

Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι

Εξέταση Ιανουαρίου 2016

ΘΕΜΑ 1.

- (10%) Δώστε προφίλ ψηφοφορίας με επτά ψηφοφόρους και τρεις υποψηφίους έτσι ώστε οι νικητές ως προς τους κανόνες της πλειοψηφίας και του βέτο να είναι μοναδικοί και διαφορετικοί μεταξύ τους.
- (20%) Θεωρήστε τον κανόνα ψηφοφορίας με έξι ψηφοφόρους και τρεις υποψηφίους a , b , και c , σύμφωνα με τον οποίο κάθε πρώτη θέση δίνει 4 πόντους, κάθε δεύτερη θέση δίνει 1 πόντο ενώ η τρίτη θέση δεν δίνει πόντους. Αν υπάρχει υποψήφιος με τουλάχιστον 16 πόντους τότε είναι νικητής, αλλιώς χρησιμοποιείται ο κανόνας του βέτο για τον προσδιορισμό του νικητή. Δώστε παράδειγμα που να αποδεικνύει ότι ο κανόνας αυτός μπορεί να χειραγωγηθεί.
- (15%) Θεωρήστε μια δημοπρασία όπου πωλούνται τρία πανομοιότυπα μπουκάλια κρασί. Υπάρχουν πέντε συμμετέχοντες που ενδιαφέρονται να αποκτήσουν ακριβώς ένα μπουκάλι (όχι περισσότερα). Οι αποτιμήσεις των παιχτών για ένα μπουκάλι είναι οι εξής: $v_1 = 10$, $v_2 = 8$, $v_3 = 6$, $v_4 = 7$ και $v_5 = 4$. Αν ο δημοπράτης χρησιμοποιήσει τον μηχανισμό VCG με πληρωμές τύπου Clarke, ποιοι παίχτες θα κερδίσουν από ένα μπουκάλι και πόσο θα πληρώσει κάθε νικητής (και γιατί);

ΘΕΜΑ 2. Θεωρήστε ένα παιχνίδι μεγιστοποίησης κέρδους με δύο παίχτες και τρεις στρατηγικές ανά παίχτη το οποίο αναπαρίσταται από τον εξής πίνακα κέρδους:

		A	B	C
		3	2	3
A	1	4	4	
	5	3		4
B	0	3	1	
	2	0		1
C	2	5	2	

- (10%) Βρείτε όλες τις αμιγείς ισορροπίες Nash του παιχνιδιού.
- (20%) Βρείτε όλες τις μικτές ισορροπίες Nash του παιχνιδιού.
- (15%) Τροποποιήστε τον πίνακα κέρδους έτσι ώστε να μην υπάρχει συνάρτηση δυναμικού αλλά το παιχνίδι να έχει αμιγή ισορροπία Nash.

ΘΕΜΑ 3. (30%) Θεωρήστε το παρακάτω παιχνίδι που παίζεται στο διάστημα $[0, 100]$. Υπάρχουν n παίχτες και κάθε παίχτης έχει μια εσωτερική πεποίθηση $b_i \in [0, 100]$ για ένα ζήτημα. Κάθε παίχτης καλείται να εκφέρει γνώμη $x_i \in [0, 100]$ η οποία αποτελεί και τη στρατηγική του και μπορεί να είναι διαφορετική από την εσωτερική του πεποίθηση. Το κόστος του παίχτη i στην κατάσταση $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ είναι

$$\text{cost}_i(\mathbf{x}) = |x_i - b_i| + \sum_{j \neq i} |x_i - x_j|.$$

- a. Δείξτε ότι η συνάρτηση $\Phi(\mathbf{x}) = \sum_i |x_i - b_i| + \sum_i \sum_{j < i} |x_j - x_i|$ είναι ακριβής συνάρτηση δυναμικού για το παιχνίδι.
- b. Αν το κοινωνικό κόστος ορίζεται ως το άθροισμα του κόστους των παιχτών, δείξτε ότι το κόστος της ευστάθειας του παιχνιδιού είναι το πολύ 2, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της συνάρτησης δυναμικού.

Καλή επιτυχία!

Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι

Εξέταση Ιουνίου 2016

ΘΕΜΑ 1. (35%) Ένα παιχνίδι συνεργασίας παίζεται ως εξής. Υπάρχουν n παίχτες και μια εργασία που πρέπει να εκτελεστεί. Για να εκτελεστεί σωστά η εργασία θα πρέπει να συνεργαστούν ακριβώς $k \leq n$ παίχτες. Κάθε παίχτης επιλέγει αν θα συνεργαστεί (1) ή όχι (0). Το κέρδος ενός παίχτη στην κατάσταση \mathbf{x} ορίζεται ως $u_i(\mathbf{x}) = 1$ αν $x_i = 1$ και η εργασία εκτελεστεί σωστά, αλλιώς $u_i(\mathbf{x}) = 0$. Το κοινωνικό όφελος είναι 1 αν η εργασία εκτελεστεί σωστά και 0 αλλιώς. Τι μπορείτε να πείτε για το κόστος της ευστάθειας και το κόστος της αναρχίας;

ΘΕΜΑ 2. (35%) Θεωρήστε τον κανόνα ψηφοφορίας για τρεις υποψήφιους a , b και c , σύμφωνα με τον οποίο κάθε ψηφοφόρος δίνει 4 πόντους στον υποψήφιο που προτιμάει περισσότερο, 3 πόντους στον δεύτερο και 1 πόντο στον τελευταίο. Σε περίπτωση ισοψηφίας, προτεραιότητα έχει ο a , μετά ο b και, τέλος, ο c . Δώστε παράδειγμα που να αποδεικνύει ότι ο κανόνας αυτός δεν είναι μονότονος.

ΘΕΜΑ 3. Θεωρήστε ένα παιχνίδι δύο παικτών με δύο στρατηγικές ανά παίκτη το οποίο αναπαριστάται από τον εξής πίνακα κέρδους:

	A	B
A	1 1	3 1
B	2 1	0 1

a. (15%) Βρείτε όλες τις αμιγείς ισορροπίες του παιχνιδιού.

b. (25%) Βρείτε όλες τις μικτές ισορροπίες του παιχνιδιού.

Καλή επιτυχία!