upsilon\nu(\alpha+\alpha) = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$

$\sigma\upsilon\nu(2\alpha) = 1 - 2\eta\mu^2\alpha$ $\quad 1-u=2\sigma$ $\quad \eta\mu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha$