

# Οικονομική Θεωρία και Αλγόριθμοι

Εξέταση Φεβρουαρίου 2015

## ΘΕΜΑ 1.

- α. (10%) Δώστε προφίλ ψηφοφορίας με πέντε ψηφοφόρους και τρεις υποψηφίους έτσι ώστε οι νικητές ως προς τους κανόνες της πλειοψηφίας και του βέτο να είναι μοναδικοί και διαφορετικοί μεταξύ τους.
- β. (20%) Θεωρήστε τον κανόνα ψηφοφορίας για τρεις υποψηφίους  $a$ ,  $b$  και  $c$ , σύμφωνα με τον οποίο αν υπάρχει υποψήφιος που αποτελεί την πρώτη επιλογή τουλάχιστον των  $2/3$  των ψηφοφόρων είναι ο νικητής. Άλλως, ο νικητής επιλέγεται χρησιμοποιώντας τον κανόνα του Borda. Δώστε παράδειγμα που να αποδεικνύει ότι ο κανόνας αυτός δεν είναι μονότονος.

## ΘΕΜΑ 2.

Θεωρήστε ένα παιχνίδι δύο παικτών με δύο στρατηγικές ανά παίκτη το οποίο αναπαρίσταται από τον εξής πίνακα κέρδους:

		$A$	$B$
		1	1
$A$	2	0	
		0	1
$B$	0	1	
			1

- α. (10%) Βρείτε όλες τις αμιγείς ισορροπίες του παιχνιδιού.
- β. (20%) Βρείτε όλες τις μικτές ισορροπίες του παιχνιδιού.

## ΘΕΜΑ 3.

- α. (10%) Είναι δυνατόν γενικά ένα παιχνίδι που δεν επιδέχεται συνάρτηση δυναμικού να έχει μια αμιγή ισορροπία; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
- β. (20%) Κατασκευάστε παιχνίδι με τα παρακάτω χαρακτηριστικά ή δείξτε ότι τέτοιο παιχνίδι δεν υπάρχει. Το παιχνίδι θα πρέπει να έχει δύο παίκτες με δύο στρατηγικές  $A$  και  $B$  ανά παίκτη όπου οι μόνες μικτές ισορροπίες είναι τα ζευγάρια  $p, q$  που ικανοποιούν τις σχέσεις: είτε  $p \geq 1/2$  και  $q = 0$  ή  $p = 1$  και  $q \leq 1/2$ . Ως συνήθως, οι ποσότητες  $p$  και  $q$  αναπαριστούν τις πιθανότητες οι δύο παίκτες να επιλέξουν τη στρατηγική  $A$ .

## ΘΕΜΑ 4.

(20%) Δίνεται ένα παιχνίδι συμφόρησης με μη φθίνουσες συναρτήσεις καθυστέρησης όπου οι στρατηγικές των παικτών είναι τέτοιες ώστε κανένας πόρος να μην χρησιμοποιείται ποτέ (δηλ., σε καμιά κατάσταση) από περισσότερους από λ παικτες. Δείξτε ότι το κόστος της ευστάθειας του παιχνιδιού είναι το πολύ  $\lambda$ . **Τύπος εικόνας:** Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της συνάρτησης δυναμικού και τη συνάρτηση δυναμικού του Rosenthal. Επίσης, χρησιμοποιήστε τον κλασικό ορισμό του κοινωνικού κόστους ως το άθροισμα του κόστους των παικτών.

## ΘΕΜΑ 5.

(20%) Κατασκευάστε τον πίνακα κέρδους παιχνιδιού με δύο παίκτες και δύο στρατηγικές ανά παίκτη όπου το κόστος της αναρχίας και της ευστάθειας είναι 2 και  $3/2$  αντίστοιχα ενώ τα κέρδη των παικτών σε κάθε κατάσταση είναι αυστηρά θετικά. **Τύπος εικόνας:** Υποθέστε ότι το κοινωνικό κέρδος σε κάθε κατάσταση είναι το άθροισμα των κέρδους των δύο παικτών και το κόστος της αναρχίας και της ευστάθειας ορίζεται σαν ο χειρότερος και ο καλύτερος λόγος του βέλτιστου κοινωνικού κέρδους προς το κοινωνικό κέρδος σε κατάσταση ισορροπίας.

Καλή επιτυχία!