

Πιθανότητες, Φεβρουάριος 2009

1. Τρία δοχεία έχουν 2 άσπρες και 2 μαύρες σφαίρες το πρώτο, 3 άσπρες και 2 μαύρες σφαίρες το δεύτερο και 4 άσπρες και 3 μαύρες σφαίρες το τρίτο. Διαλέγουμε στην τύχη ένα δοχείο και βγάζουμε από αυτό τυχαία μία σφαίρα. Αν η σφαίρα είναι άσπρη, ποιά είναι η πιθανότητα να βγήκε από το πρώτο δοχείο; (1.5)

2. Εάν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X είναι

$$f(x) = \begin{cases} cx & , 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Να βρεθούν (α) η σταθερά c , (β) η $P(1/2 < X < 3/2)$, (γ) η συνάρτηση κατανομής και (δ) η μέση τιμή. (2.0)

3. Δύο παίκτες παίζουν ένα παιχνίδι ρίχνοντας διαδοχικά 2 ζάρια τη φορά. Όποιος φέρει πρώτος άθροισμα 7 κερδίζει το παιχνίδι. Να βρεθεί η πιθανότητα να κερδίσει (α) αυτός που θα παίξει πρώτος (β) αυτός που θα παίξει δεύτερος. (2.5)

4. Μια τυχαία μεταβλητή X έχει μέση τιμή 3 και διασπορά 2. Είναι δυνατόν η πιθανότητα $P(1 \leq X \leq 5)$ να είναι 0.4 ; (1.5)

5. Το ένα δέκατο των εργαλείων που κατασκευάζει μια εταιρεία είναι ελαττωματικά. (α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα σε ένα τυχαίο δείγμα 10 εργαλείων δύο ακριβώς να είναι ελαττωματικά.

(β) Να προσεγγίσετε αυτήν την πιθανότητα μέσω της κατανομής *Poisson*. (2.5)